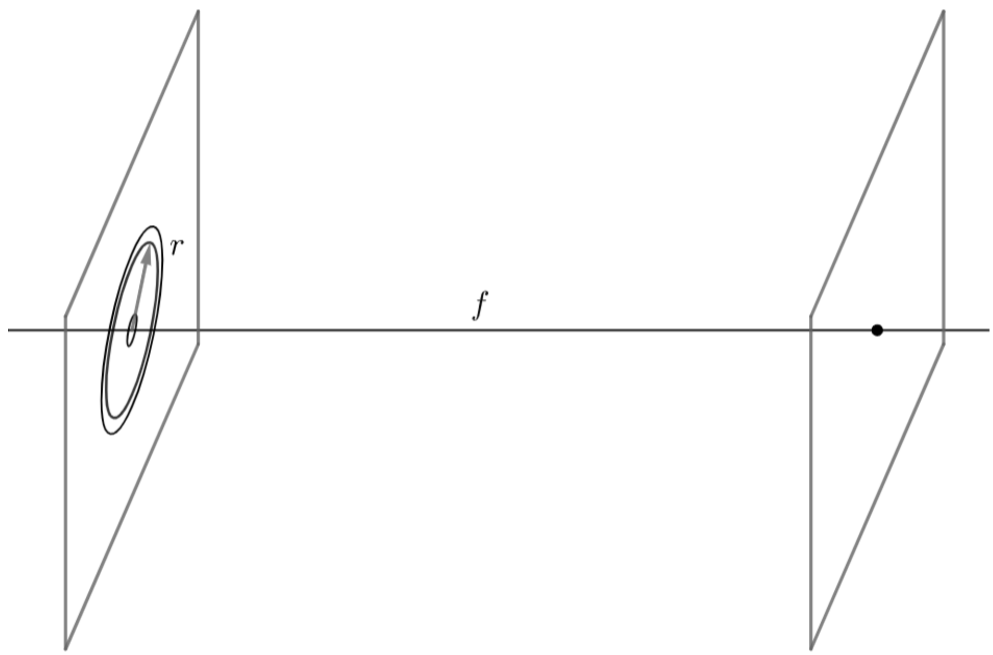
Valsts izglītības satura centrs
NACIONĀLAIS ATTĪSTĪBAS PLĀNS 2020
EIROPAS SAVIENĪBA
Eiropas Sociālais fonds
atbalsts izcilībai
IEGULDĪJUMS TAVĀ NĀKOTNĒ

8.3.2.1./16/I/002
NACIONĀLA UN STARPTAUTISKA MĒROGA PASĀKUMU ĪSTENOŠANA IZGLĪTOJAMO TALANTU ATTĪSTĪBAI
Strūgu iela 4, Rīga, LV-1003, tālr. 67350966, e-pasts: info@832.visc.gov.lv

Fizikas Valsts 73. olimpiāde
Trešā posma uzdevumi 12. klasei

12-1 Freneļa plate

A. (2 punkti) Gaisma ar viļņa garumu λ krīt perpendikulāri uz lapas, kurā izgriezts mazs riņķis centrā un šaurs gredzens ar rādiusu r. Gan centra riņķa izmērs, gan gredzena platums ir daudz mazāki par λ. Aiz lapas attālumā f atrodas ekrāns. Pie kādiem ārējā riņķa rādiusiem ekrāna centrā novērojama: i) konstruktīva interference ii) destruktīva interference?



Atrisinājums:

Piebilde: skolēniem piešķirtais uzdevums viegli atšķīrās no šeit pieejamā (oriģinālajā uzdevumā ilustrācijās redzamais attālums starp Freneļa plati un ekrānu bija apzīmēts L, bet tekstā ar f).

Attālums no jebkura punkta uz ārējā riņķa līdz ekrāna centram ir $\sqrt{r^2+f^2}$. Interference ir pilnībā konstruktīva, ja šī attāluma atšķirība starp riņķi un centru ir viens vai vairāki viļņa garumi. Citiem vārdiem, fāzes starpība starp abiem šiem ceļiem ir $2\pi n$, kur n ir vesels skaitlis.

$$\begin{aligned} \sqrt{r^2+f^2}-f &= n\lambda \\ r^2 &= (n\lambda+f)^2-f^2 \end{aligned} \tag{1}$$

Tātad

$$a_n = \sqrt{(n\lambda+f)^2-f^2} \tag{2}$$

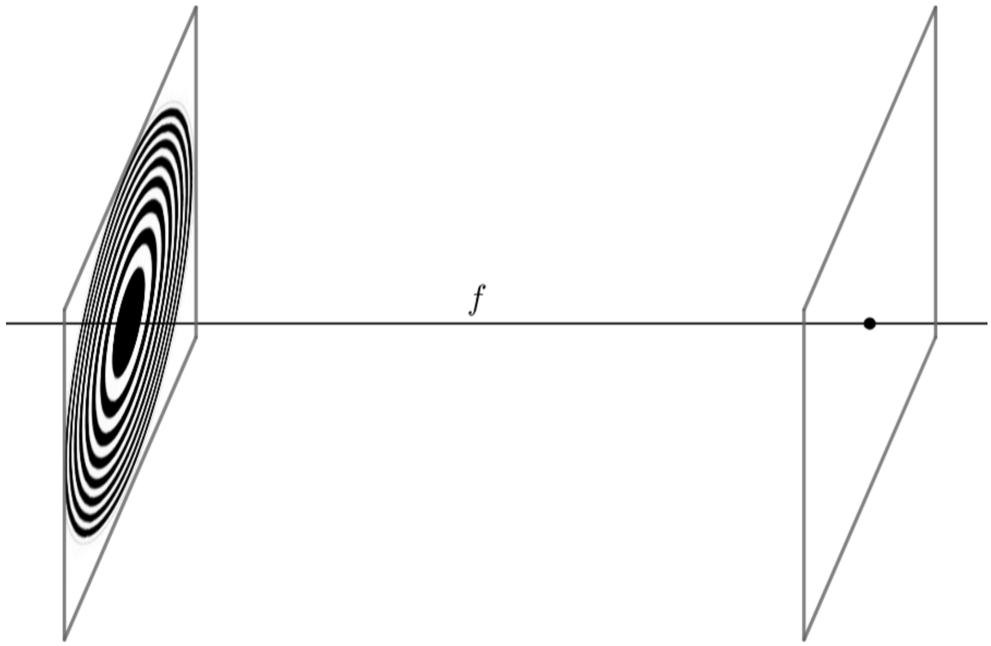
Pilnībā destruktīvai interferencei nepieciešama garumu atšķirība $(n-\frac{1}{2})\lambda$. Tātad iegūstam atbildi

$$b_n = \sqrt{(n\lambda-\lambda/2+f)^2-f^2} \tag{3}$$

Ieteikumi vērtēšanai

- Ideja, ka konstruktīva interference ir tad, kad gaismas ceļi atšķiras par veselu viļņa garumu skaitu (0.75 punkti)
- … destruktīvai interferencei - vesels viļņa garumu skaits + puse (0.5 punkti)
- Attālums no ārējā riņķa līdz ekrāna centram pēc Pitagora teorēmas (0.25 punkti)
- Algebra un atbilde (0.5 punkti)

B. Šos rādiusus sauksim attiecīgi a_n un b_n, kur tie ir sanumurēti augošā secībā. Tagad aizklājam visus laukumus starp b_n un a_n visiem $n \le N$. Laukumi starp a_n un b_{n+1} paliek neaizklāti un brīvi laiž cauri gaismu. Šādu ierīci sauc par Freneļa plati. Turpmāk vari pieņemt, ka $a_N \ll f$ un $N \gg 1$.



(B.1) (1 punkts) Pierādi, ka visi N aizklātie laukumi ir vienādi.

Atrisinājums:
Zinām, ka:

$$a_n^2 = 2n\lambda f + n^2\lambda^2 \ll f^2 \tag{4}$$

Salīdzinot pirmo saskaitāmo, iegūstam $2n\lambda \ll f$ visiem $n \leq N$. Tas savukārt nozīmē, ka otrais saskaitāmais ir daudz mazāks par pirmo, jeb $a_n^2 \approx 2n\lambda f$. Līdzīgā veidā iegūstam $b_n^2 \approx (2n-1)\lambda f$. Tātad n-tā aizklātā gredzena laukums ir:

$$\pi(a_n^2 - b_n^2) \approx \pi\lambda f \tag{5}$$

Ieteikumi vērtēšanai

- Pamatojums, ka $n\lambda \ll f$, ne tikai $\lambda \ll f$ (0.25 punkti)
- Tuvinājums $a_n^2 \approx 2n\lambda f$ (0.25 punkti)
- Tuvinājums $b_n^2 \approx (2n-1)\lambda f$ (0.25 punkti)
- Laukums proporcionāls rādiusa kvadrātam, tātad laukumi ir vienādi (0.25 punkti)

(B.2) (3 punkti) Tagad viļņa garums tiek nedaudz palielināts $\lambda+\delta\lambda$. Pie kāda $\delta\lambda$ novērojams pirmais minimums ekrāna centra gaismas intensitātē?

Atrisinājums:
Lēnām palielinot $\delta\lambda$, fāzu starpība starp ārējiem gredzeniem un vidu samazinās. Kad šī starpība kļūst 2π, tad redzam, ka fāzes starpība starp gredzeniem ar numuriem n un $n+N/2$ ir tieši π. Tā kā visu gredzenu laukumi ir vienādi, tas nozīmē destruktīvu interferenci, jeb

intensitātes minimumu. (Nākamie minimumi ir tad, kad fāzes atšķirība starp vidu un ārmalu kļūst $2\pi k$, veseliem k.) Šādā gadījumā jaunajam $\lambda + \delta\lambda$ viļņa garumam veidotas Freneļa plates a_{N-1} atbilstu vecā viļņa garuma Freneļa plates rādiusam a_N, jeb:

$$2fN\lambda = 2f(N-1)(\lambda + \delta\lambda)$$
$$\delta\lambda = \frac{\lambda}{N-1} \approx \frac{\lambda}{N} \tag{6}$$

Ieteikumi vērtēšanai

- Tā kā visu gredzenu laukumi ir vienādi, tie atsevišķi dod vienādas intensitātes ekrāna centrā (0.5 punkti)
- Ja gaismas ceļa līdz ekrāna centram atšķirība starp divu gredzenu iekšējām malām (vai citām attiecīgām pozīcijām) ir vesels skaits viļņa garumu + puse, tad šie gredzeni savstarpēji interferē pilnīgi destruktīvi (0.75 punkti)
- Ja divi gredzeni interferē savstarpēji destruktīvi, kopējā gaismas intensitāte ir tāda, it kā šie gredzeni būtu aizklāti (0.5 punkti)
- Pareizi atrasti destruktīvi interferējoši gredzenu pāri (0.5 punkti)
- Algebra un atbilde (0.75 punkti)

(B.3) (4 punkti) Ja ekrāns tiek bīdīts tuvāk platei, ekrāna centrā novērojami citi intensitātes maksimumi. Aprēķini attiecības starp šo maksimumu intensitātēm. (Nav nepieciešams salīdzināt ar sākotnējo maksimumu.)

Atrisinājums:

Līdzīgi, kā iepriekšējā punktā, mērām to, par cik palielinās fāzes starpība starp vidu un ārējo gredzenu. Visi gredzeni interferē viens ar otru konstruktīvi tikai tad, ja nobīdes nav. Ja starpība ir $2\pi k$ veseliem k, tad gredzeni ar numuriem n un $N-n$ interferē savstarpēji destruktīvi (attēls). Šie ir intensitātes minimumi, kad intensitāte ir 0.

Pa vidu šiem minimumiem ir maksimumi, kad starpība ir $(2k+1)\pi$. ($k = 0, 1, 2, \ldots$) Tad gredzeni ar numuriem $\frac{N}{2k+1} + n$ un $N - n$, interferē savstarpēji destruktīvi. Tātad visa Freneļa plates daļa no $n = 0$ līdz $n = \frac{2kN}{2k+1}$ kopā dod intensitāti - 0.

Pāri paliek $M = \frac{N}{2k+1}$ gredzeni. Fāzes starpība starp n un M ir tieši π. Aprēķināt, kāda ir šo gredzenu radītā intensitāte ir sarežģīti, taču zināms, ka tā ir proporcionāla gredzenu skaitam. Tātad šo maksimumu relatīvās intensitātes ir uzrakstāmas:

$$\frac{I_k}{I_0} = \frac{1}{2k+1} = 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \ldots \tag{7}$$

Ieteikumi vērtēšanai

- Idejas 1-3 no 3. uzdevuma. Ja 3. uzdevumā šīs idejas ir izteiktas, vai pieņemtas, punkti piešķirami arī šeit (1.75 punkti)
- Atrasta maksimāla daļa no gredzeniem, kas interferē destruktīvi (1 punkts)
- Pāri palikušie gredzeni rada intensitāti, kas proporcionāla šo gredzenu skaitam (0.5 punkti)
- Algebra un atbilde (0.75 punkti)

12-2 Saturna gredzeni

Visām gāzes planētām Saules sistēmā ir gredzeni, taču vispamanāmākie tie ir Saturna gadījumā. Šis uzdevums sastāv no divām nesaistītām daļām - pirmajā daļā mēs analizēsim iespējamu mehānismu gredzenu veidošanai, savukārt otrajā daļā analizēsim to stabilitāti.

A. (2 punkti) Iedomājies divus punktveida ķermeņus ar masu μ, kurus savieno nedeformējams, bezmasas stienis ar garumu l. Šī sistēma atrodas attālumā $d \gg l$ no trešā punktveida ķermeņa ar masu M un krīt tā virzienā tādā veidā, ka stieņa orientācija sakrīt ar krišanas virzienu. Atrodi paisuma spēka radīto sastiepuma spēku iekšpus stieņa. Tu vari izmantot tuvinājumu:

$$(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x, \text{ ja } \quad |x| \ll 1 \tag{*}$$

Padoms: Atrodi atšķirību gravitācijas spēkiem, ko trešais ķermenis rada uz katru no masām μ.

Atrisinājums:

Uz tuvāko no abām masām darbojas spēks:

$$F_1 = \frac{GM\mu}{d^2} \tag{8}$$

Savukārt uz tālāko masu darbojas spēks:

$$F_2 = \frac{GM\mu}{(d+l)^2} = \frac{GM\mu}{d^2}\left(1+\frac{l}{d}\right)^{-2} \approx F_1 - \frac{2GM\mu l}{d^3} \tag{9}$$

Tā kā stienis ir nedeformējams, tajā inducētajam sastiepuma spēkam ir jālīdzsvaro gravitācijas spēku atšķirība, no kurienes seko, ka sastiepuma spēks ir

$$T = \frac{1}{2}(F1 - F2) = \frac{GM\mu l}{d^3} \tag{10}$$

B. (2 punkti) Tagad iedomājies lodveida pavadoni ar masu m un rādiusu r, kurš riņķo ap planētu ar masu M un rādiusu R. Šī pavadoņa daļiņas kopā satur tikai tā paša masas radītais gravitācijas spēks. Laika gaitā, ar gravitāciju nesaistītas mijiedarbības dēļ, pavadoņa orbītas rādiuss lēni sarūk un tas pakāpeniski tuvojas planētai, kustoties pa aptuveni riņķveida orbītu. Pierādi, ka sasniedzot orbītas rādiusu $d \approx 1.26R\left(\frac{\rho_M}{\rho_m}\right)^{1/3}$, kur ρ_M ir planētas blīvums un ρ_m ir pavadoņa blīvums, pavadonis izjūk. Vari pieņemt, ka līdz izjukšanas brīdim pavadonis saglabā lodveida formu. Izskaidro, kāpēc tā pārpalikumi laika gaitā izveido gredzenu ap planētu.

Atrisinājums:

Apskatīsim divus nelielus, iedomātus ķermeņu ar masu μ, kuri atrodas pretējās pavadoņa pusēs - vistuvāk un vistālāk no planētas. Uz katru no tiem darbojas gravitācijas spēks no pavadoņa $F_g = \frac{Gm\mu}{r^2}$, kā arī iepriekšējā punktā atrastais paisuma sastiepuma spēks $T = \frac{GM\mu(2r)}{d^3}$.

Brīdī, kad paisuma spēks pārsniedz pavadoņa radīto gravitācijas spēku, abi spēki tiek līdzsvaroti

$$\frac{Gm\mu}{r^2} = \frac{2GM\mu r}{d^3} \tag{11}$$

un no tā seko, ka

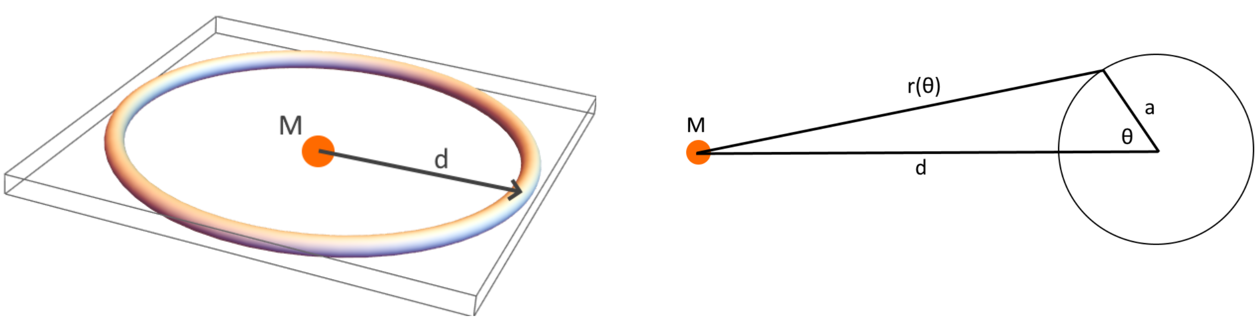
$$d = r\left(\frac{2M}{m}\right)^{1/3} \tag{12}$$

Izmantojot formulas priekš lodes blīvuma $\rho_M = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$ un $\rho_m = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi m^3}$, mēs iegūstam rezultātu

$$d = R\sqrt[3]{2}\left(\frac{\rho_M}{\rho_m}\right)^{1/3} \approx 1.26R\left(\frac{\rho_M}{\rho_m}\right)^{1/3} \tag{13}$$

Sfēriska, homogēna ķermeņa iekšienē gravitācijas lauks aug lineāri kā funkcija no attāluma līdz šī ķermeņa centram, tātad, atdaloties nelielai masai uz pavadoņa virsmas, arī visas pārējās pavadoņa daļas izjuks. Kad pavadonis ir izjucis, katra tā daļa pārvietojas orbītā ar atšķirīgu rādiusu ap planētu, tātad arī to periodi ir atšķirīgi. Laika gaitā pavadoņa pārpalikumi piepilda visu tiem orbītas laikā pieejamo laukumu, izveidojot gredzenu. (2 punkti)

Atlikušajā uzdevuma daļā mēs apskatīsim Saturna gredzena dinamiku. Saturna masa ir M un attālumā d (kurš mērīts no Saturna centra līdz gredzena centram) no tā atrodas plastisks gredzens (skatīt Att. 1). Tā šķērsgriezums ir riņķis ar rādiusu a, bet blīvums ir ρ_g. Šeit piedāvātais modelis nav reālistisks - jau pirms 150 gadiem Maksvels parādīja, ka ap planētu rotējošam gredzenam jāsastāv no pulverveida vielas (nelielām no ledus un akmens veidotām daļiņām Saturna gadījumā). Plastisks gredzena modelis nāk no Laplasa, kuram arī izdevās veikt interesantus secinājumus pirms Maksvela.



Attēls 1: Pa kreisi attēlos plastiskā Saturna gredzena modelis, bet pa labi - tā šķērsgriezums.

C. (2 punkti) Atrodi gravitācijas lauku, ko gredzens rada augstumā $h \ll a$ no tā virsmas.

Padoms: Atceries, ka Tev jāaprēķina gravitācijas lauks ļoti tuvu gredzena virsmai, un centies šo uzdevumu sasaistīt ar zināmu metodi no elektrostatikas.

Atrisinājums:

Gredzena tuvumā tā radītais gravitācijas lauks ir neatšķirams no bezgalīga cilindra, kura blīvums un rādiuss ir tāds pats, radītā gravitācijas lauka. Lai atrastu bezgalīga cilindra radīto gravitācijas lauku, izmantosim analoģiju ar elektromagnētismu - definēsim gravitācijas indukcijas plūsmu caur virsmu Φ_S kā $\Phi_S = \int_S g dA$, kur g ir gravitācijas lauks. Tādā gadījumā Gausa teorēma apgalvo, ka indukcijas plūsmas vērtība ir atkarīga tikai no kopējās virsmas iekšpusē esošās masas, un tā ir $\Phi_S = 4\pi MG$ - rezultāts, ko vienkārši iegūt aprēķinot indukcijas plūsmu punktveida masai M. Pielietojot šo rezultātu cilindram, kura centrs sakrīt ar bezgalīgā cilindra centru, kura garums ir l un kura rādiuss ir $a + h$, mēs iegūstam:

$$2(a + h)lg = 4\pi\rho_g\pi a^2 lG \tag{14}$$

Tātad gravitācijas lauks ir

$$g = \frac{2\rho_g\pi a^2 G}{a + h} \tag{15}$$

un tā vērtība un virsmas ir $g_v = 2\rho_g\pi aG$.

D. (2 punkti) Atrodi Saturna radīto gravitācijas potenciālu uz gredzena virsmas $V(\theta)$ kā funkciju no leņķa, kas mērīts attiecībā pret gredzena centru θ. Izmanto tuvinājumu (*), lai vienkāršotu savu formulu.

Padoms: Vispirms centies aprēķināt attālumu no Saturna līdz punktam uz gredzena $r(\theta)$.

Atrisinājums:

Saturna radītais gravitācijas potenciāls ir $V(\theta) = -\frac{GMr}{r(\theta)}$, kur $r(\theta)$ ir attālums no Saturna centram līdz punktam uz gredzena virsmas. No kosinusu likuma zināms, ka

$$r(\theta)^2 = d^2 + a^2 - 2dacos(\theta) \tag{16}$$

No tā izsakot $r(\theta)$ iegūt:

$$r(\theta) = d\sqrt{1 + \frac{a^2}{d^2} - 2\frac{a}{d}cos(\theta)} \approx d - acos(\theta) \tag{17}$$

Varam secināt, ka Saturna radītais gravitācijas potenciāls ir:

$$V(\theta) \approx -\frac{GM}{d} - \frac{GMa}{d^2}cos(\theta) \tag{18}$$

E. (2 punkti) Analizē gredzena šķērsgriezuma riņķveida formas stabilitāti. Tavai atbildei vajadzētu aprakstīt, kas nosaka plastisku ķermeņu formu ārēju spēku laukā, kā arī izmantot iepriekšējos punktos iegūtos rezultātus tālākiem secinājumiem.

Atrisinājums:

Ārējā gravitācijas laukā plastisks ķermenis pieņems formu, kuras virsmu raksturo konstants gravitācijas potenciāls (tāpēc visi pietiekami lieli ķermeņi ir sfēriski).

Šajā gadījumā situāciju sarežģī gredzena rotācija (ar konstantu leņķisku frekvenci ω), tāpēc situāciju vieglāk ir analizēt neinerciālā atskaites sistēmā, kurā gredzens ir stacionārs.

Šajā atskaites sistēmā darbojas no rotācijas ass uz āru vērsts, pseidospēka radīts centrbēdzes paātrinājums ar vērtību $a_{rot} = \omega^2 x$, kur x šoreiz ir no rotācijas ass mērīts attālums. Ar šo paātrinājumu ir iespējams asociēt potenciālu $V_{rot} = -\frac{\omega^2 x^2}{2}$ (rezultāts seko no novērojuma, ka pseidospēks ir Huka spēks atsperei ar negatīvu stinguma koeficientu), kurš deformēs ķermeņu formu (piemēram, Zeme savas rotācijas dēļ ir saspiesta, un ekvators atrodas tālāk no Zemes centra nekā abi poli).

Mūsu gadījumā uz gredzena virsmas pastāv sakarība $x(\theta) = d - acos(\theta)$, tātad

$$V_{rot}(\theta) \approx -\frac{\omega^2 d^2}{2} + \omega^2 adcos(\theta) \tag{19}$$

Lai gredzena riņķveida forma būtu stabila, kopējā potenciālā nedrīkst būt nekāda atkarība no leņķa θ; gredzena paša gravitācijas radītais potenciāls no leņķa nav atkarīgs, tātad varam salīdzināt abus $cos(\theta)$ locekļus un iegūt

$$\omega^2 = \frac{GM}{d^3} \tag{20}$$

Šis ir leņķiskais ātrums ar kuru pārvietotos punktveida masa pa riņķveida orbītu ar rādiusu d, un mēs esam parādījuši, ka lineārā tuvinājumā ar parametru $\frac{a}{d}$ riņķveida forma saglabājas. Ja mēs aprēķinātu kvadrātiskas korekcijas, tā vairs nebūtu taisnība, un gredzena forma tiktu nedaudz deformēta.

12-3 Pirts termodinamika

Šajā uzdevumā pētīsim un salīdzināsim 2 telpas. Katras telpas tilpums V ir nemainīgs un to sienas ir perfekti siltumizolatori. Viena no telpām ir *noslēgta* – iekšā esošā gāze nevar no tās izkļūt –, bet otra ir *atvērta* – tajā esošā gāze var izkļūt no telpas un spiediens atvērtajā telpā ir nemainīgs. Katrā no telpām ir termostats, kas var pievadīt vai atņemt telpā esošajai gāzei siltumu. Visa uzdevuma laikā uzskatīsim, ka gaisam ir divas sastāvdaļas – sauss gaiss, kuru veido molekulas ar 5 brīvības pakāpēm (skābeklis, slāpeklis un citas gāzes) un ūdens tvaiks, kura molekulām ir 6 brīvības pakāpes. Pieņemsim, ka abas sastāvdaļas ir ideālas gāzes. Lai aprakstītu ūdens tvaika saturu gaisā, lietosim relatīvā gaisa mitruma jēdzienu $r = \frac{p_u}{p_s(T)}$, kur p_u ir tvaika parciālspiediens, bet $p_s(T)$ ir piesātināta tvaika spiediens (kas ir atkarīgs no gāzes temperatūras T). Piesātināta tvaika spiediena atkarība no temperatūras ir attēlota tev dotajā grafikā uzdevuma beigās. Visās uzdevuma daļās, kas neprasa ievietot skaitļus iegūtajās atbildēs, vari izmantot funkciju $p_s(T)$ gala atbildē.

Sākotnējais kopējais (sausā gaisa un tvaika) spiediens abās telpās ir p_0, sākotnējā temperatūra ir T_0 un sākotnējais gaisa mitrums ir r_0.

A. (3 punkti) Izmantojot termostatu, abu telpu temperatūra tiek paaugstināta no T_0 uz T. Katrai no telpām aprēķini iekšējās enerģijas izmaiņu. Kāds siltuma daudzums bija jāpievada noslēgtajā telpā, lai panāktu šo temperatūras izmaiņu?

Atrisinājums:

Sākumā aplūkosim noslēgto telpu – tā kā telpas tilpums ir nemainīgs, gāze nedara darbu un pēc pirmā termodinamikas likuma pievadītais siltums būs vienāds ar iekšējās enerģijas izmaiņu. Iekšējo enerģiju sadalīsim sausā gaisa un tvaika enerģijās, jo atšķirīgo brīvības pakāpju skaits molekulām rada atšķirību siltumietilpību katrai no šīm gāzēm. Iekšējā enerģija:

$$U = U_g + U_u = \frac{5}{2} n_g RT + \frac{6}{2} n_u RT \tag{21}$$

tātad

$$Q = \Delta U = (\frac{5}{2} n_g + 3n_u) R(T - T_0) \tag{22}$$

Ūdens daudzumu varam noskaidrot no relatīvā gaisa mitruma un ideālas gāzes likuma. $p_u V = n_u RT$, tātad:

$$n_u = \frac{p_u V}{RT} = \frac{r_0 p_s(T_0) V}{RT_0} \tag{23}$$

Arī sausā gaisa daudzumu varam noskaidrot no ideālas gāzes likuma, ņemot vērā, ka sausā gaisa spiediens ir kopējā spiediena un tvaika spiediena starpība:

$$n_g = \frac{p_g V}{RT_0} = (p_0 - r_0 p_s(T_0)) \frac{V}{RT_0} \tag{24}$$

Apvienojot šīs formulas iegūstam, ka noslēgtajā telpā iekšējā enerģijas izmaiņas un arī pievadītais siltuma daudzums ir:

$$Q = \Delta U = (\frac{5}{2} p_0 + \frac{1}{2} r_0 p_s(T_0)) V \frac{T - T_0}{T_0} \tag{25}$$

Lai aprēķinātu iekšējās enerģijas izmaiņu atvērtajā telpā, jāņem vērā, ka mainīsies iekšā esošās gāzes daudzums. Līdzīgi kā noslēgtajai telpai:

$$U = U_g + U_u = \frac{5}{2}n_g RT + \frac{6}{2}n_u RT \tag{26}$$

Bet pēc ideālas gāzes likuma $p_u V = n_u RT$ un $p_g V = n_g RT$. Tā kā kopējais spiediens telpā nemainās un arī sausā gaisa un tvaika spiedienu attiecība nemainās (jo tā ir vienāda ar attiecīgo gāzu daudzumu attiecību, kura nemainās, jo, gāzei izplūstot no telpas, tvaiks un sauss gaiss izplūst proporcionālos daudzumos), varam secināt, ka gan p_u, gan p_g ir konstanti. Arī tilpums V nemainās, tātad $n_u RT$ un $n_g RT$ arī ir nemainīgi pēc ideālas gāzes likuma (gāzes daudzums mainās tieši tik daudz, lai kompensētu temperatūras izmaiņas). Tātad iekšējā enerģija nav atkarīga no gāzes temperatūras un tās izmaiņa atvērtajā telpā ir 0.

B. (3 punkti) Izmantojot termostatu, abu telpu temperatūra tika izmainīta tā, ka gaisa mitrums tika samazināts no r_0 uz r. Katrai telpai nosaki, vai šī procesa laikā temperatūra telpā bija jāsamazina vai jāpalielina un paskaidro, kurā telpā vajadzīgā temperatūras izmaiņa bija lielāka.

Atrisinājums:

Sākumā aplūkosim atvērto telpu. Jau iepriekš parādījām, ka p_u nemainīsies, tātad izmaiņas relatīvajā mitrumā rodas tikai no piesātinātā spiediena $p_s(T)$ atkarības no temperatūras – lai samazinātu r, ir jāpalielina $p_s(T)$. No dotā grafika varam secināt, ka tas notiks, palielinot atvērtās telpas temperatūru.

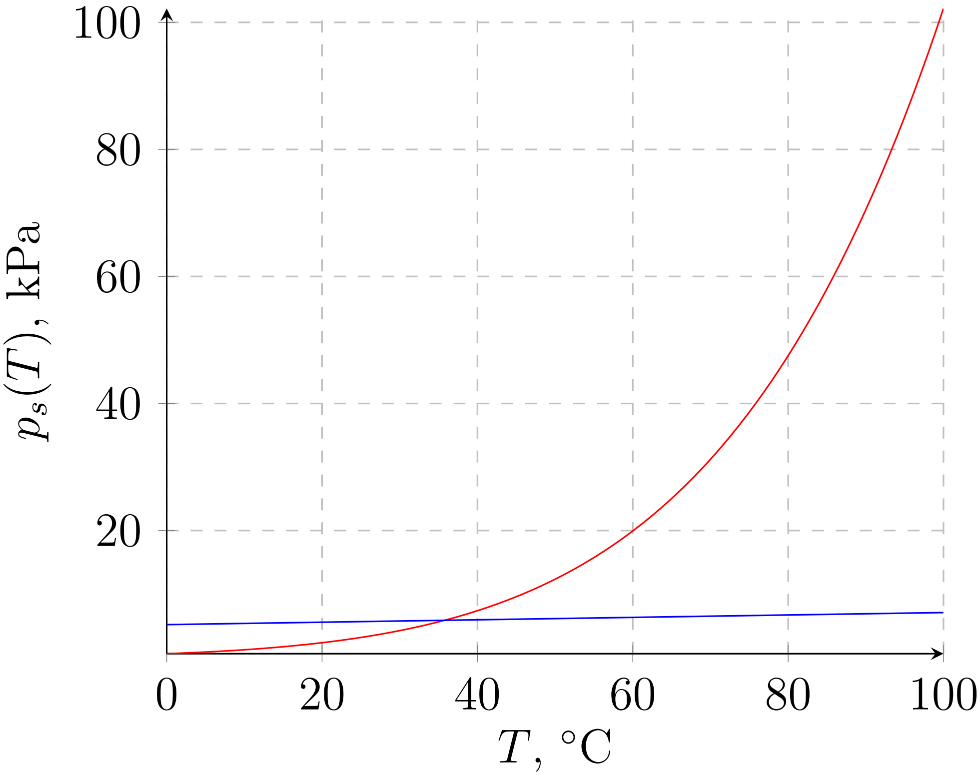
Noslēgtajā telpā tvaika daudzums nemainās, pēc ideālas gāzes likuma tvaika spiediens ir vienāds ar $p_u = \frac{n_u R}{V} T$. Tātad gaisa mitruma atkarība no temperatūras ir $r = \frac{n_u R}{V} \frac{T}{p_s(T)}$. Ievērosim, ka $\frac{n_u R}{V}$ ir neatkarīgs no temperatūras, bet $\frac{T}{p_s(T)}$ ir apgrieztais lielums slīpumam taisnei piesātinātā spiediena grafikā, kas savieno absolūtās nulles punktu ar konkrētu punktu uz spiediena līknes. Ievērojot, ka šīs līknes slīpums palielinās, palielinot temperatūru, (jo redzam, ka piesātināts spiediens aug ātrāk nekā lineāra funkcija) varam secināt, ka $\frac{T}{p_s(T)}$ samazinās, tātad arī relatīvais mitrums r samazinās. Tātad, lai samazinātu gaisa mitrumu, arī šajā telpā ir jāsamazina temperatūra.

Tā kā noslēgtajā telpā palielinot temperatūru, palielinājās arī p_u, ne tikai $p_s(T)$ varam secināt, ka lielāka temperatūru izmaiņa bija vajadzīga noslēgtajā telpā.

C. (3 punkti) Uzdevuma atlikušajā daļā apskatīsim tikai noslēgto telpu. Sākotnējie apstākļi tajā ir $p_0 = 101\,\mathrm{kPa}$, $T_0 = 50\,°\mathrm{C}$, $V = 200\,\mathrm{m}^3$ un $r_0 = 50\,\%$. Noslēgtajā telpā tiek pievadīts vai atņemts siltums tā, lai panāktu, ka gaisa mitrums palielinās (pretēji atbildei uz B jautājumu). Nosaki, pie kādas temperatūras telpā esošais ūdens sāks kondensēties?

Atrisinājums:

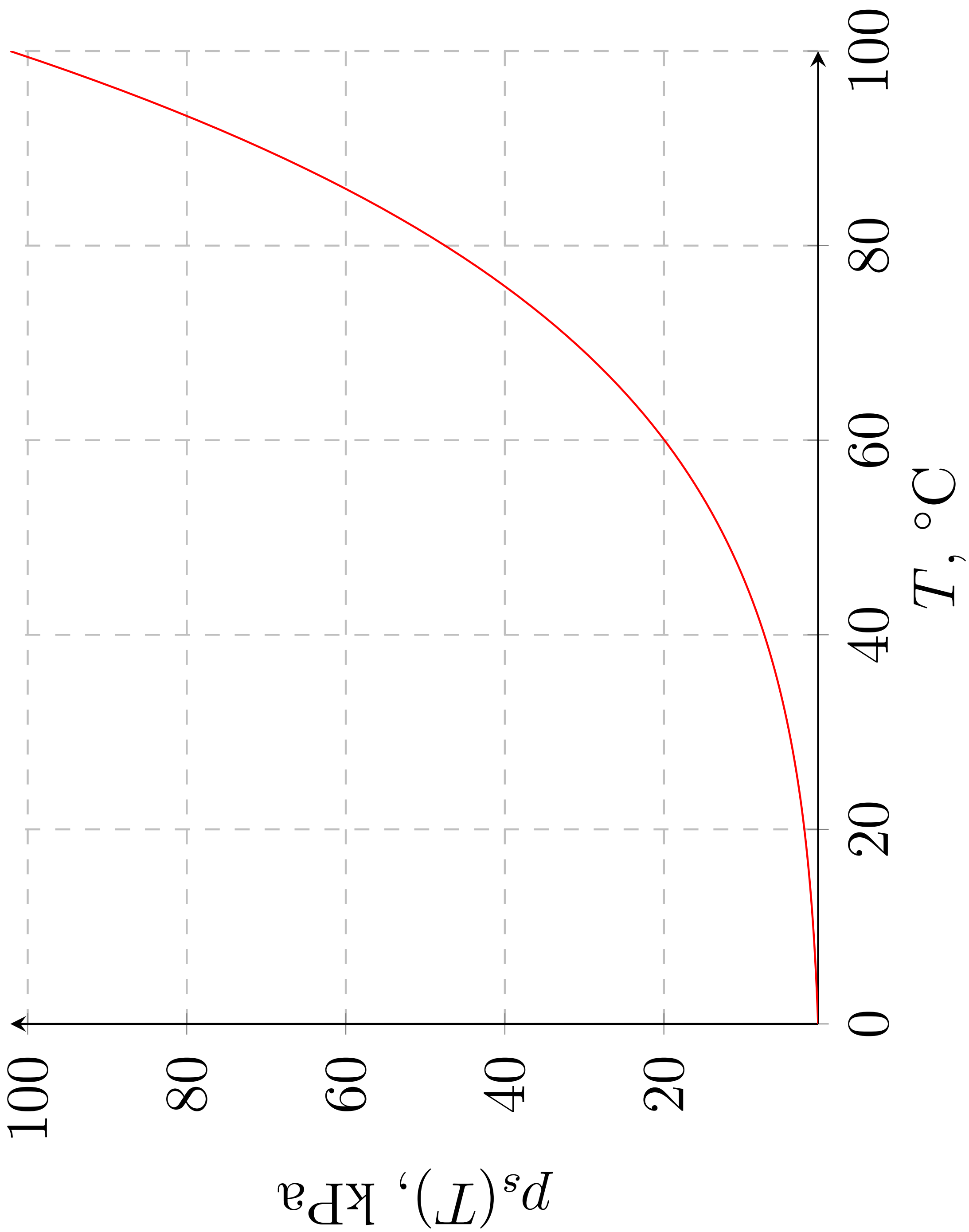
No 3. jautājuma zinām, ka, lai palielinātu gaisa mitrumu, siltums ir jāaizvada no telpas. Ūdens sāks kondensēties tad, kad gaisa mitrums sasniegs 100%, tātad $r = 1$ un $p_u = p_s(T)$. Izmantojot ideālas gāzes, likumu, iegūsim, ka $\frac{n_u RT}{V} = p_s(T)$. Šo vērtību varam atrast grafiski – novilksim taisni ar slīpumu $\frac{n_u R}{V} = \frac{r_0 p_s(T_0)}{T_0} = 0.019 \frac{\text{kPa}}{\text{K}}$, kas sākas absolūtās nulles punktā (pēc Kelvina skalas, kas neatbilst burtiskajam nulles punktam šajā grafikā, jo tas ir dots Celsija grādos). Šīs taisnes krustpunkts ar piesātināta spiediena līkni ir tieši nepieciešamā temperatūra. Grafikā nolasot krustpunkta temperatūru, iegūstam atbildi 35.9°C.



D. (1 punkts) Turpināsim pievadīt vai atņemt siltumu tā, kā to darījām C jautājumā arī tad, kad būsim sasnieguši temperatūru, pie kuras sāksies kondensācija. Salīdzini siltuma daudzumu, kas jāpievada vai jāatņem, lai izmainītu gāzes temperatūru par 1°C tieši pirms tika sasniegta kritiskā temperatūra un siltuma daudzumu, kas bija jāpievada vai jāatņem, lai izmainītu gāzes temperatūru par vienu grādu tieši pēc šīs kritiskās temperatūras sasniegšanas. Paskaidro, kurš no tiem ir lielāks.

Atrisinājums:

Turpinot samazināt temperatūru zem kritiskās, sāks kondensēties ūdens – šis process izdala siltumu (līdzīgi kā ūdens iztvaicēšana pieprasa siltumu). Tātad, lai samazinātu gāzes temperatūru par vienu grādu pēc tam, kad būs sākusies ūdens kondensācija, vajadzēs atņemt siltumu gāzei un kompensēt visu siltumu, kas izdalās no kondensācijas. Tāpēc siltuma daudzums, kas jāatņem pēc kritiskās temperatūras sasniegšanas būs lielāks nekā pirms tam.


T, °C
0
20
40
60
80
100
$p_s(T)$, kPa
20
40
60
80
100