8.3.2.1./16/I/002
NACIONĀLA UN STARPTAUTISKA MĒROGA PASĀKUMU ĪSTENOŠANA IZGLĪTOJAMO TALANTU ATTĪSTĪBAI
Strūgu iela 4, Rīga, LV-1003, tālr. 67350966, e-pasts: info@832.visc.gov.lv

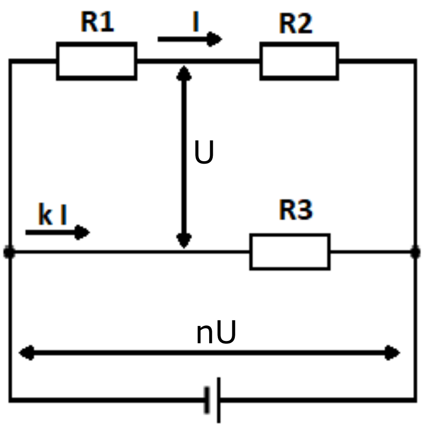
Fizikas Valsts 73. olimpiāde
Trešā posma uzdevumi 11. klasei

11-1 Uzdevums par rezistoriem

Iesākoties radio ražošanai un izplatībai 20. gs. sākumā, katrs ražotājs izmantoja specifiskas elektriskās komponentes, kuras savstarpēji nebija nekādi standartizētas. Laika gaitā ražotāju asociācijas pievērsās šai problēmai un izstrādāja standartizētu kopu ar elektriskajām komponentēm ar fiksētiem raksturlielumiem. Viena no tādām komponentēm bija rezistori, kuriem ieviesa speciālu sistēmu ar noteiktām pretestību vērtībām, kuras aug eksponenciāli, nosaucot tās par E sērijām. Attiecīgi ieviestas tādas sērijas, kā E-3, E-6, E-12, E-24, E-48 un augstākas, kur skaitļi raksturo logaritmisko vērtību skaitu katrā dekādē (piemēram, E-24 sērijai ir 24 pretestības robežās no 10-100 Ω, kā arī 24 pretestību vērtības no 100-1000 Ω utt.).

Tālāk apskatīsim shēmu, kuru vēlas realizēt kāds elektronikas entuziasts, kura rīcībā ir pieejama rezistori no E-24 sērijas:

$$\mathrm{E24}(\Omega): 10, 11, 12, 13, 15, 16, 18, 20, 22, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 43, 47, 51, 56, 62, 68, 75, 82, 91$$



A. (6 punkti) Ja $n = 3$ un $k = 4$, kā jāizvēlas rezistorus no E24 rezistoru sērijas, lai izpildītos shēmā redzamie nosacījumi?

> **Atrisinājums:**
>
> Var viegli izteikt spriegumu uz rezistora R_1:
>
> $$U = IR_1 \tag{1}$$

Tāpat var izteikt kopējo spriegumu ķēdē:

$$nU = I(R_1 + R_2) \tag{2}$$

No tā var izteikt, ka:

$$n = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \tag{3}$$

jeb, savelkot kopīgos, iegūst 1 nosacījumu zemāk (1 punkts):

$$(n-1)R_1 = R_2 \tag{4}$$

Tāpat var alternatīvi sastādīt vienādojumu kopējam sprieguma kritumam ķēdē no kā iegūst (1 punkts):

$$kIR_3 = nU \tag{5}$$

jeb

$$kR_3 = R_1 + R_2 \tag{6}$$

Ja $n = 3$ un $k = 4$, sanāk (1 punkts):

$$\begin{aligned} 2R_1 &= R_2 \\ 4R_3 &= 3R_1 \end{aligned} \tag{7}$$

Tā kā lielākas pretestības rezistors ir $91\,\Omega$ un mazākais $10\,\Omega$, izvēlētajām pretestībām jābūt robežās (1 punkts):

$$\begin{aligned} R_1 \leq \frac{91}{2}; \quad R_1 &\leq 45.5 \\ R_2 &\geq 20 \\ R_3 &\leq 68 \end{aligned} \tag{8}$$

Tā kā pretestības ir veseli skaitļi, zināms, ka R_2 dalās ar 2, R_1 dalās ar 4, R_3 dalās ar 3.

Apskatot E-24 sērijas rezistorus, var konstatēt, ka starp tiem nav iespējams atrast tādus rezistorus, lai realizētu augstāk redzamo shēmu (2 punkti).

B. (4 punkti) Vai ir iespējams realizēt šādu pašu shēmu, ja būtu dota E-12 pretestību sērija no ($10\,\Omega$ līdz $100\,\Omega$)? Atbildi pamato! Ja nepieciešams, uzdevuma ietvaros atbildi noapaļo līdz tuvākajam veselajam skaitlim.

Atrisinājums:

Ņemot vērā augstāk minēto definīciju pretestību sērijas vērtību izvēlei, var uzrakstīt, ka vispārīgā gadījumā N-tās sērijas pretestības būs logaritmiski ekvidistanti sadalītas (1 punkts):

$$R_i = 10e^{\frac{(\ln 100 - \ln 10)}{N}(i-1)} \tag{9}$$

kur ar i tiek apzīmēts E-N pretestību sērijas rezistora kārtas skaitlis pieaugošā secībā (piem., E-12 sērijai $R_0 = 10\,\Omega$, $R_1 \approx 12\,\Omega$, utt.).

Noapaļojot līdz tuvākajam skaitlim, E-12 sērijas vērtības būtu: 10, 12, 15, 18, 22, 26, 32, 38, 46, 56, 68 un 83 (2 punkts). Attiecīgi var noskaidrot, ka arī starp E-12 vērtībām nav atrodamas nepieciešamās pretestību vērtības, lai realizētu shēmu (1 punkts).

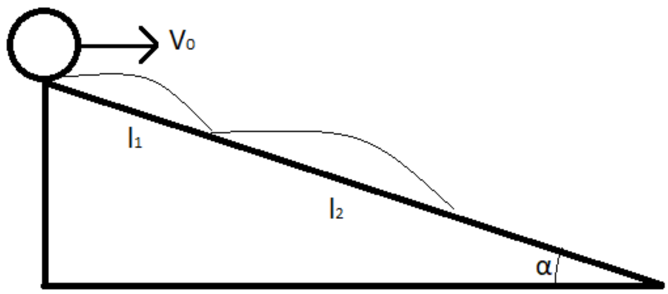
11-2 Elastīgā bumbiņa

Jānītis, tīrot savu istabu, zem gultas atrada sen pazaudēto galda tenisa bumbiņu un nolēma veikt dažus eksperimentus pirms novieto bumbiņu atpakaļ skapī, un salīdzināt iegūtos eksperimentālos rezultātus ar teorētiskajiem rezultātiem, kuru iegūšana būs Jūsu uzdevums.

Tālākais uzdevums sastāvēs no divām savstarpēji nesaistītām daļājm, kuros, ja nav īpaši norādīts, pieņem, ka bumbiņas sadursme ar virsmu ir absolūti elastīga un ka gaisa pretestības ietekme uz bumbiņu ir niecīga un nav vērā ņemama.

A. No slīpās plaknes $\alpha = 30°$ izsviež galda tenisa bumbiņu horizontālā virzienā ar ātrumu V_0.

(A.1) (3 punkti) Aprēķināt attiecību starp bumbas pārvietojumu līdz pirmajam atsitienam ar slīpo plakni un pārvietojumu, bumbai veicot ceļu starp pirmo un otro atsitienu, $\frac{l_2}{l_1}$.



Atrisinājums:

X asi ir izdevīgi izvēlēties pa kalna virsmu lejup, bet y asi – perpendikulāri kalna virsmai. Tā kā bumbiņa bija izmesta horizontālā virzienā, tad tās ātrums V_0 ar kalna virsmu veido leņķi α un sadalās projekcijās $V_{0x} = V_0 \cos\alpha$ un $V_{0y} = V_0 \sin\alpha$. Bumbiņas kustība notiek smaguma spēka ietekmē, tāpēc kustība ir vienmērīgi paātrināta ar paātrinājumu $\vec{g}$. Attiecīgi atrod paātrinājuma projekcijas (0.5 punkti):

$$\begin{aligned} a_y &= -g\cos\alpha \\ a_x &= g\sin\alpha \end{aligned} \tag{10}$$

To ievērojot, izsaka bumbiņas ātruma un koordinātu maiņu atkarībā no laika t:

$$\begin{aligned} V_x &= V_{0x} + a_x t = V_0\cos\alpha + gt\sin\alpha \\ V_y &= V_{0y} + a_y t = V_0\sin\alpha - gt\cos\alpha \\ X &= x_0 + V_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2 = V_0 t\cos\alpha + \frac{1}{2}gt^2\sin\alpha \\ Y &= y_0 + V_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = V_0 t\sin\alpha - \frac{1}{2}gt^2\cos\alpha \end{aligned} \tag{11}$$

Punktā A_1, kurā bumbiņa pirmo reizi atsitas pret kalna virsmu, $y_1 = 0$, tādejādi var aprēķināt lidojuma laiku (0.5 punkti):

$$\begin{aligned} Y_1 &= V_0 t \sin\alpha - \frac{1}{2} g t^2 = 0 \\ t_1 &= \frac{2V_0 \tan\alpha}{g} \end{aligned} \tag{12}$$

Šo laiku ievietojot x koordinātes vienādojumā iegūstam x_1:

$$x_1 = \frac{2V_0^2 \cos\alpha \sin\alpha}{g\cos\alpha} + \frac{2V_0^2 \sin^2\alpha \sin\alpha}{g\cos^2\alpha} \tag{13}$$

Vienādojot saucējus un izmantojot trigonometrisko sakarību $cos^2\alpha + sin^2\alpha = 1$ (0.5 punkti par iegūtu x_1):

$$x_1 = \frac{2V_0^2 \sin\alpha}{g\cos^2\alpha} \tag{14}$$

Tālāk jānosaka sākuma ātruma projekcijas otrajam posmam. Pirmā posma beigās ātruma projekcijas:

$$\begin{aligned} V_{1x} &= V_0\cos\alpha + g t_1 \sin\alpha = \frac{V_0\cos^2\alpha + 2V_0\sin^2\alpha}{\cos\alpha} = \frac{V_0(1+\sin^2\alpha)}{\cos\alpha} \\ V_{1y} &= -V_0\sin\alpha \end{aligned} \tag{15}$$

Līdz ar to otrā posma sākuma ātruma projekcijas (0.5 punkti):

$$\begin{aligned} V'_{0x} &= V_{1x} = \frac{V_0(1+\sin^2\alpha)}{\cos\alpha} \\ V'_{0y} &= -V_{1y} = V_0\sin\alpha \end{aligned} \tag{16}$$

Otrajā posmā bumbiņas lidojuma laiks ir:

$$t_1 = \frac{2V_0\tan\alpha}{g} \tag{17}$$

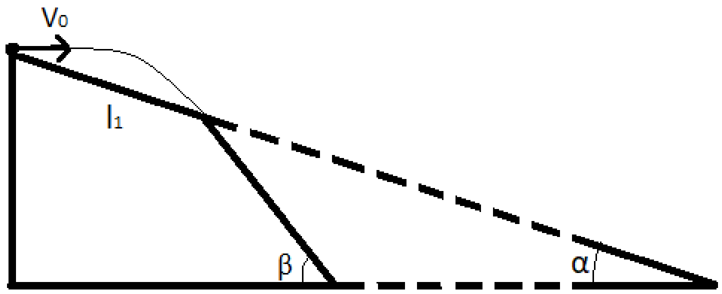
Jāizsaka šī posma koordinātes maiņa atkarībā no laika:

$$\begin{aligned} x = x_1 + \frac{V_0 t(1+\sin^2\alpha)}{\cos\alpha} + \frac{g t^2 \sin\alpha}{2} = x_1 + \frac{2V_0^2 \sin\alpha(1+\sin^2\alpha)}{g\cos^2\alpha} + \frac{2V_0^2\sin\alpha\sin^2\alpha}{g\cos^2\alpha} = \\ = x_1 + \frac{2V_0^2\sin\alpha(1+2\sin^2\alpha)}{g\cos^2\alpha} \end{aligned} \tag{18}$$

Bumbiņas pārvietojumu attiecība (1 punkts):

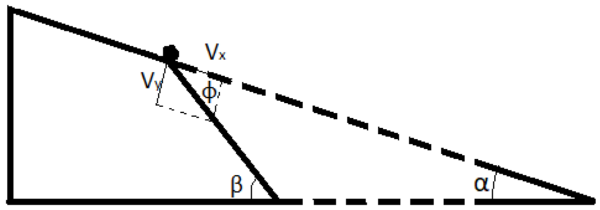
$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{x_2 - x_1}{x_1} = 1 + 2\sin^2\alpha = 1.5 \tag{19}$$

(A.2) (2 punkti) Šajā uzdevuma daļā pieņemt, ka bumbas izmēri ir mazi salīdzinot ar plaknes izmēriem. Aprēķināt, kādam ir jābūt otrās slīpās plaknes leņķim β, lai, bumbai nokļūstot uz tās, nenotiktu atlēciens.



Atrisinājums:

Lai, bumbai nokļūstot uz plaknes ar leņķi β, nenotiktu atlēciens, tās kustības virzienam ir jābūt paralēlam ar plakni (0.5 punkti). Leņķis, ko bumbas kustības ātruma virziens veidos ar pirmo plakni būs (par vienādojumu dot 0.5 punktus):



$$\tan\varphi = \frac{V_y}{V_x} \tag{20}$$

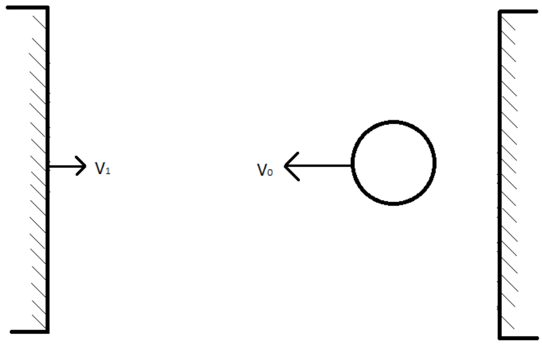
No pirmās daļas noskaidrojām, ka $V_y = V_0 \sin\alpha$ un $V_x = \frac{V_0(1+\sin^2\alpha)}{\cos\alpha}$, tātad:

$$\tan\varphi = \frac{\sin\alpha\cos\alpha}{1+\sin^2\alpha} \tag{21}$$

Tālāk atliek izteikt β (1 punkts):

$$\beta = \alpha + \varphi = \alpha + \arctan\left(\frac{\sin\alpha\cos\alpha}{1+\sin^2\alpha}\right) = 30° + \arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{4(1+0.25)}\right) = 30° + 19° = 49° \tag{22}$$

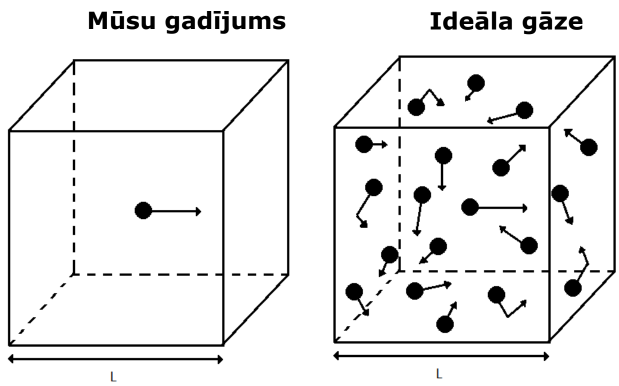
B. Galda tenisa bumbiņa atlec starp divām nekustīgām sienām, starp kurām attālums ir L. Bumbiņas ātrums ir V_0 . Pēc kāda laika Jānītis sāk lēnām grūst vienu no sienām ar konstantu ātrumu V_1 ($V_1 \ll V_0$). Bumbiņas masa ir m, kas ir ievērojami mazāka par sienas masu. Smaguma spēku neņemt vērā uzdevumu risinot.



(B.1) (1 punkts) Kāds būs bumbas ātrums pēc pirmā atsitiena ar kustīgo sienu?

Atrisinājums:
Šo uzdevumu var atrisināt pārejot uz atskaites sistēmu, kurā siena ir nekustīga $V_s = V_1 - V_1 = 0$ un bumbai $V = -V_0 - V_1$ (0.5 punkti).
Pēc sadursmes bumbiņas ātrums šajā atskaites sistēmā $V' = V_0 + V_1$. Atgriežoties sākotnējā atskaites sistēmā sienas ātrums $V_{s1} = 0 + V_1 = V_1$ un bumbas ātrums $V_{01} = V' + V_1 = V_0 + 2V_1$ (0.5 punkti).

Kad kustīgā siena tuvosies otrai, izmainīsies attālums starp sienām, bumbiņas radītais spiediens uz sienām un bumbas kinētiskā enerģija. Tā kā sienas kustības ātrums ir ļoti mazs salīdzinot ar bumbiņas kustības ātrumu, var pieņemt, ka šo sistēmu var aizstāt ar viendimensionālu gāzi - gāzi, kuras molekulas brīvi kustās vienā dimensijā.



(B.2) (1 punkts) Kāds būs bumbas ātrums brīdī, kad attālums starp sienām būs $x = \frac{2}{3}L$?

Atrisinājums:
Mūsu gadījumā "gāze" var kustēties tikai vienā dimensijā - pa x-asi, tātad tai būs brīvības pakāpe $i = 1$ (0.5 punkti). Tā kā viss sienas veiktais darbs tikai izmaina bumbas ("viendimensionālās gāzes") kinētisko enerģiju, tad process ir adiabātisks (0.5 punkti). Adiabātiskā konstante it attiecīgi iegūstama (0.5 punkti):

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{\frac{i}{2}R + R}{\frac{i}{2}R} = 3 \tag{23}$$

Izpildīsies vienādojumi:

$$\begin{aligned} pV^{\gamma} &= pV^3 = const \\ TV^{\gamma-1} &= TV^2 = const \end{aligned} \tag{24}$$

Kur spiediens ir proporcionāls bumbas radītajam spēkam uz sienas, tilpums ir proporcionāls attālumam starp sienām un lielums "Temperatūra" ir proporcionāla bumbas kinētiskajai enerģijai (0.5 punkti).

$$\begin{aligned} p &\sim F \\ V &\sim x \\ T &\sim E_{kin} \sim v^2 \end{aligned} \tag{25}$$

Tātad iegūst sekojošo sakarību (0.5 punkti)

$$\begin{aligned} v^2x^2 &= const \\ vx &= const \end{aligned} \tag{26}$$

Un, samazinot attālumu starp sienām līdz $x = \frac{2}{3}L$, ātrums palielinās līdz (0.5 punkti):

$$v = \frac{3}{2}v_0 \tag{27}$$

(B.3) (3 punkti) Kāds būs bumbas radītais laikā vidējais spēks uz vienu no sienām, kad attālums starp sienām būs $x = \frac{2}{3}L$?

Atrisinājums:

Vienā sadursmē ar sienu tiek atdots impulss $\Delta p = 2mV$ un sadursmes notiek ik pēc laika $\Delta t = 2xV$. Uz sienas laikā vidējais spēks (1 punkts):

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{2mV \cdot V}{2x} = \frac{mV^2}{x} = \frac{27mV_0^2}{8L} \tag{28}$$

11-3 Urāna bagātināšana

Dabā sastopamais urāns (atommasa 238.03 g/mol) ir maisījums no galvenokārt diviem izotopiem: radioaktīvā U-235, kura atommasa ir 235.04 g/mol, un neradioaktīvā U-238, kura atommasa ir 238.05 g/mol. U-235 relatīvā koncentrācija (attiecība starp U-235 atomu skaitu un kopējo urāna atomu skaitu) šajā maisījumā ir maza, taču tieši U-235 ir nepieciešams kodolreaktoru darbināšanai. Tādēļ, lai saražotu kodolstacijās izmantojamo urānu, to ir nepieciešams "bagātināt", proti, palielināt U-235 relatīvo koncentrāciju vismaz līdz 3 procenti. Lai to izdarītu, urānu vispirms pārvērš par gāzveida vielu, urāna heksafluorīdu (UF_6), un dažādos fizikālos procesos atdala tās UF6 molekulas, kas satur U-235 atomus no tām, kas satur U-238 atomus. Vienkāršākajā gadījumā UF_6 gāzi iepilda traukā un ļauj tai izplūst caur nelielu trauka sienā atvērto atvērumu (atvēruma izmērs ir mazāks par molekulu brīvā ceļa garumu). U-235 un U-236 veidoto molekulu atšķirīgo masu dēļ, gāzes izplūdes ātrums šīm molekulām būs atšķirīgs. Savācot caur atvērumu izplūdušo gāzi, atšķirīgo izotopu relatīvā koncentrācija būs izmainījusies. Trauka temperatūru uztur konstantu. Telpa, kurā caur atvērumu izplūst gāze ir daudz lielāka nekā gāzes trauks, un tādēļ gāzes molekulu ieplūšanu atpakaļ traukā var neievērot. Fluora atommasa ir 19.00 g/mol.

A. (1 punkts) Cik liela būs U-235 saturošo molekulu relatīvā koncentrācija traukā īsi pēc atvēruma atvēršanas?

Atrisinājums:

Vispirms atradīsim U-235 koncentrāciju dabā sastopamajā urānā. Zinot, ka vidējā urāna atommasa $m_{vid} = 238.03\,\mathrm{g/mol}$, ir iegūstama kā:

$$m_{vid} = m_{235}x_{235} + m_{238}(1 - x_{235}) \tag{29}$$

kur x_{235} ir U-235 relatīvā koncentrācija (attiecība starp U-235 atomu skaitu un kopējo urāna atomu skaitu). No tā izsakām:

$$x_{235} = (m_{vid} - m_{238})/(m_{235} - m_{238}) = 0.00728 \tag{30}$$

Tas ir krietni mazāk par reaktora darbībai nepieciešamajiem 3 %. Atrastā x_{235} vērtība ir vienāda ar U-235 saturošo molekulu relatīvo koncentrāciju (1 punkts)

B. (3 punkti) Cik liela būs U-235 saturošo molekulu relatīvā koncentrācija no trauka izplūdušajā gāzē īsi pēc atvēruma atvēršanas?

Atrisinājums:

Sagaidāms, ka, gāzei izplūstot caur atvērumu trauka sienā, laika vienībā izplūstošās gāzes daudzums būs atkarīgs no atvēruma laukuma, gāzes molekulu vidējā ātruma (jo ātrākas molekulas, jo vairāk molekulu laika vienībā varēs izkļūt caur atvērumu), bet arī no gāzes koncentrācijas (jo vairāk molekulu ir gāzes traukā, jo vairāk molekulu izplūdīs) (1 punkts).

Kā norādīts, gāzes molekulu ātrums ir atkarīgs no daļiņu masas. Tā kā gāzes molekulu kinētisko enerģiju nosaka trauka temperatūra, kas ir vienāda gan U-235, gan U-238 saturošām UF_6 molekulām), tad arī šo daliņu vidējās kinētiskās enerģijas ir vienādas. Tā kā kinētiskā enerģija daļiņai ir $mv^2/2$, tad var sagaidīt, ka daļiņu ātrumi ir apgriezti proporcionāli kvadrātsaknei no daļiņas masas (1 punkts)

Daļiņu plūsma caur atvērumu tādējādi ir proporcionāla $n/m^{0.5}$, kur n ir daļiņu koncentrācija (daļiņu skaits uz tilpuma vienību). Šī papildus $m^{0.5}$ locekļa dēļ U-235 saturošo molekulu koncentrācija izplūstošajā gāzē būs nedaudz lielāka nekā gāzes koncentrācija traukā. Brīdī tieši pēc atvēruma atvēršanas, U-235 saturošo molekulu relatīvā koncentrācija izplūstošajā gāzē būs:

$$x_{235,b} = \frac{n_{235}/M_{235}^{0.5}}{n_{235}/M_{235}^{0.5} + n_{238}/M_{238}^{0.5}} = \frac{1}{1 + \frac{n_{238}}{n_{235}}\left(\frac{M_{235}}{M_{238}}\right)^{0.5}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{x_{235}} - 1\right)\left(\frac{M_{235}}{M_{238}}\right)^{0.5}} \quad (31)$$

kur $M_{235} = 235.04 + 6 \times 19.00 = 349.04\,\mathrm{g/mol}$ un $M_{238} = 238.05 + 6 \times 19.00 = 352.05\,\mathrm{g/mol}$ ir molmasa UF6 molekulām, kas satur attiecīgi U-235 un U-238 atomus. Ievietojot iegūstam $x_{235,b} = 0.00731$, kas ir nedaudz lielāks nekā x_{235} vērtība, ko atradām (A) punktā (1 punkts)

C. (1 punkts) Cik liela būs U-235 saturošo molekulu relatīvā koncentrācija visā no trauka izplūdušajā gāzē pēc ļoti ilga laika pēc atvēruma atvēršanas?

Atrisinājums:

Ar laiku abu veidu daļiņu koncentrācija traukā samazināsies, attiecīgi samazināsies arī daļiņu plūsmas caur atvērumu. Taču vieglākām daļiņām izmaiņa notiks relatīvi straujāk. Līdz ar to U-235 koncentrācija izplūstošajā gāzē nemitīgi samazināsies, un nekad nesasniegs vairs to vērtību, ko ieguvām B punktā. Skaidrs, ka, ja pēc pietiekami ilga laika, kas ļautu abu veidu UF_6 molekulām izplūst no trauka, tad U-235 saturošo molekulu koncentrācija izplūdušajā gāzē būs tāda pati kā sākotnējā gāzu maisījumā, proti, $x_{235} = 0.00728$ (1 punkts)

D. (1 punkts) Cik liela būs U-235 saturošo molekulu relatīvā koncentrācija traukā pēc ļoti ilga laika pēc atvēruma atvēršanas?

Atrisinājums:

Tā kā U-235 saturošās molekulas izplūdīs no trauka straujāk nekā U-238 saturošās molekulas, tad U-238 saturošo molekulu īpatsvars gāzes traukā nemitīgi palielināsies, un pēc ilga laika U-235 saturošo molekulu relatīvā koncentrācija gāzes traukā būs vienāda ar 0 (1 punkts)

E. (1 punkts) Kāda būs maksimālā sasniedzamā U-235 saturošo molekulu relatīvā koncentrācija no trauka izplūdušajā gāzē?

Atrisinājums:

No (C) punkta izriet, ka augstāk atrastā $x_{235,b} = 0.00731$ vērtība arī būs maksimālā U-235 koncentrācija, ko var sasniegt šajā procesā (1 punkts).

F. (3 punkti) Lai vēl vairāk palielinātu U-235 koncentrāciju, caur atvērumu izplūdušo gāzi savāc, iesūknē atpakaļ traukā un procesu atkārto. Kāds ir minimālais šī procesa atkārtošanas reižu skaits, lai sasniegtu kodolreaktora darbināšanai nepieciešamo U-235 relatīvo koncentrāciju 3 %?

Atrisinājums:

Lai pēc iespējas ātrāk sasniegtu nepieciešamo tīrību, katru reizi gāzes izplūšanu jāaptur īsi pēc atvēruma atvēršanas (protams, tas samazina katrā ciklā iegūstamās gāzes daudzumu). Kā redzējām (B) punktā, U-235 saturošo molekulu relatīvā koncentrācija izplūdušajā gāzē īsi pēc atvēruma atvēršanas ir:

$$x_{235,i} = \frac{1}{1 + n_{238,i}/n_{235,i}} = \frac{1}{1 + \frac{n_{238,i-1}}{n_{235,i-1}}\left(\frac{M_{235}}{M_{238}}\right)^{0.5}} \tag{32}$$

kur $n_{238,i}$ un $n_{235,i}$ ir U-238 un U-235 saturošo molekulu koncentrācijas izplūdušajā gāzē i-tajā ciklā, bet $n_{238,i-1}$ un $n_{235,i-1}$ ir U-238 un U-235 saturošo molekulu koncentrācijas gāzes traukā i-tajā ciklā, kas, savukārt, vienādas ar U-238 un U-235 saturošo molekulu koncentrācijām izplūdušajā gāzē (i-1)-ajā ciklā. Proti, katrā ciklā $n_{238,i}/n_{235,i}$ attiecība samazinās $(M_{238}/M_{235})^{0.5}$ reižu (1 punkts).

Neattīrītajā gāzē $n_{238,0}/n_{235,0} = (1-x_{235})/x_{235} = 136.4$, pēc pirmā cikla šī attiecība samazinās līdz $(1 - x_{235,b})/x_{235,b} = 135.9$, pēc otrā cikla - līdz 135.3, utt.

Kad $x_{235,i}$ pārsniedz 3 %, $(n_{238,i}/n_{235,i})$ kļūst mazāks par $1/0.03 - 1 = 32.3$ (1 punkts).

Tātad, jāatrod tāda mazākā i vērtība, ka:

$$\frac{n_{238,0}}{n_{235,0}}\left(\frac{M_{235}}{M_{238}}\right)^{0.5i} < 32.3 \tag{33}$$

jeb

$$0.5i \ln\frac{M_{238}}{M_{235}} < \ln 32.3 - \ln\frac{n_{238,0}}{n_{235,0}} \tag{34}$$

Ievietojot skaitliskās vērtības, iegūstam $-0.00429i < -1.44$, jeb $i > 335.6$. Proti, lai iegūtu nepieciešamo U-235 tīrību, process jāatkārto 336 reizes (1 punkts).

Jāievēro, ka 336 ir minimālais nepieciešamais atkārtojumu skaits, lai iegūto nepieciešamo tīrību. Taču šajā gadījumā tiek iegūts niecīgs attīrītās gāzes daudzums. Praksē nepieciešams atrast balansu starp katrā solī iegūto U-235 bagātināšanas pakāpi un soļu skaitu. Proti, katrā procesā var turēt atvērumu vaļā ilgāku laiku, lai palielinātu iegūstamās vielas daudzumu, bet zaudējot katrā solī iegūstamo gāzes tīrību, tādējādi palielinot nepieciešamo atkārtojumu skaitu. Praksē gāzu traukus arī saslēdz kaskādēs, lai palielinātu procesa efektivitāti un samazinātu vielas zudumus. Manhetenas projekta laikā, kur līdzīgu metodi pielietoja urāna iegūšanai atombumbai, bija nepieciešams procesu atkārtot 4000 reižu.