NACIONĀLAIS ATTĪSTĪBAS PLĀNS 2020
EIROPAS SAVIENĪBA
Eiropas Sociālais fonds
atbalsts izcilībai
IEGULDĪJUMS TAVĀ NĀKOTNĒ
8.3.2.1./16/I/002
NACIONĀLA UN STARPTAUTISKA MĒROGA PASĀKUMU ĪSTENOŠANA IZGLĪTOJAMO TALANTU ATTĪSTĪBAI
Strūgu iela 4, Rīga, LV-1003, tālr. 67350966, e-pasts: info@832.visc.gov.lv

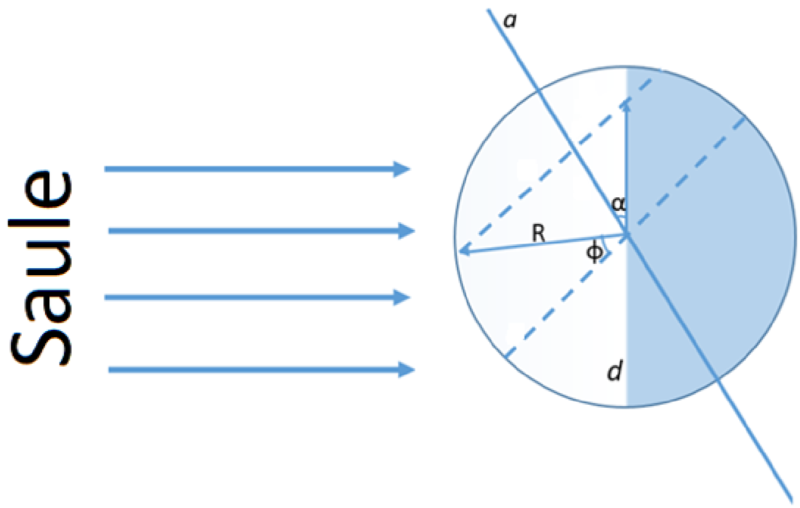
Fizikas Valsts 73. olimpiāde
Trešā posma uzdevumi 10. klasei

10-1 Līgo uz Marsa

Šajā uzdevumā apskatīsim kā astronomiskie saulgrieži izpaužas uz Marsa un novērtēsim īsākās nakts garumu.

A. Izmanto ilustrāciju zemāk, kā arī sekojošos lielumus:

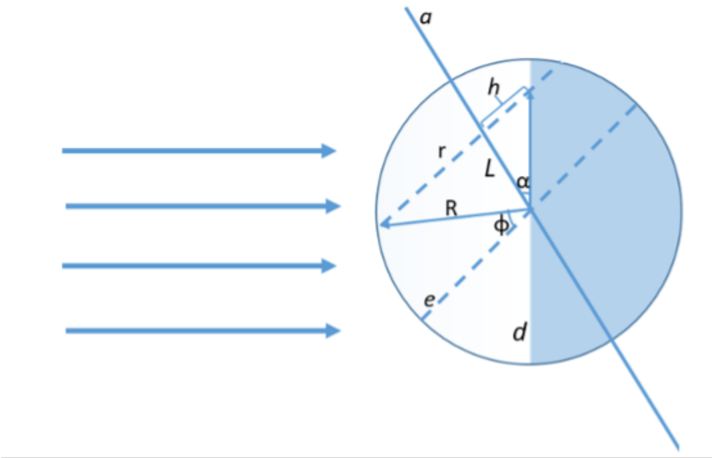
1. Marsa rotācijas ass (a) veido 25.19° leņķi (α) ar tās orbītas plaknes perpendikulu (d)
2. Diennakts ilgums uz Marsa ir 24 stundas un 40 minūtes
3. Ģeogrāfiskais platums attēlā ir apzīmēts ar Φ, planētas rādiuss ar R



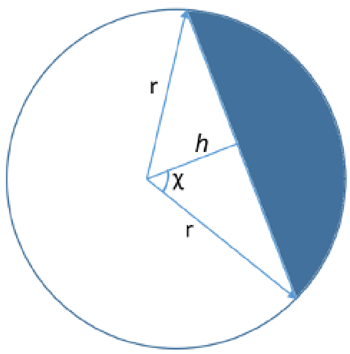
Attēls 1: Projekcija plaknē, kuru veido rotācijas ass (a) un Marsa orbītas rādiusvektors visīsākajā naktī.

(A.1) (4 punkti) Aprēķini, cik gara ir visīsākā nakts uz Marsa Rīgas platuma grādos (57°).

Atrisinājums:
Att. 2 ir redzama skice risinājumam. Planēta ir parādīta sānu projekcijā, kad līnija d, kas atdala apgaismotu un neapgaismotu planētas daļas, sakrīt ar diametru. Šajā gadījuma leņķis α vasara saulgriežos atbilst ass (a) slīpumam. Kopēja stratēģija ir atrast ēnā esošo r-apļa leņķisko daļu (att. 3). Šai daļai jāatbilst tumšajai diennakts daļai, jo vienmērīgas rotācijas gadījumā punkts pavadīs tādu laiku ēnā, kura ir proporcionāla tumsas daļas leņķiskam izmēram.



Attēls 2: Skice ar apzīmējumiem



Attēls 3: Projekcija plaknē, kura ir perpendikulāra rotācijas asij

No att. 2 seko, ka $r = R\cos\Phi$ un (1 punkts):

$$\tan\alpha = \frac{h}{L} = \frac{h}{R\sin\Phi} \rightarrow h = R\sin\Phi\tan\alpha \tag{1}$$

No att. 3 iegūstams (1 punkts):

$$\cos\chi = \frac{h}{r} = \frac{R\sin\Phi\tan\alpha}{R\cos\Phi} \tag{2}$$

jeb

$$\chi = \arctan(\tan\Phi\tan\alpha) \tag{3}$$

Tālāk var izteikt (1 punkts):

$$\nu = \frac{2\chi}{2\pi} = \frac{\arccos(\tan\Phi\tan\alpha)}{\pi} \tag{4}$$

Kur ν ir relatīva apļa daļa, kas atrodas tumsā, un χ ir izteikts radiānos. Nakts garumu tagad var aprēķināt kā $\tau = T\cdot\nu$, kur T ir diennakts garums. Izmantojot dotos lielumus, sanāk: $T \approx 5\,\mathrm{h}\,58\,\mathrm{m}$ (1 punkts).

(A.2) (3 punkti) Ja apstākļi neatbildīs saulgriežiem, kā mainīsies leņķis starp rotācijas asi un dienas/nakts atdalīšanas plakni? Izmantojot rezultātus no iepriekšēja uzdevuma un faktu, ka Marsa gadā ir 687 (Zemes) diennaktis, atrodi formulu dienas ilgumam uz Marsa atkarībā no ģeogrāfiskā platuma un kalendārās dienas (par jauna gada datumu var paņemt visīsāko nakti). Pirmajā tuvinājumā var pieņemt, ka Saule, skatoties no planētas, ir punktveida gaismas avots, un ka planētas orbitālais pārvietojums vienā diennaktī ir niecīgs.

Padoms: ja apstākļi neatbilst saulgriežiem, leņķis α ir nevis ass slīpums, bet ir leņķis, kuru veido ass projekcija sānu plaknē ar līniju d atbilstošā momentā

Atrisinājums:

Ja apstākļi neatbilst saulgriežiem, leņķis α ir nevis ass slīpums, bet ir leņķis, kuru veido ass projekcija sānu plaknē ar līniju d atbilstošā momentā. Ja leņķis starp sānu plakni un asi ir θ, tad ass projekcija uz plakni ir:

$$L' = L\cos\theta \tag{5}$$

Un, samainot iepriekšējā uzdevumā L ar L', sanāk formula (1 punkts):

$$\tan\alpha = \tan s\cos\theta \tag{6}$$

kur s ir īstais ass slīpuma leņķis. Tā kā gada laikā rotācijas ass precesē ap orbītas perpendikulu ar leņķisko ātrumu $\omega = 2\pi/T_0$, kur T_0 orbitālais periods, var secināt, ka leņķis θ vienā gada ilgumā mainās kā (1 punkts):

$$\theta = \omega t = \frac{2\pi t}{T_0} \tag{7}$$

Leņķis α ir tad definēts caur izteiksmi:

$$\tan\alpha = \tan s\cos(\omega t) \tag{8}$$

Ievietojot šo izteiksmi pēdējā formulā no iepriekšējā punkta var dabūt:

$$\nu = \frac{2\chi}{2\pi} = \frac{\arccos(\tan\Phi\tan s\cos(\omega t))}{\pi} \tag{9}$$

Un galīgā formula nakts garumam ir (1 punkts):

$$\tau = T\frac{\arccos(\tan\Phi\tan s\cos(\omega t))}{\pi} \tag{10}$$

B. Tālāk apskatīsim kādas kļūdas tiek ieviestas dažādu tuvinājumu dēļ un kā var tās novērst.

(B.1) (1 punkts) Līgo nakts garums Rīgas platumā uz Zemes ir 6 stundas 8 minūtes. Kāda ir atšķirība, ja īsākās nakts garums tiek aprēķināts atbilstoši 1. daļas 1. jautājuma (A1) iegūtiem rezultātiem? (Diennakts garums uz Zemes ir 23 stundas 56 minūtes, rotācijas ass slīpums ir 23.44°) Kāpēc rodas atšķirība un vai rezultāti aprēķiniem uz Marsa ir precīzāki?

Atrisinājums:

Aprēķinot pēc (4) iegūtas formulas nakts garums sanāk $t \approx 6\,\mathrm{h}\,24\,\mathrm{m}$ (0.5 punkti).

Atšķirība ir galvenokārt skaidrojama ar to, ka Saulei, skatoties no Zemes, ir galīgie leņķiskie izmēri un ar to, ka, ejot caur Zemes atmosfēru gaismas stari bīdās refrakcijas dēļ. Tā kā Marss ir tālāk un to atmosfēra daudz retākā nekā uz Zemes, ir sagaidāms, ka šie efekti būs **mazāki** nekā uz Zemes (0.5 punkti).

(B.2) (2 punkti) Saules rādiuss ir 696 000 km, un, pieņemot, ka orbītas ir pilnībā apaļas, orbītu rādiusi ir 228 106 km Marsam un 150 106 km Zemei. Izmantojot šo informāciju, izdari korekciju formulā un ņem vērā Saules leņķiskus izmērus. Cik lielā ir šī korekcija Marsam un Zemei?

Atrisinājums:

Saules leņķiskie izmēri (radiānos) var tikt aprēķināti pēc formulas (1 punkts):

$$m = \frac{2R_S}{D} \tag{11}$$

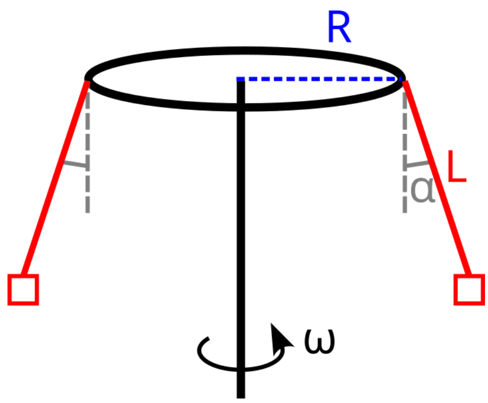
Kur R_S ir Saules rādiuss un D ir distance līdz planētai. Sanāk 0.5° Zemei un 0.35° Marsam. Kad Saules centrs aiziet pāri horizontam, puse no tā vēl ir redzama. Līdz ar to leņķis 2χ samazinās par $m/2$ vakarā un par $m/2$ rītā. Korekcijas lielums priekš 2χ lielumam ir (1 punkts):

$$\Delta_1(2\chi) = m \tag{12}$$

un koriģēti nakts garumi Zemei ir 6 h 20 m un Marsam 5 h 55 m.

10-2 Rotācija

A. Atrakciju parkā rotējošā karuselī pie virvēm ir piestiprināti $N = 4$ sēdekļi, katrā no kuriem sēž cilvēks. Kopējā viena sēdekļa un cilvēka masa $m = 100\,\mathrm{kg}$. Virvju augšējie gali ir piestiprināti attālumā $R = 5\,\mathrm{m}$ no rotācijas ass (simetriski), vienas virves garums $L = 2\,\mathrm{m}$. Karuselis rotē ar leņķisko ātrumu omega tā, ka leņķis, par kādu virve novirzās no vertikāles $\alpha = 60°$, skat. attēlu (mērogs nav ievērots). Risinot uzdevumu, pieņemt, ka virvju masu var neņemt vērā; sēdekļus un cilvēkus uzskatīt par punktveida ķermeņiem. Brīvās krišanas paātrinājums $g = 9.8\,\mathrm{m/s^2}$



(A.1) (1 punkts) Aprēķināt virves sastiepuma spēku.

Atrisinājums:
Uzraksta Ņūtona 2. likumu vertikālā virzienā (0.5 punkti):

$$F_s \cos(\alpha) = mg \tag{13}$$

no kurienes izsaka (0.5):

$$F_s = \frac{mg}{\cos(\alpha)} = 1.96\,\mathrm{kN} \tag{14}$$

(A.2) (1.5 punkti) Aprēķināt karuseļa rotācijas periodu.

Atrisinājums:
Uzraksta Ņūtona 2. likumu vertikālā virzienā:

$$F_s \cos(\alpha) = mg \tag{15}$$

kā arī horizontālā virzienā:

$$F_s \sin(\alpha) = m\omega^2 r \tag{16}$$

Izdalot otro vienādojumu ar pirmo, iegūst (0.5 punkti):

$$\tan(\alpha) = \frac{\omega^2 r}{g} \tag{17}$$

Rādiusu r izsaka, izmantojot trigonometriskas sakarības:

$$\sin(\alpha) = \frac{(r - R)}{L} \tag{18}$$

no kurienes seko (0.5 punkti):

$$r = R + L\sin(\alpha) = 6.73\,\mathrm{m} \tag{19}$$

Aprēķina:

$$\omega = \sqrt{\frac{g\tan(\alpha)}{r}} = 1.588\,\mathrm{rad/s} \tag{20}$$

Un attiecīgi periods (0.5 punkti):

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 3.96\,\mathrm{s} \tag{21}$$

(A.3) (1.5 punkti) Novērtēt laiku, kādā karuselis, kas sākotnēji ir nekustīgs, tiks iegriezts, ja tā motors spēj nodrošināt nemainīgu jaudu $P = 3\,\mathrm{kW}$. Pieņemt, ka pašas karuseļa konstrukcijas masa ir daudz mazāka par sēdekļu masu.

Atrisinājums:
Karuselim jāpiešķir papildus enerģija, kas tiek patērēta kinētiskās un potenciālās enerģijas palielināšanai (0.5 punkti):

$$\Delta E = N\left(\frac{mv^2}{2} + mg\Delta h\right) \tag{22}$$

kur augstuma starpība starp rotējošu un nekustīgu karuseli (0.5 punkti):

$$\Delta h = L(1-\cos(\alpha)) = 1\,\mathrm{m} \tag{23}$$

Aprēķinot, iegūst $\Delta E = 26.8\,\mathrm{kJ}$. Neiedziļinoties iegriešanas procesa dinamikā, iegriešanas laiku novērtē kā (0.5 punkti):

$$t = \frac{\Delta E}{P} = 8.9\,\mathrm{s} \tag{24}$$

B. Cits karuselis rotē ar leņķisko ātrumu $\omega = 0.2\,\mathrm{apgr/s}$. $R = 5\,\mathrm{m}$, $L = 2\,\mathrm{m}$.

(B.1) (1.5 punkti) Aprēķināt leņķi, par kādu novirzīsies virve no vertikāles.

Atrisinājums:
No iepriekš iegūtajām sakarībām:

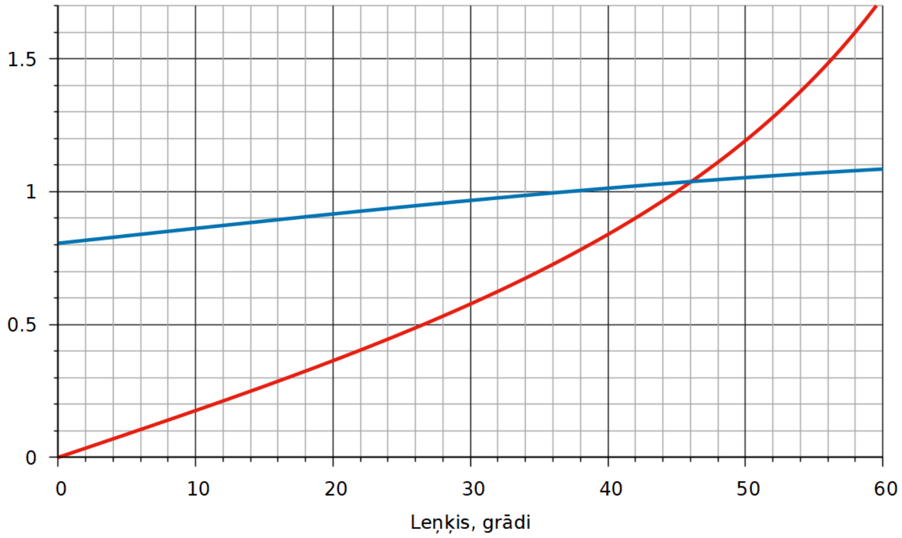
$$\begin{aligned} F_s\cos(\alpha) &= mg \\ F_s\sin(\alpha) &= m\omega^2 r \\ r &= R + L\sin(\alpha) \end{aligned} \tag{25}$$

iegūst vienādojumu (0.5 punkti):

$$\tan(\alpha) = \frac{\omega^2(R + L\sin(\alpha))}{g} \tag{26}$$

no kura leņķis α vispārīgā veidā nav izsakāms. Šo vienādojumu iespējams atrisināt vai nu grafiski, vai, lietojot pakāpenisko tuvinājumu metodi.

Risinot grafiski, zīmē divas līknes atkarībā no leņķa α: $\tan(\alpha)$ un $\frac{\omega^2(R+L\sin(\alpha))}{g}$, ievietojot dotās ω, R, L un g vērtības. Atrodot abu līkņu krustpunktu, nosaka meklēto leņķi $\alpha = 46°$:



Cits iespējamais risinājums ir pakāpenisko tuvinājumu metode. Vispirms tiek izvēlēts sākotnējais leņķis α, piem., $\alpha_0 = 0°$. Izmantojot to, aprēķina vienādojuma labās puses vērtību $\frac{\omega^2(R+L\sin(\alpha_0))}{g}$. To pielīdzina kreisās puses izteiksmei $\tan(\alpha_1)$, no kurienes aprēķina jauno leņķa α vērtību α_1. Šo aprēķinu ķēdīti turpina:

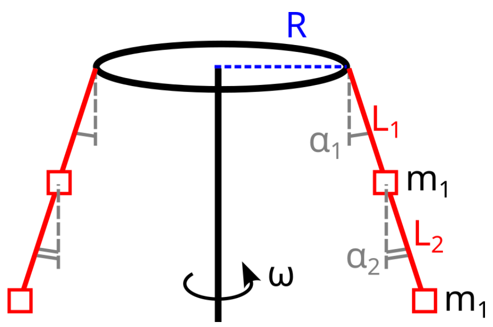
$$\frac{\omega^2(R+L\sin(\alpha_1))}{g} \to \tan(\alpha_2) \to \frac{\omega^2(R+L\sin(\alpha_2))}{g} \to \tan(\alpha_2) \to \dots \qquad (27)$$

kamēr leņķis vairs būtiski nemainās. Tabulā parādīts aprēķins, kurā redzams, ka jau pēc 4 atkārtojumiem iegūstam to pašu α vērtību, ko ieguvām ar grafisko metodi:

$\tan(\alpha)$	α, grādi
0.8057	38.8578
1.0079	45.2246
1.0345	45.9703
1.0374	46.0514
1.0377	46.0601
1.0377	46.0610

Atbilde: $\alpha = 46°$ (0.5p risināšanas metodes izvēle un paskaidrojums + 0.5p skaitliskā vērtība).

C. Aplūkosim sarežģītāku situāciju, kad pie rotējoša ķermeņa ar masu m_1 ir piesiets otrs ķermenis ar masu m_2. Virvju garumi ir L_1 un L_2, skat. attēlu (attēls ir shematisks un neataino patieso situāciju). Virvju masu neņemt vērā.



(C.1) (1.5 punkti) Vispārīgā veidā noskaidrot, kurš no leņķiem α_1 un α_2, ko veido virves ar vertikāli, ir lielāks.

Atrisinājums:
Vispirms uzraksta Ņūtona 2. likumu 2. ķermenim (brīvajā galā). Vertikālā virzienā:

$$F_{s2}\cos(\alpha_2) = m_2 g \tag{28}$$

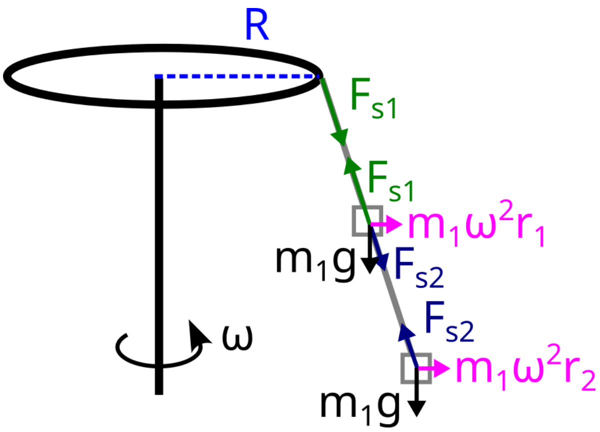
horizontālā virzienā:

$$F_{s2}\sin(\alpha_2) = m_2\omega^2 r_2 \tag{29}$$

Izdalot otro vienādojumu ar pirmo, iegūst:

$$\tan(\alpha_2) = \frac{\omega^2 r_2}{g} \tag{30}$$

Pirmajam ķermenim ir jāņem vērā abi sastiepuma spēki, skat. shematisku attēlu (0.5 punkti par pareizi uzzīmētu shēmu, ieviesti rādiusi r_1 un r_2):



Vertikālā virzienā:

$$F_{s1}\cos(\alpha_1) = m_1 g + F_{s2}\cos(\alpha_2) \tag{31}$$

un horizontālā virzienā:

$$F_{s1}\sin(\alpha_1) = m_1\omega^2 r_1 + F_{s2}\sin(\alpha_2) \tag{32}$$

Izdalot otro vienādojumu ar pirmo un ņemot vērā vienādojumus 2. ķermenim, iegūst (0.5 punkti):

$$\alpha_1 = \frac{\omega^2}{g}\frac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 + m_2} \tag{33}$$

Tā kā

$$\frac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} r_1 + \frac{m_2}{m_1 + m_2} r_2 \leq r_2 \tag{34}$$

tad $\tan(\alpha_1) \leq \tan(\alpha_2)$ un $\alpha_1 \leq \alpha_2$ (0.5 punkti). Vienādības zīme ir spēkā tikai gadījumā, kad $m_1 = 0$, kas faktiski atbilst vienai virvei ar vienu ķermeni.

D. Visbeidzot, apskatīsim pie karuseļa piekārtu ķēdi, ko tuvināti varam apskatīt un aprakstīt kā daudzus ($N \gg 1$) vienādus ķermeņus ar masu m, kas secīgi iekārti vieglās īsās virvēs, skat. attēlu (attēls ir shematisks un neataino patieso ķēdes formu) uzdevuma beigās. Katras virves garums ir L, virvju masu neņemt vērā.

(D.1) (1.5 punkti) Tuvināti atrast šādas ķēdes formu, t.i., aprakstīt un uzskicēt, kā mainās leņķis

α no piestiprināšanas punkta līdz ķēdes brīvajam galam.

Atrisinājums:
Rīkojoties līdzīgi kā iepriekšējā punktā, izrakstām vienādojumus, sākot no ķēdes brīvā gala:

$$\begin{aligned} F_{s,N}\cos(\alpha_N) &= mg \\ F_{s,N}\sin(\alpha_N) &= m\omega^2 r_N \end{aligned} \tag{35}$$

Nākamajam posmam:

$$\begin{aligned} F_{s,N-1}\cos(\alpha_{N-1}) &= mg + F_{s,N}\cos(\alpha_N) = 2mg \\ F_{s,N-1}\sin(\alpha_{N-1}) &= m\omega^2 r_{N-1} + F_{s,N}\sin(\alpha_N) = m\omega^2(r_N + r_{N-1}) \end{aligned} \tag{36}$$

Trešajam posmam no beigām analogi kā iepriekšējam:

$$\begin{aligned} F_{s,N-2}\cos(\alpha_{N-2}) &= mg + F_{s,N-1}\cos(\alpha_{N-1}) = 3mg \\ F_{s,N-2}\sin(\alpha_{N-2}) &= m\omega^2 r_{N-2} + F_{s,N-1}\sin(\alpha_{N-1}) = m\omega^2(r_N + r_{N-1} + r_{N-2}) \end{aligned} \tag{37}$$

Attiecīgi vispārinot, iegūstam sakarību priekš pirmā posma:

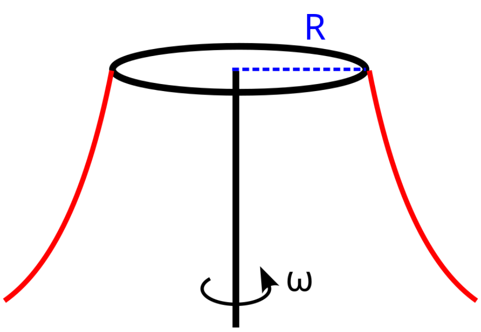
$$\begin{aligned} F_{s,1}\cos(\alpha_1) &= mg + F_{s,2}\cos(\alpha_2) = Nmg \\ F_{s,1}\sin(\alpha_1) &= m\omega^2 r_1 + F_{s,2}\sin(\alpha_2) = m\omega^2(r_N + r_{N-1} + \ldots + r_2 + r_1) \end{aligned} \tag{38}$$

Izdalot atbilstošos vienādojumus, iegūstam (1 punkts):

$$\begin{aligned} \tan(\alpha_N) &= \frac{\omega^2}{g} r_N \\ \tan(\alpha_{N-1}) &= \frac{\omega^2}{g}\frac{(r_N + r_{N-1})}{2} \\ \tan(\alpha_{N-2}) &= \frac{\omega^2}{g}\frac{(r_N + r_{N-1} + r_{N-2})}{3} \\ \ldots \\ \tan(\alpha_1) &= \frac{\omega^2}{g}\frac{(r_N + r_{N-1} + \ldots + r_2 + r_1)}{N} \end{aligned} \tag{39}$$

kuros redzams, ka i-to leņķi aprēķina, izmantojot vidējo aritmētisko rādiusu no visiem ķēdes posmiem no i līdz N.

Tā kā $r_1 < r_2 < \ldots < r_{N-2} < r_{N-1} < r_N$, tad $\tan(\alpha_1) < \tan(\alpha_2) < \ldots < \tan(\alpha_{N-2}) < \tan(\alpha_{N-1}) < \tan(\alpha_N)$ un arī $\alpha_1 < \alpha_2 < \ldots < \alpha_{N-2} < \alpha_{N-1} < \alpha_N$, jeb, tuvojoties ķēdes brīvajam galam, leņķis pakāpeniski pieaug (0.5 punkti par skaidrumu un shematisko zīmējumu):



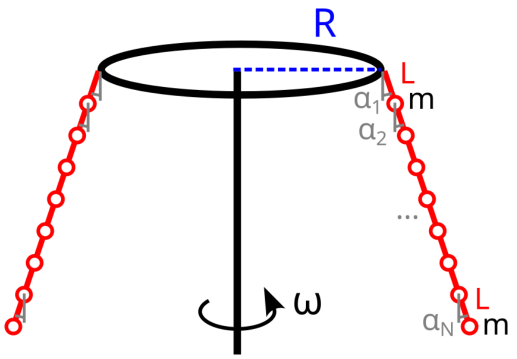
(D.2) (1.5 punkti) Aprēķināt leņķi pie pēdējā ķēdes posma (brīvā gala), ja zināms, ka $R = 5\,\mathrm{m}$, leņķis pie pirmā ķēdes posma $\alpha_1 = 60°$, bet pēdējā posma rādiuss $r = 6.76\,\mathrm{m}$.

Atrisinājums:

Izmantojam iepriekš iegūtās sakarības $\tan(\alpha_N) = \frac{\omega^2}{g}$ un $\tan(\alpha_1) = \frac{\omega^2}{g}\frac{(r_N+r_{N-1}+...+r_2+r_1)}{N}$, kur $r_1 = R$ un $r_N = r$ (0.5 punkti).

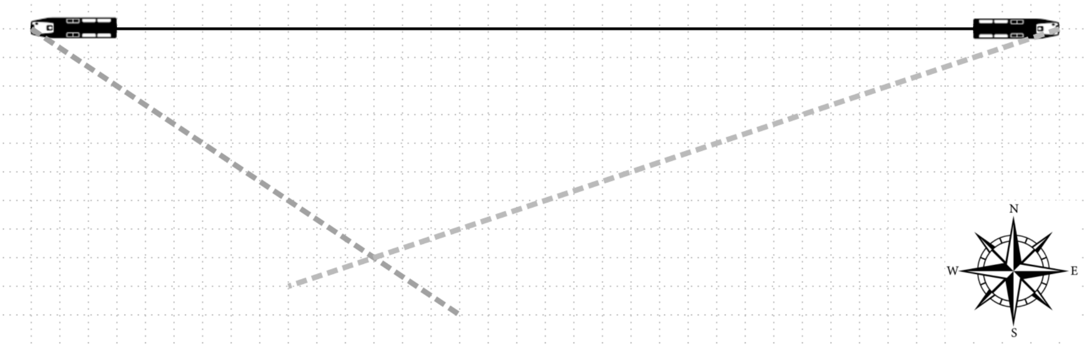
Izteiksme $\frac{r_1+...+r_N}{N}$ izsaka ķēdes masas centra pozīciju. Pieņemot, ka ķēde ir gandrīz taisna (tās izliekums ir mazs jeb leņķi 1 un N atšķiras nebūtiski, to var aprēķināt kā $\frac{R+r}{2}$. Šo pašu rezultātu iespējams iegūt, ievērojot, ka taisnai ķēdei rādiusi r veido aritmētisko progresiju, kuras pirmais loceklis ir r_1 un pēdējais (N-tais) r_N. Progresijas summa $r_1 + \ldots + r_N = \frac{N(r_1+r_N)}{2}$, no kurienes aprēķina $\frac{r_1+...+r_N}{N} = \frac{r_1+r_N}{2} = \frac{R+r}{2}$ (0.5 punkti).

Atbrīvojoties no nezināmā rotācijas ātruma, $\tan(\alpha_N) = \frac{2r}{R+r}\tan(\alpha_1)1 = 1.99$ un $N = 63.3$ (0.5 punkti). Kā redzams, šis atrisinājums ir gana precīzs, jo pieņēmums par to, ka ķēde ir praktiski taisna (leņķis mainās maz), apstiprinājās.



10-3 Kad acis sāp, tad dūmiem vaina

Tvaika lokomotīves (kā piemēram, Alūksnes Bānīša) dzinējs izdala dūmus, kas ceļas augšā caur skursteni un veido dūmu stabu. Var pieņemt, ka, atstājot skursteni, dūmu daļiņas uzreiz sajaucas ar apkārtējo gaisu un gandrīz nekustās attiecībā pret to, izņemot lēnu pacelšanos uz augšu.

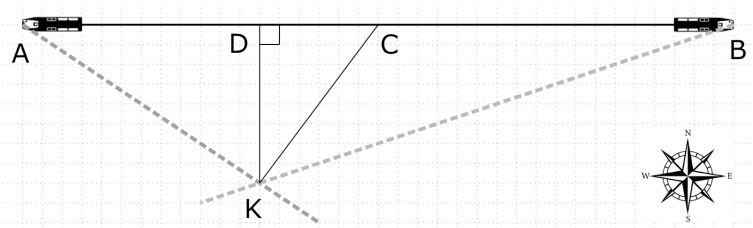


Attēls 4: Dūmu stabi, ko rada divas lokomotīves, kustoties pretējos virzienos.

A. (4 punkti) Divas šādas lokomotīves brauc pretējos virzienos un pabrauca viena otrai garām. Lokomotīvju ātrumi ir vienādi. Virs tām lido lidmašīna. Skatoties no augšas, lidmašīnas pilots redz bildi, kas attēlota 1. att. Dzelzceļš ir attēlots ar melno līniju, dūmu stabi - ar pelēkām raustītajām līnijām. Kurā virzienā pūš vējš? (aprēķiniet vēja virzienu pēc iespējas precīzāk)

Atrisinājums:

Tā kā dūmi atrodas uz dienvidiem no dzelzceļa, var secināt, ka vējš pūš **apmēram dienvidu virzienā (1 p.)**. Tomēr šī atbilde ir ļoti neprecīza, jo dūmu stabi nav simetriski. Tā kā labais stabs ir garāks, aptuvenais vēja virziens ir **uz dienvidrietumiem (1 p.)**. Lai precīzāk izrēķinātu vēja virzienu, jāņem vērā, ka brīdī, kad lokomotīves pabrauca garām viena otrai, to izlaistie dūmi atradās ļoti tuvu. Tātad lokomotīvju satikšanas brīdim atbilst dūmu stabu krustpunkts. Laikam ritot uz priekšu, dūmu stabu krustpunkts tiek aiznests vēja virzienā **(1 p.)**. Tā kā lokomotīvju ātrumi ir vienādi, to satikšanās vieta bija pa vidu starp šā brīža atrašanās vietām, t.i. punktā C (sk. 2. att.). No taisnleņķa trijstūra DCK var atrast leņķi starp CK un dzelzceļu: $\angle DCK = \arctan(DK/DC) = 53°$ **(1 p.)** Tātad, leņķis starp vēja virzienu un ziemeļiem ir $90° + 53° = 143°$.



Attēls 5: Dūmu stabi, to krustpunkts un palīgtrīsstūris DCK.

B. (2 punkti) Katras lokomotīves ātrums ir 20 km/h. Aprēķiniet vēja ātrumu!

Atrisinājums:

Laikā, kurā labējā lokomotīve nobrauc attālumu CB, dūmu krustpunkts, kas pārvietojas ar vēja ātrumu, veic attālumu CK **(1 p.)**. Tātad vēja ātrumu v_v un lokomotīves ātrumu v_L saista proporcija:

$$\frac{v_\mathrm{v}}{v_\mathrm{L}} = \frac{CK}{CB} \tag{40}$$

un $v_\mathrm{v} = v_\mathrm{L} \cdot CK/CB = v_\mathrm{L}\sqrt{DK^2 + DC^2/CB} = v_\mathrm{L} \cdot 10/18 = 11.1$ km/h **(1 p.)**. Piezīme: ja skolēns atrisinājumā izmanto nevis CK, bet DK, un iegūst 8.89 km/h, var iedot **(1 p.)**.

C. (1 punkts) Vilciena tuvumā lidoja gulbis un nejauši trāpīja dūmu mākonī. Ja vējš pūš ziemeļu virzienā, kurā virzienā jāpagriežas gulbim, lai pēc iespējas ātrāk izkļūtu no dūmiem?

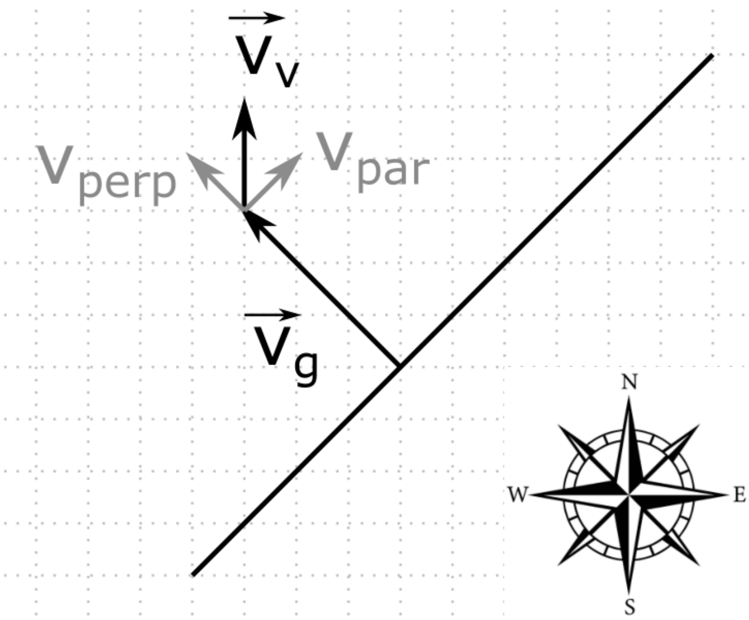
Atrisinājums:

Tā kā gulbis kustās attiecībā pret apkārtējo gaisu, bet dūmi nekustās attiecībā pret apkārtējo gaisu, tad gulbis var lidot jebkurā virzienā, t.i. neņemt vērā vēja virzienu! (**0.5 p.** par jebkuru virzienu, **0.5 p.** par pamatojumu, kāpēc virziens var būt jebkurš).

D. (2 punkti) Gulbis veiksmīgi izkļuva no dūmiem un saprata, ka no sliedēm jāturas pa gabalu. Gulbis mēģina lidot prom no sliedēm, t.i. perpendikulāri tām, ar ātrumu 7 km/h attiecībā pret apkārtējo gaisu. Ar cik lielu ātrumu gulbis īstenībā attālinās no sliedēm, ja vēja ātrums ir 3 km/h ziemeļu virzienā, bet sliedes ved ziemeļaustrumu virzienā?

Atrisinājums:

Vēja komponente v_par, kas ir paralēla sliedēm, nemaina ātrumu, ar kuru gulbis attālinās no tām. Tātad, atbildot uz jautājumu, jāņem vērā tikai vēja komponente, kas ir perpendikulāra sliedēm $v_\mathrm{perp} = v_\mathrm{v}\cos 45° = 3 \cdot \sqrt{2}/2 = 2.12$ km/h, un ir vērsta ziemeļrietumu virzienā, sk. 3. att. **(1 p.)**. Ja gulbis lido ziemeļrietumu virzienā, tā ātrums ir $7 + 2.12 = 9.12$ km/h **(0.5 p.)**. Tomēr lidot "perpendikulāri sliedēm" iespējams arī citā virzienā - dienvidaustrumu virzienā, tad v_perp traucē gulbim un tas attālinās no sliedēm ar ātrumu 7 - 2.12 = 4.88 km/h. **(0.5 p.)**

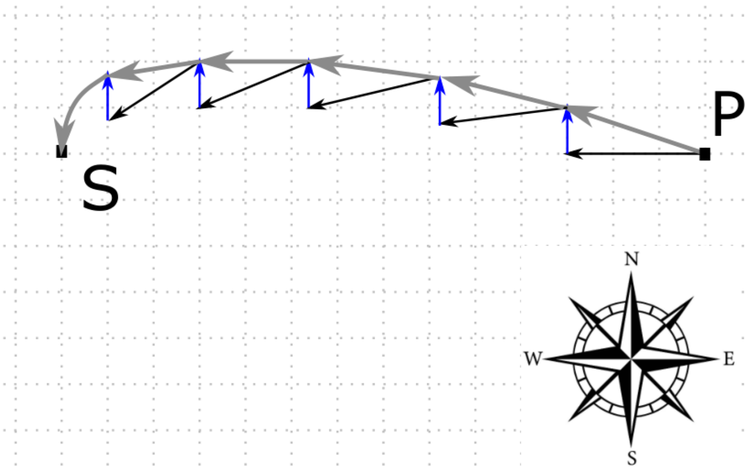


Attēls 6: Gulbja ātrums un vēja ātruma komponentes.

E. (1 punkts) Gulbis nolēma doties uz Alūksnes stacijas ēku (gulbis visu laiku skatās uz šo ēku un mēģina lidot tieši tās virzienā). Uzskicējiet aptuvenu gulbja trajektoriju, ja šī ēka atrodas uz rietumiem no gulbja sākotnējās pozīcijas, bet vējš pūš ziemeļu virzienā?

Atrisinājums:

Var zīmēt šo trajektoriju pakāpeniski: sākot no punkta P, gulbis nolido nelielu attālumu stacijas S virzienā (sk. 4. att., melnā bultiņa), bet tiek nedaudz aiznests vēja virzienā (zilā bultiņa). Rezultātā gulbja pārvietojumam atbilst pelēkā bultiņa. Uzzīmējot šos pārvietojumus vairākas reizes, redzam, ka trajektorija kļūst izliekta ziemeļu virzienā **(1 p.)**.



Attēls 7: Gulbja trajektorija, lidojot Alūksnes stacijas virzienā.