Valsts izglītības satura centrs
NACIONĀLAIS ATTĪSTĪBAS PLĀNS 2020
EIROPAS SAVIENĪBA
Eiropas Sociālais fonds
IEGULDĪJUMS TAVĀ NĀKOTNĒ

Projekta numurs: 8.3.2.1/16/I/002

Nacionāla un starptautiska mēroga pasākumu īstenošana izglītojamo talantu attīstībai

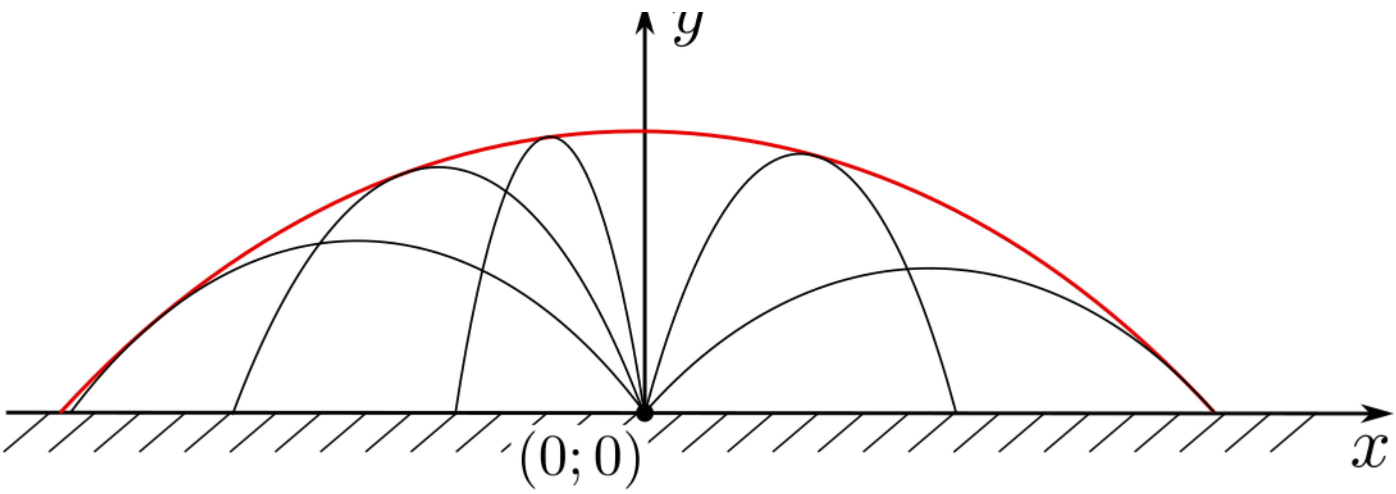
Fizikas valsts 71. olimpiāde
Trešā posma uzdevumi 10. klasei

10 – 1 Slīpais sviediens

Akmens tiek mests ar ātrumu v no plakanas, horizontālas zemes homogēnā gravitācijas laukā $g = 9.81\,\frac{m}{s^2}$. Neņem vērā gaisa pretestību.

A
Pierādi, ka akmens aizlidos vistālāk, ja tas tiks mests 45^0 leņķī pret vertikāli. Cik tālu tas tādā gadījumā aizlidos? **[2 p]**

B
Neatkarīgi, kādā leņķī tas tiek mests, akmens trajektorija pieskaras parabolai $y = ax^2 + b$, kur koordinātu sākumpunkts ir akmens izmešanas punkts.



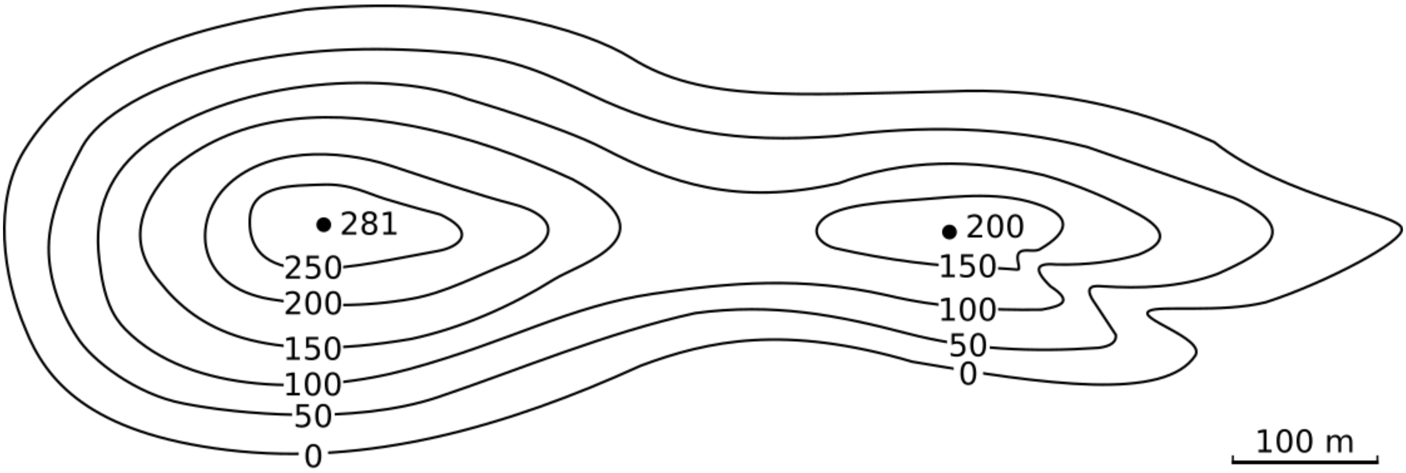
Izsaki konstantes a un b, izmantojot v un g. **[2 p]**

C
Tagad pieņemsim, ka $a = -0.05$ m^{-1} un $b = 5$ m.
Akmens tiek izmests no slīpas plaknes, kas novietota leņķī β pret horizontu. Dots, ka $\tan\beta = \frac{3}{4}$.

Cik liels ir lielākais iespējamais attālums starp akmens izmešanas un piezemēšanās punktiem (abi atrodas uz slīpās plaknes)? **[2 p]**

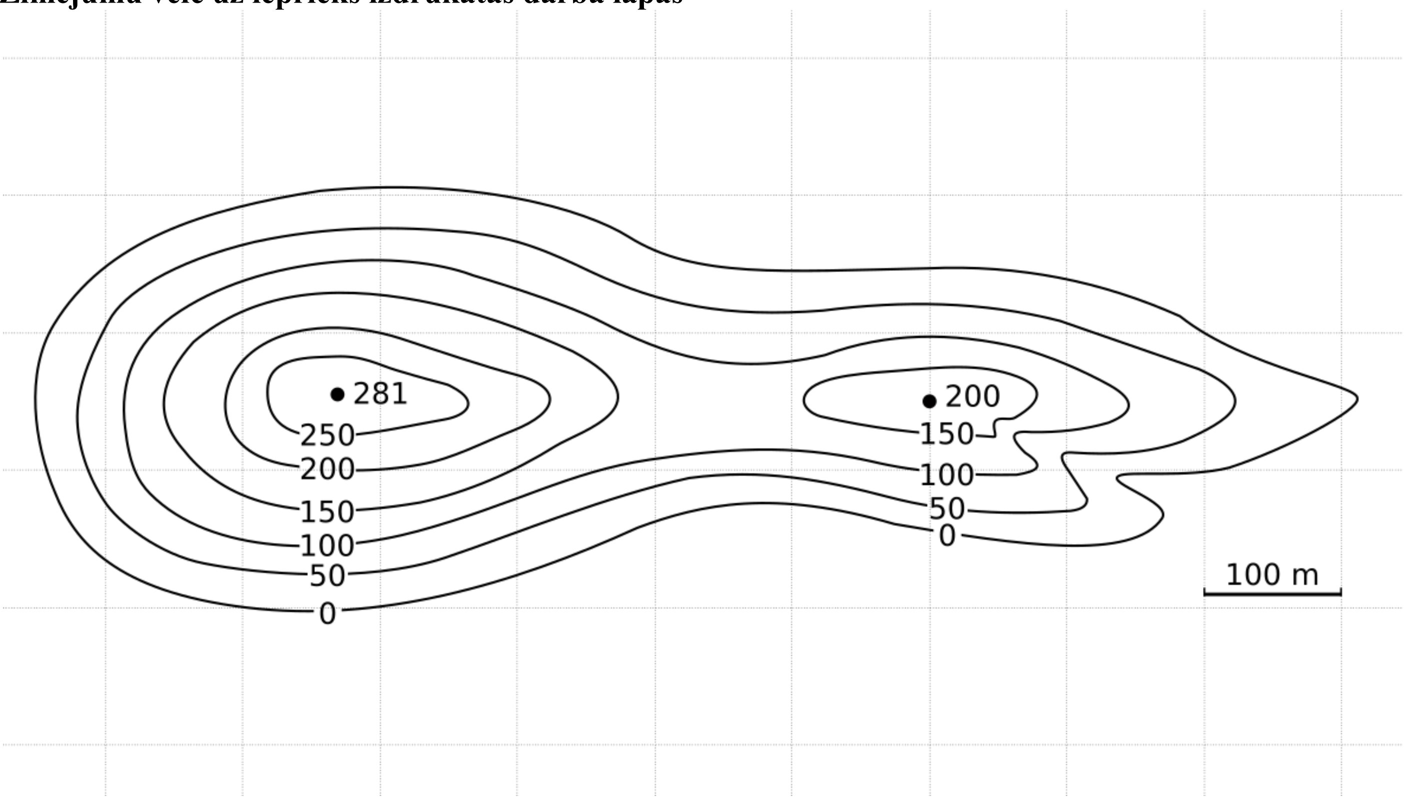
D

Dots salas topogrāfiskais attēls. Skaitļi norāda, cik metrus virs jūras līmeņa (v.j.l.) atrodas attiecīgā augstumlīnija. Uz mazā pakalna virsotnes (200 m v.j.l.) atrodas lielgabals, kas spēj izšaut lodi ar ātrumu $v = 56.8 \text{ m/s}$.



Vai lielgabala šauta lode var sasniegt salas augstāko punktu (281 m .v.j.l.)? Uzzīmē uz kartes ārējo robežu visam laukumam uz sauszemes, kur lode var piezemēties. Apraksti metodi. **[4 p]**

Zīmējumu veic uz iepriekš izdrukātās darba lapas



Atrisinājumi

A

Sadalām ātruma vektoru x un y komponentēs: $v_x = v\,sin\theta$; $v_y = v\,cos\theta$

Lidojuma laiks ir $t_1 = \frac{2v_y}{g}$

Nolidotais attālums ir $l = v_x t_1$

$$\Rightarrow l = \frac{2v^2 sin\theta cos\theta}{g} = \frac{2v^2 sin2\theta}{g}$$

$sin2\theta \leq 1 \Rightarrow$ maksimums ir $l = v^2/g$, kad $\theta = 45^0$

B

- Vertikāla sviediena augstākais punkts ir

$$h = \frac{gt_2^2}{2}$$

kur $t_2 = v_y/g$ ir pacelšanās laiks no zemes līdz augstākajam punktam.

$$h = \frac{v^2}{2g} = \frac{l}{2}$$

Tātad punkts $(0, l/2)$ pieder parabolai e(x).

$$e(0) = a \times 0 + b = l/2$$
$$b = l/2$$

- Tālākais punkts uz horizontāles, ko akmens var sasniegt noteikti pieder e(x). Tātad $(l,0) \in e$(x).

$$e(l) = al^2 + l/2 = 0$$
$$a = -\frac{1}{2l}$$

Secinām:

$$a = -\frac{g}{2v^2} \;\; un \; b = \frac{v^2}{2g}$$

C

Pieņemsim, ka šis metiens tiek izdarīts vertikālajā plaknē, kuras šķēlums ar slīpo plakni ir visslīpākais. (Izvēloties plakni ar mazāku slīpumu, iegūtais attālums būtu mazāks.) Šis šķēlums ir taisne, ko apraksta

$$f(x) = -x\tan\beta = -3x/4$$

Tālākie sviedienā sasniedzamie punkti atrodas uz parabolas

$$e(x) = ax^2 + b = -\frac{x^2}{20} + 5$$

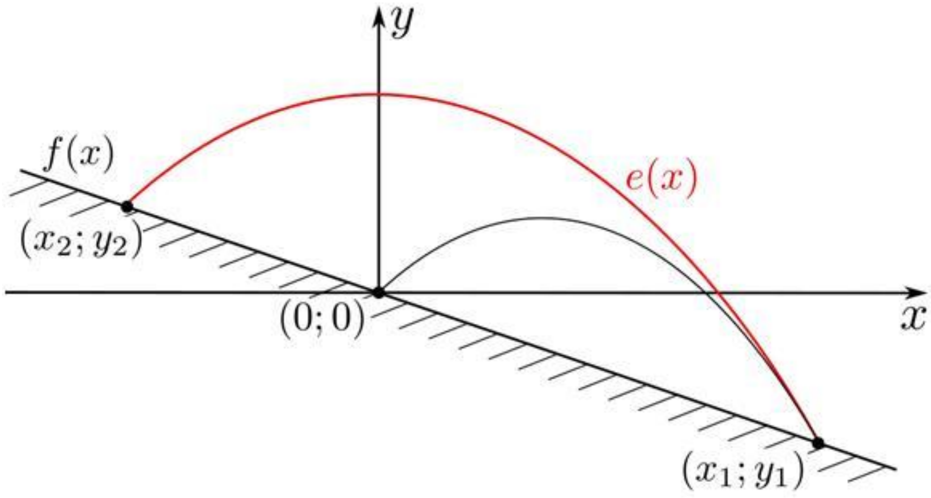
Tālākajā sasniedzamajā punktā uz plaknes $f(x) = e(x)$

$$-\frac{x^2}{20} + 5 = -\frac{3x}{4}$$
$$x^2 - 15x - 100 = 0$$

Šī vienādojuma saknes ir $x_1 = 20$ m un $x_2 = -5$ m. Tātad tālākā iespējamā x koordināta ir $x = 20$ m, $y = -\frac{3 \cdot 20}{4} = -15$ m

Attālums līdz sākumpunktam:

$$\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25 \text{ m}$$



Šeit iespējami vairāki atrisinājumi.

D

Aprēķinam

$$l = \frac{\mathrm{v}^2}{g} = \frac{56.8^2}{9.81} = 329 \text{ m}$$

Ja lodi cenšas aizšaut uz vietu, kas atrodas augstumā h virs lielgabala, lielākais attālums, kādā to var aizšaut ir r, kur

$$h = -ar^2 + b = -\frac{r^2}{2l} + \frac{l}{2}$$

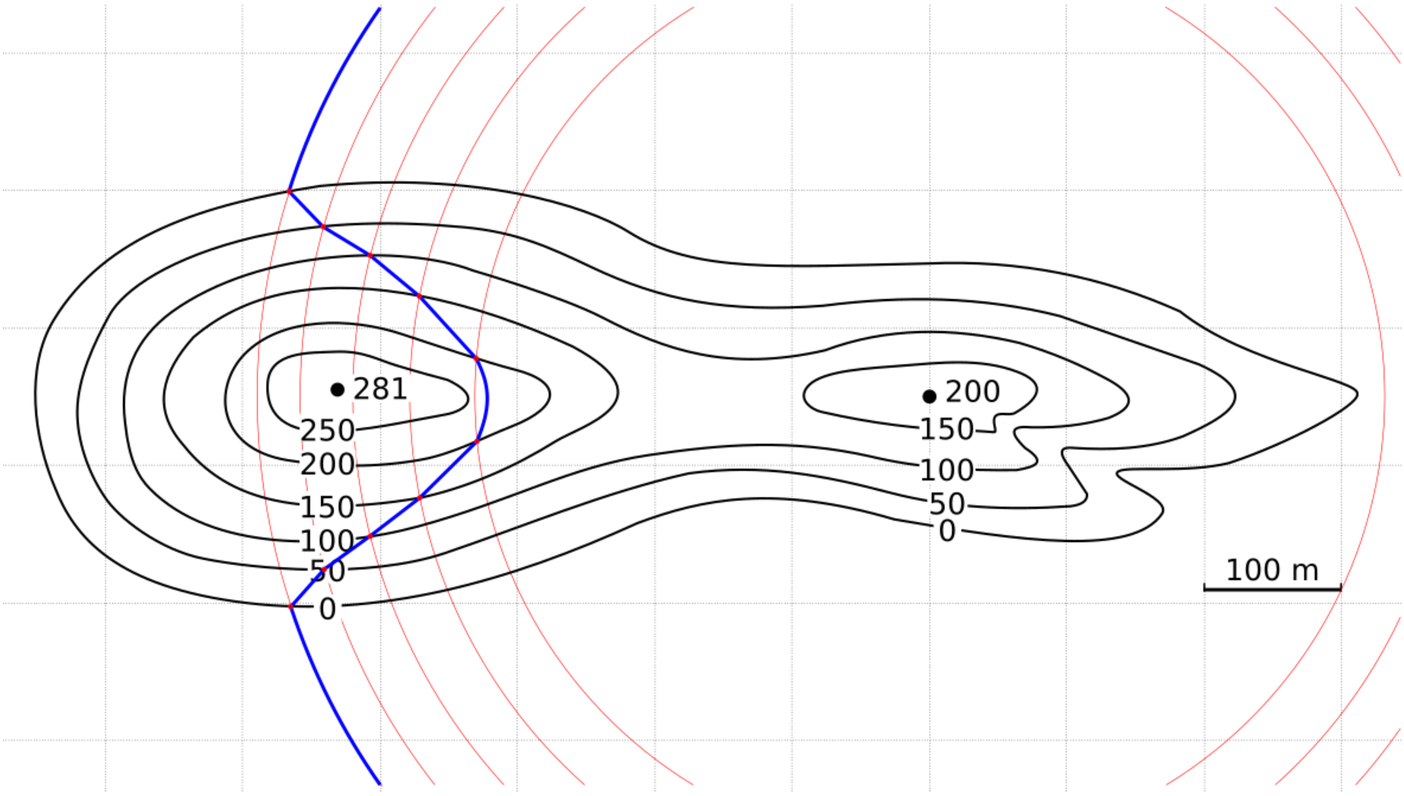
$$\Rightarrow r = l\sqrt{1 - \frac{2h}{l}}$$

Priekš dotajām augstuma līnijām:

augstums v.j.l. (m)	*h* (m)	*r* (m)
0	-200	486
50	-150	455
100	-100	417
150	-50	376
200	0	329
250	50	274

Varam uz kartes ap lielgabalu uzzīmēt koncetriskus riņķus ar attiecīgajiem rādiusiem.

Tālākie sasniedzamie punkti atrodas attiecīgo augstuma līniju un riņķu krustpunktos. Robežu uz salas var novilkt brīvi caur šiem krustpunktiem, bet ūdenī tā turpinās pa ārējo riņķa līniju.



Kā redzams, laukums virs 250 m v.j.l. nav sasniedzams.

10 – 2 Veļas un slīd

Viendabīgs ķieģelis ar masu $m = 4$ kg, platumu $d = 7$ cm un augstumu $H = 25$ cm ir vertikāli novietots uz horizontālas virsmas. Berzes koeficients starp ķieģeli un virsmu ir $\mu = 0.4$. Augstumā h ķieģelim pieliek horizontālu spēku $\boldsymbol{F}$. Brīvās krišanas paātrinājums $g = 10$ m/s^2.

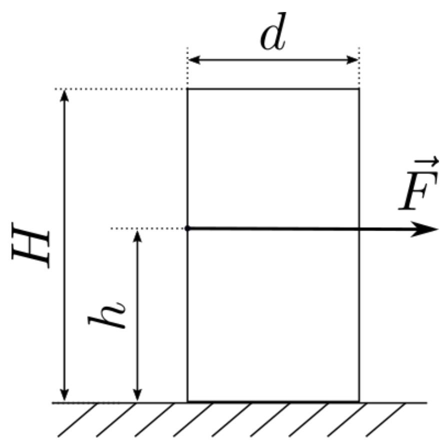
A [3 p]
Noteikt minimālo F vērtību, pie kura ķieģelis sāktu
A1 tikai slīdēt;
A2 tikai velties.

B [3 p]
Kādās robežās ir jābūt h, lai ķieģelis sāktu velties pa labi, ja
B1 $F = 10$ N;
B2 $F = 25$ N?
Atbildi sniegt ar skaitliskām vērtībām.

C Ir iespējams pielikt ķieģelim horizontālu spēku $\boldsymbol{F}$ tā, lai tas sāktu velties pretējā virzienā. Attēlā $\boldsymbol{F}$ ir vērsts pa labi, un ķieģelis veļas pa kreisi.

C1 Noteikt minimālo F vērtību, lai ķieģelis veltos pa kreisi! Ar cik lielu paātrinājumu ķieģelis slīdēs pie minimālā F? **[3 p]**

C2 Vai var piemeklēt tādus ķieģeļa izmērus, lai ķieģelis veltos pa kreisi bez slīdēšanas?
Atbildi pamatot! **[1 p]**



Atrisinājumi

A

Otrais Ņūtona likums spēkiem vertikālā un horizontālā virzienā:

$$F_r - mg = 0$$
$$F - F_b = ma$$

A1

Ja ķieģelis pārvietojas, slīdes berzes spēks ir $F_b = \mu F_r = \mu mg$

Minimālā spēka gadījumā a = 0 , un $F_{min}^{(a)} = \mu mg =$ **16 N**

Izvēloties piemērotu spēka pielikšanas punktu, ķieģelis nevelsies.

A2

Ja ķieģelis neslīd, tad uz to iedarbojas statiskas berzes spēks, un $F_b \leq \mu mg$ Ņemot vērā, ka arī šajā gadījumā apskatām $a = 0$, $F = F_b$

Ja ķieģelis sāk velties, tam piemīt rotācijas kustība. Pielietojot 2. Ņūtona likumu spēka momentiem ap rotācijas asi, kas iet caur masas centru (tas pats rezultāts tiek iegūts arī, ja izvēļas, ka rotācijas ass iet caur apakšējo kreiso šķautni), iegūst

$$\tau = F\left(h - \frac{H}{2}\right) + F_b\frac{H}{2} - F_r\frac{d}{2} = 0$$

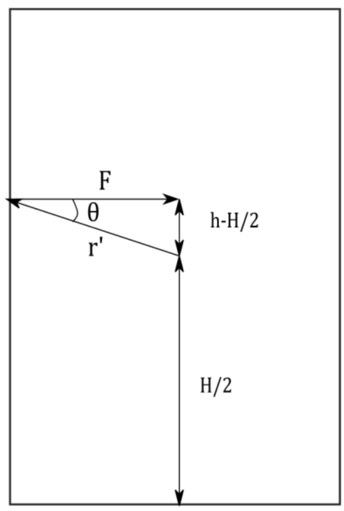
Rēķinot ar leņķiem,

$$\tau = F sin\theta r^{`} + F_b sin\alpha R^{`} - F_r sin\varphi l^{`}$$

kur θ ir leņķis starp ***F*** un ***r′*** vektoriem, ***r′*** vērsts no masas centra uz spēka pielikto vietu, un

$$sin\theta = \left(h - \frac{H}{2}\right) r^{`} \Longrightarrow r^{`} sin\theta = h - \frac{H}{2}$$

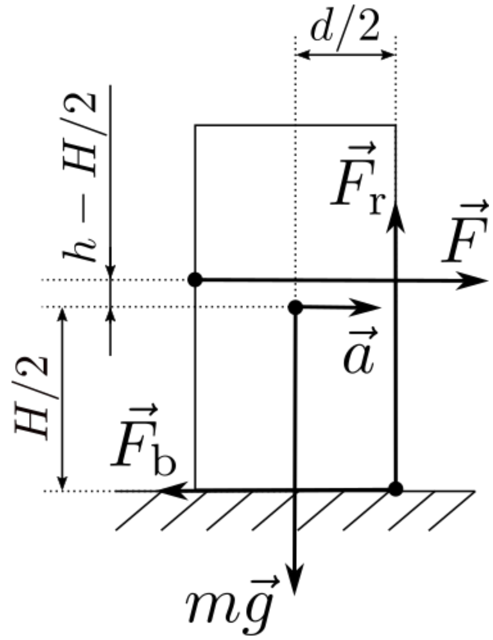
kā arī rakstīts iepriekšējā vienādojumā, analoģiski darot ar F_b un F_r locekļiem, var tikt vaļā no leņķa un pāriet tikai uz augstumu un garumu.



Šajā vienādojumā izmantojam sekojošus apsvērumus:

- (1) minimālā spēka $\vec{F}$ gadījumā iegūst nulles leņķisko paātrinājumu
- (2) tieši pirms ķieģelis sāk velties, tā svars nav vienmērīgi sadalīts pa virsmu zem ķieģeļa, bet gan pielikts zem ķieģeļa labās apakšējās šķautnes, kas ir arī normālās reakcijas spēks $\vec{F_r}$ pielikšanas punkts.

Tāpat, sastādot šo vienādojumu, tiek ņemts vērā, ka spēku $\vec{F}$, $\vec{F_b}$, $\vec{F_r}$ un $m\vec{g}$ pleci ir attiecīgi $h - H/2$, $H/2$, $d/2$ un 0 (skat. attēlu)



Spēku $\vec{F}$ un $\vec{F_b}$ momenti ir vērsti pretēji spēka $\vec{F_r}$ momentam, un tas nosaka zīmju izvēli, pierakstot 2. Ņūtona likumu.

Ievietojot F_b un F_r izteiksmes, iegūst, ka $F\left(h - \frac{H}{2}\right) + F\frac{H}{2} - mg\frac{d}{2} = 0$
jeb $F = \frac{mgd}{2h}$

Spēka vērtība ir vismazākā iespējamā, ja *h* iegūst savu maksimālo vērtību, proti, *h* = *H* .

No šejienes iegūst $F_{min}^{(b)} = \frac{mgd}{2H} = \mathbf{5.6}$ N

B

B1

Izmantojot iepriekšējā apakšjautājuma rezultātu, konstatējam, ka $F_{min}^{(b)} < F < F_{min}^{(a)}$. Tātad ķieģelis neslīdēs, bet, izvēloties piemērotu *h*, sāks velties. Līdzīgi **A2** risinājumam iegūstam

$$F\left(h - \frac{H}{2}\right) + F\frac{H}{2} - mg\frac{d}{2} \geq 0$$
$$h \geq \frac{mgd}{2F} = 0.14 \text{ m}$$

Tā kā *h* nevar būt lielāks par *H*,
iegūstam intervālu 0.14 m $\leq h \leq$ 0.25 m

B2

Šajā gadījumā $F_{min}^{(a)} < F$ un ķieģelis gan paātrināsies, slīdot, gan velsies pa labi.

Pielietojot 2. Ņūtona likumu spēkiem horizontālā virzienā, iegūst $F - \mu mg = ma$

Izvēloties rotācijas asi masas centrā un pielietojot 2. Ņūtona likumu spēka momentiem, iegūstam

$$\tau = F\left(h - \frac{H}{2}\right) + \mu mg\frac{H}{2} - F_r\frac{d}{2} \geq 0$$

un

$$h > \frac{H}{2} + \frac{mgd}{2F} - \frac{\mu mgH}{2F} = \frac{H}{2} + \frac{mg}{2F}(d - \mu H) = 0.101 \text{ m}$$

un iegūstam intervālu $0.10 \text{ m} \leq h \leq 0.25 \text{ m}$.

Piezīme. Risinot šo uzdevuma daļu, ir svarīgi izvēlēties rotācijas asi tieši šādi, jo pretējā gadījumā ir jāņem vērā arī inerces spēks, kas neietilpst šīs olimpiādes programmā. Lietojot inerciālu atskaites sistēmu šajā uzdevumā, mēs izvēlamies rotācijas asi tā, lai momentānais leņķiskais paātrinājums būtu 0. No simetrijas izriet, ka to var panākt, ja rotācijas ass iet caur masas centru.

C

C1

Ķieģelim veļoties pa kreisi, tā normālās reakcijas spēks pilnībā pārceļas uz kreiso apakšējo šķautni.
Ņemot vērā, ka spēka F pielikšanas punktam ir jābūt zem masas centra, un pielietojot 2. Ņūtona likumu spēka momentiem, iegūstam

$$-F\left(\frac{H}{2} - h\right) + F_b\frac{H}{2} + F_r\frac{d}{2} \leq 0$$

Ja ķieģelis slīd, izsakam $F_b = \mu mg$ un iegūstam

$$F\left(\frac{H}{2} - h\right) \geq \frac{\mu mgH}{2} + \frac{mgd}{2}$$

jeb

$$F \geq \frac{mg(\mu H + d)}{\frac{H}{2} - h}$$

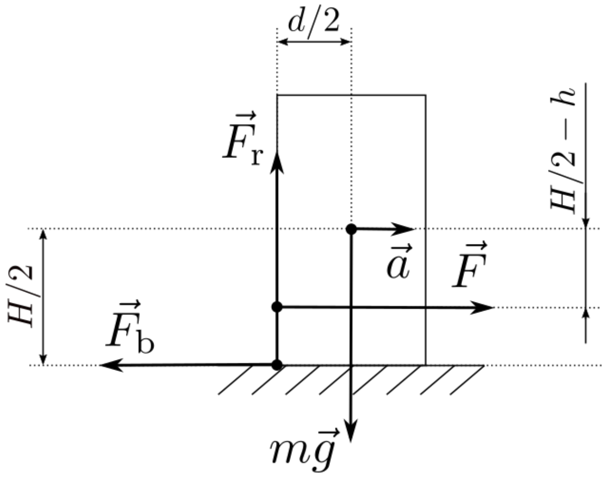
Minimālā spēka vērtība tiek iegūta, ja $h = 0$.

Tad

$$F_{min}^{(3)} \geq \frac{2mg(\mu H + d)}{H} = 54 \text{ N}$$

Pielietojot 2. Ņūtona likumu spēkiem horizontālā virzienā, iegūst $F - \mu mg = ma$
un

$$a^{(3)} \geq \frac{F_{min}^{(3)}}{m} - mg = 9.6 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

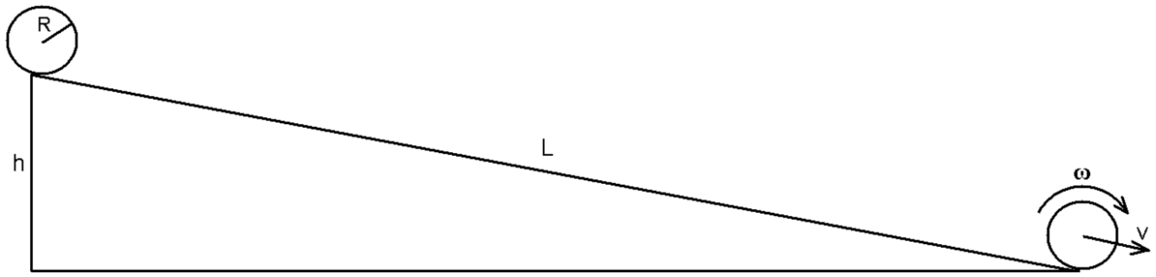


C2 Ja ķieģelis neslīd, $F_b = F$. Spēka F plecs nevar būt lielāks par berzes spēka plecu (izvēloties rotācijas asi masas centrā), tādēļ spēka F moments nevar pārsniegt berzes spēka momentu. Tā kā arī normālās reakcijas spēks rada griezes momentu, kurš pretojas tam, lai ķieģelis sāktu velties, nav iespējams piemeklēt ķieģeļa izmērus tā, lai to varētu apgāzt bez slīdēšanas.

10 – 3 Demonstrējums: Ripošanas sacensības

- Lai varētu tikt galā ar šo uzdevumu, jānoskatās demonstrējums. Aktīvā saite uz demonstrējuma video ir pieejama 3. uzdevumā 10. klasei olimpiādes vietnē vai izmanto šo saiti: https://www.youtube.com/watch?v=hk7o-XQW0-I
- Demonstrējuma failam ir arī skaņa – skaties un klausies.
- Vari demonstrējumu skatīties tik reizes, cik nepieciešams.

Šajā uzdevumā tev būs jāanalizē dažādu priekšmetu ripošana pa slīpo plakni. Starta pozīcijā visi priekšmeti atrodas miera stāvoklī slīpās plaknes augšgalā un tiem priekšā nolikta līstīte. Kustība sākas, paceļot līstīti, tāpēc salīdzināšana finišā jāveic pēc "sacensību dalībnieku" priekšējām malām. Videokamera atrodas virs plaknes, tuvāk finišam. Uzfilmētajā demonstrējuma visi priekšmeti noripo uz leju bez slīdēšanas.



"Sacensību dalībnieki": (1.) koka cilindrs ar noteiktu diametru; (2.) divreiz garāks koka cilindrs ar tādu pašu diametru; (3.) alumīnija cilindrs ar tādu pašu diametru; (4.) alumīnija cilindrs ar lielāku diametru; (5.) dzelzs cilindrs ar tik pat lielu diametru, kā lielajam alumīnija cilindram; (6.) dzelzs caurules gabals; četras vienādas pudeles: (7.) ar ūdeni pilnā pudele; (8.) līdz pusei ar ūdeni piepildīta pudele; (9.) ar glicerīnu piepildīta pilnā pudele; (10.) līdz pusei ar glicerīnu piepildīta pudele. *Pudeles pašas bez pildījuma ir ļoti vieglas, veidotas no plānas plastmasas.*

Noskaties eksperimenta video, apraksti un izskaidro novēroto, atbildot uz jautājumiem:

A Sarindo "sacensību dalībniekus" piecās grupās, sākot ar ātrākajiem līdz lēnākajiem (priekšmetus, kuriem rezultāti ir vienādi vai ļoti līdzīgi, apvieno vienā grupā). Ar ko ir izskaidrojamas atšķirības "sacensību dalībnieku" noripošanas ātrumos? **[1 p]**

B Katrai no pirmajām četrām grupām apraksti grupā iekļauto priekšmetu ripošanu, akcentējot kopīgo un atšķirīgo. Cik lielā mērā ripojošo priekšmetu smaguma centru kustību var uzskatīt par vienmērīgu/vienmērīgi paātrinātu? Kā varētu mainīties priekšmetu sadalījums grupās, ja slīpā plakne būtu stāvāka un garāka? Pamato savas atbildes. **[4 p]** (1 punkts par katras grupas priekšmetu aprakstīšanu)

C Katrai no pirmajām četrām grupām uzraksti izteiksmes grupā iekļauto priekšmetu smaguma centra beigu ātruma un noripošanas laika noteikšanai. Parādi sprieduma gaitu (t.sk. ar matemātiskajām izteiksmēm un pārveidojumiem)! Gadījumos, kuros neizdodas iegūt funkcionālās sakarības, izmantojot formulas, centies sniegt vārdisko aprakstu! **[4 p]** (1 punkts par katras grupas priekšmetu aprakstīšanu)

D Apraksti piektajā grupā iekļauto priekšmetu ripošanu, akcentējot kopīgo un atšķirīgo. Cik lielā mērā ripojošo priekšmetu smaguma centru kustību var uzskatīt par vienmērīgu/vienmērīgi paātrinātu? Kā varētu mainīties priekšmetu ripošana, ja slīpā plakne būtu stāvāka un garāka? Pamato savas atbildes. **[1 p]**

Atrisinājumi

A Vietu sadalījums ir šāds:

1. grupa: ar ūdeni pilnā pudele (7.).
2. grupa: līdz pusei ar ūdeni piepildīta pudele (8.).
3. grupa: Visi pilnie cilindri (1.), (2.), (3.), (4.), (5.), (6.) un ar glicerīnu piepildīta pilnā pudele (9.).
4. grupa: Caurules gabals (6.).
5. grupa: Pudele, kas līdz pusei piepildīta ar glicerīnu (10.).

No slīpās plaknes ripojošie ķermeņi atrodas gan virzes kustībā, gan rotācijas kustībā. Rotējošā ķermeņa inerces mēru nosaka inerces moments. Inerces moments raksturo ķermeņa inerci rotācijas kustībā līdzīgi tam, kā masa raksturo ķermeņa inerci virzes kustībā. Par masas punkta inerces momentu attiecībā pret kādu rotācijas asi sauc masas punkta masas reizinājumu ar tās attāluma kvadrātu attiecībā pret asi. Par ķermeņa inerces momentu sauc visu šo ķermeni veidojošo masas punktu inerces momentu summu. Viendabīgu regulāras formas ķermeņu momentus nosaka ar integrēšanu, bet neviendabīgu un neregulāras formas ķermeņu inerces momentus nosaka eksperimentāli.

Homogēnā cilindra inerces moments $J = \frac{1}{2}mR^2$, caurules gabala jeb gredzena inerces moments $J = mR^2$. Jo lielāks ir ķermeņa inerces moments, jo grūtāk ir to "iegriezt", tām piemīt lielākā inerce attiecībā pret rotāciju. Jo tālāk no rotācijas ass sadalīta ķermeņa masa, jo lielāks ir tā inerces moments, jo lēnāk ķermenis sāk griezties.

B Pirmajās četrās grupās iekļauto "sacensību dalībnieku" raksturojums:

1. grupa: ar ūdeni pilnā pudele (7.). Šis ķermenis izceļas ar to, ka galvenā tā masu veidojošā daļa – ūdens var gandrīz nerotēt pateicoties tā mazajai viskozitātei. Varam uzskatīt, ka griežas tikai vieglās pudeles sieniņas. Tāpēc tuvināts ūdens pudeles modelis ir cilindrs, kura visa masa atrodas smaguma centrā uz rotācijas ass. Var uzskatīt, ka masas centrs kustas vienmērīgi paātrināti. Lai arī ūdens pie pašām sieniņām iegriežas, eksperimentā vērotais ļauj secināt, ka pudele ūdens atbilda piedāvātajam modelim. Atšķirības no tuvinātā modeļa pieaugs, jo viskozie jeb iekšējās berzes spēki pieaug, palielinoties ātrumu starpībai šķidrumā. Taču radikālas izmaiņas ripošanas veidā nav paredzamas. Līdera vieta varētu saglabāties.

2. grupa: līdz pusei ar ūdeni piepildīta pudele (8.). Par pamatu jāņem tas pats modelis, kas pilnai pudelei. Tas izskaidro pārākumu pār 3. vietas ieguvējiem. Tomēr šajā gadījumā ūdens slāņi nevar tik mierīgi slīdēt viens otram garām, saglabājot slāņu cilindrisko simetriju. Vietām tiem jāveic straujas kustības virziena maiņas, palielinot iekšējās berzes spēkus un izraisot ūdens virpuļus, kam tiek iztērēta daļa enerģijas. Tas arī izskaidro atpalikšanu no pilnās pudeles. Līdz ar to aprēķinos var mazāk ticamā nozīmē likt to pašu. Pašā sākumā kustība ir vienmērīgi paātrināta. Bet, palielinoties ātrumam, arvien vairāk kustību bremzē viskozitāte. Tāpēc kustība kļūst nevienmērīgi paātrināta, paātrinājumam samazinoties. Ja slīpā plakne būtu stāvāka un garāka, sākumā ūdens virsma arvien vairāk atšķirtos no horizontālas, nošķiebjoties slīpuma virzienā. Tad sabangotos un beidzot viss ūdens izvietotos vienmērīgi pie pudeles sānu sienām, izveidojot tādu kā cauruli. Šāda procesa gaitā paātrinājums stipri samazinātos. Šī pudele varētu zaudēt savu otro vietu un ierindoties blakus dzelzs caurules gabalam.

3. grupa: Visi pilnie cilindri (1.), (2.), (3.), (4.), (5.), (6.) un ar glicerīnu piepildīta pilnā pudele (9.).

Visiem šīs grupas priekšmetiem masa ir sadalīta vienmērīgi - cilindriskā formā. Līdz ar to visai masai ir jāpiedalās ne vien virzes, bet arī rotācijas (griezes) kustībā. Tāpēc daļa potenciālās enerģijas pārvēršas rotācijas enerģijā, atbilstoši cilindra ar rādiusu R inerces momentam. Sacensību rezultāti liecina, ka garuma, diametra un blīvuma atšķirībām nav nekādas nozīmes. Par to var pārliecināties arī sekojošajos izvedumos, kur šie lielumi vai nu saīsinās, vai vispār neparādās. Glicerīna pudele ietilpst šajā grupā tādēļ, ka viskozitāte šai vielai ir pietiekoši liela, lai praktiski viss tās tilpums jau uzreiz sāktu griezties līdzi pudelei. Arī eksperimentā novērotais un iegūtā vieta sacensībās liek šajā gadījumā pielīdzināt glicerīna pudeli cietam cilindram. Visas šīs grupas kustību var droši saukt par vienmērīgi paātrinātu, nav nekādu iemeslu to apšaubīt. Arī uz garākas un stāvāk novietotas slīpās plaknes šīs grupas dalībnieki „uzvestos" tāpat.

4. grupa: Caurules gabals (6.). Šim priekšmetam praktiski visa masa ir izvietota uz ārējās aploces. Tāpēc inerces moments un rotācijas ietekme uz caurules gabala ripošanas ātrumu pa slīpo plakni ir vislielākā no visām iespējamajām cietu ķermeņu formām. Caurules gabala masas centra kustība neapstrīdami ir vienmērīgi paātrināta. Arī garākas un stāvākas plaknes gadījumā caurules gabals ripos līdzīgi.

Ja slīpā plakne būtu daudz stāvāka, varētu sākties priekšmetu slīdēšana. Tad vietu sadalījumu noteiktu berzes spēku atšķirības. Bet atsevišķi katram priekšmetam to neapskatīsim.

C Beigu ātruma v un noripošanas laika *t* izteiksmes pirmajās četrās grupās iekļautajiem "sacensību dalībniekiem"

Ātruma un laika izteiksmes var iegūt dažādos veidos. Bet vienkāršākais un „slinkākais", protams, ir pielīdzināt ķermeņa potenciālo enerģiju plaknes virsotnē tā kinētiskajai enerģijai finišā.

1. grupa: ar ūdeni pilnā pudele (7.).

$$E_{pot} = E_{kin} \Rightarrow mgh = \frac{m\mathrm{v}^2}{2} \Longrightarrow \boldsymbol{v} = \sqrt{\boldsymbol{2gh}}$$

$a = \frac{\mathrm{v}}{t}$ $\qquad L = \frac{at^2}{2} \Rightarrow L = \frac{\mathrm{v}t}{2} \Rightarrow \boldsymbol{t} = \frac{2L}{\mathrm{v}} = \frac{2L}{\sqrt{2gh}} = \frac{\sqrt{\boldsymbol{2}}\boldsymbol{L}}{\sqrt{\boldsymbol{gh}}}$

2. grupa: līdz pusei ar ūdeni piepildīta pudele (8.).

$$E_{pot} = E_{kin} \Rightarrow mgh = \frac{m\mathrm{v}^2}{2} \Longrightarrow \mathbf{v} = \sqrt{\boldsymbol{2gh}}$$

$a = \frac{\mathrm{v}}{t}$ $\qquad L = \frac{at^2}{2} \Rightarrow L = \frac{\mathrm{v}t}{2} \Rightarrow \boldsymbol{t} = \frac{2L}{\mathrm{v}} = \frac{2L}{\sqrt{2gh}} = \frac{\sqrt{\boldsymbol{2}}\boldsymbol{L}}{\sqrt{\boldsymbol{gh}}}$

3. grupa: Visi pilnie cilindri (1.), (2.), (3.), (4.), (5.), (6.) un ar glicerīnu piepildīta pilnā pudele (9.).

$J = \frac{mR^2}{2}$ $\qquad \omega = \frac{\mathrm{v}}{R}$

$$E_{pot} = E_{kin} \Rightarrow mgh = \frac{m\mathrm{v}^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$$

$$mgh = \frac{m\mathrm{v}^2}{2} + \frac{mR^2\mathrm{v}^2}{2 \cdot 2R^2} \Rightarrow gh = \frac{3v^2}{4} \Rightarrow \mathbf{v} = \frac{\boldsymbol{2}\sqrt{\boldsymbol{gh}}}{\sqrt{\boldsymbol{3}}}$$

$a = \frac{\mathrm{v}}{t}$ $\qquad L = \frac{at^2}{2} \Rightarrow L = \frac{\mathrm{v}t}{2} \Rightarrow \boldsymbol{t} = \frac{2L}{\mathrm{v}} = \frac{\boldsymbol{L}\sqrt{\boldsymbol{3}}}{\sqrt{\boldsymbol{gh}}}$

4. grupa: Caurules gabals (6.).

$J = mR^2$ $\qquad \omega = \frac{v}{R}$

$$E_{pot} = E_{kin} \Rightarrow mgh = \frac{m\mathrm{v}^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$$

$$mgh = \frac{m\mathrm{v}^2}{2} + \frac{mR^2\mathrm{v}^2}{2R^2} \Rightarrow gh = \mathrm{v}^2 \Rightarrow \mathbf{v} = \sqrt{\boldsymbol{gh}}$$

$a = \frac{\mathrm{v}}{t}$ $\qquad L = \frac{at^2}{2} \Rightarrow L = \frac{\mathrm{v}t}{2} \Rightarrow \boldsymbol{t} = \frac{2L}{\mathrm{v}} = \frac{\boldsymbol{2L}}{\sqrt{\boldsymbol{gh}}}$

D 5. grupa: Pudele, kas līdz pusei piepildīta ar glicerīnu (10.).

Šajā gadījumā visizteiktāk redzama glicerīna lielās viskozitātes ietekme. Neveidojas ne virpuļi, ne šļakatas. Šķidruma virsma ir salīdzinoši plakana, nedaudz nosvērusies nogāzes virzienā. Pudele ripo ļoti lēni, "gaidot", kamēr glicerīns pārtecēs mazliet uz priekšu. Visu nosaka viskozitāte. Taču analītiski matemātisks situācijas apraksts tālu pārsniedz skolas programmu. To vispār daudz reālāk būtu veikt, izmantojot datormodelēšanas programmas. Masas centra kustība ir vienmērīga, jo jebkura iespējamā ātruma palielināšanās tik strauji palielinātu iekšējās berzes spēkus, ka tie nemaz nepieļautu ātruma pieaugumu. Šo spēku momenti nepārtraukti kompensē gravitācijas spēka un berzes spēka momentu iedarbību, kas noved pie vienmērīgas kustības. Ja slīpā plakne būtu daudz stāvāka un garāka, un ja pudele tomēr nesāktu slīdēt, tad glicerīns uzziestos vienmērīgi un aksiāli simetriski uz pudeles sānu sienām. Tas novestu pie līdzības ar cauruli un daudz ātrākas ripošanas, un ļautu konkurēt ar caurules gabalu un puspudeli ūdens, varbūt pat apsteidzot tos.