Valsts izglītības satura centrs

Valņu iela 2, Rīga, LV-1050, tālr. 67216500, fakss 67223801, e-pasts: vis@visc.gov.lv. www.visc.gov.lv

Fizikas Valsts 74. olimpiāde
Otrā posma uzdevumi 11. klasei

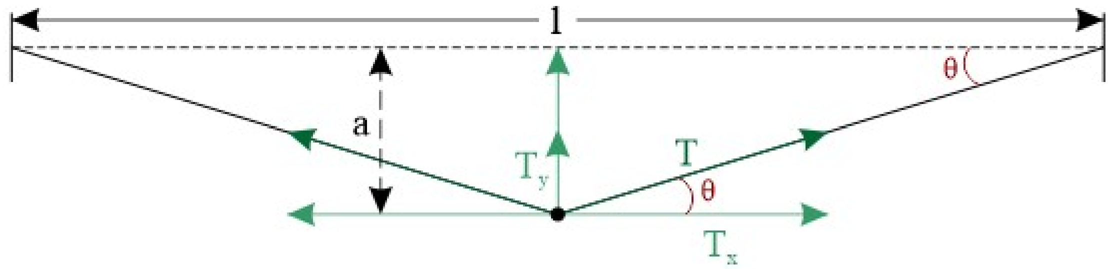
11-1 Fiziķa ģitāra

Mia ir saņēmusi savu pirmo ģitāru un ir ieinteresēta par to, kā tā darbojas. Iedomāsimies vienkāršotu ģitāras modeli, kur ģitāras stīga ir ideāla atspere, nostiprināta abos galos. Pieņemsim arī, ka stīga nenoslīdēs pie sliekšņa.

A. Mia nolēma teorētiski aprēķināt vienas stīgas skaņas augstumu, izmērot tās garumu l = 0.6 m un sastiepuma spēku stīgā T = 80 N.

(A.1) (2 punkti) Atrodiet spēka lielumu, kas nepieciešams, lai pavilktu šo stīgas centru par mazo attālumu a = 1 mm uz sāniem, ja to pieliek perpendikulāri stīgai stīgas centrā. Risinot uzdevumu var būt nepieciešams izmantot mazo leņķu tuvinājumu: $\sin\alpha \approx \tan\alpha \approx \alpha$.

> **Atrisinājums:**
> Virtuāli sadaliet stīgu divās daļās. Katrā sastiepuma spēks ir 80 N.
> Tā kā $a << l$, stīga gandrīz neizstiepjas un relatīva sastiepuma spēka izmaiņa ir neievērojami maza: $\sqrt{a^2 + l^2/4} - l/2 = 1.7 \cdot 10^{-6} m$.
> Tas arī dod ģitārai iespēju skanēt vienā frekvencē.



Elastības spēka komponente, kas ir paralēla netraucētai stīgai, ir nulle simetrijas dēļ. Tad paliek tikai perpendikulāra komponente un pilnais spēks ir:

$$F = 2T\sin\theta \tag{1}$$

Kur θ ir leņķis starp stīgas sākotnējo un jauno pozīciju. Tā kā $\theta < 1°$:

$$\sin\theta \approx \tan\theta \approx \frac{2a}{l} \tag{2}$$

$$F = 4T\frac{a}{l} = 0.53\,\mathrm{N}. \tag{3}$$

Ieteikums vērtēšanai:

- Pareizs secinājums par stīgas sastiepuma spēka nemainību - 0.5p.
- Pareizas spēka projekcijas un to summas - 0.5p.
- Pareiza mazo leņķu tuvinājuma pielietošana - 0.5p.
- Pareiza skaitliska atbilde - 0.5p.
- Jā kādā punktā ir aritmētiska kļūda vai kļūda vienādojuma manipulācijās tad tajā punkta piešķirt tikai 0.3p.

(A.2) (2 punkti) Izmantojot rezultātu no iepriekšēja jautājuma atrodiet šīs stīgas svārstību frekvenci (toņa augstumu), jā viņas masa m = 1.41 g.

Atrisinājums:
Tā kā spēks, kas ir nepieciešams lai pavilktu šo stīgas centru ir tieši proporcionāls pārvietojumam, stīgas centra kustība ir vienkārša harmoniska kustība. Tad to apraksta sekojošie vienādojumi:

$$F = -ka \tag{4}$$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \tag{5}$$

No iepriekšēja jautājuma:

$$k = 4\frac{T}{l} \tag{6}$$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{4T}{ml}} = 98\,\mathrm{Hz}. \tag{7}$$

Ieteikums vērtēšanai:

- Pareizie vienkāršas harmoniskas kustības vienādojumi - 0.5p par katru.
- Pareiza k formula - 0.5p.
- Pareiza skaitliska atbilde - 0.5p.
- Jā kādā punktā ir aritmētiska kļūda vai kļūda vienādojuma manipulācijās tad tajā punkta piešķirt tikai 0.3p.

(A.3) (2 punkti) Uzzīmējiet grafiku, kas attēlo attiecību starp stīgas centra pārvietojumu un elastības spēka lielumu stīgā, un aprēķiniet stīgā uzkrāto potenciālo enerģiju, kad stīgas centrs pa nelielu attālumu a = 1 mm tiek vilkts uz sāniem.

Atrisinājums:

Tā kā iepriekšējā punktā ieguvām, ka elastības spēka lielums ir tieši proporcionāls pārvietojumam, grafiks ir taisna līnija, kas iet caur nulli un punktu (a, $4T\frac{a}{l}$). Tad, ņemot vērā šādu grafiku, stīgā uzkrātā potenciāla enerģija būtu laukums norobežots ar grafika līniju, abscisu asi un līniju x = a. Šīs līnijas veido trijstūru, kuru laukumu var aprēķināt ar formulu: $\frac{1}{2}ah$, kur h = $4T\frac{a}{l}$.

$$E_p = \frac{1}{2}a * 4T\frac{a}{l} = 2\frac{T}{l}a^2 = 0.26\,\mathrm{mJ}. \tag{8}$$

Ieteikums vērtēšanai:

- Asis ir marķētas - 0.2p
- Grafiks ir taisna līnija - 0.3p.
- Grafiks iet caur nulli un punktu (a, $4T\frac{a}{l}$) - 0.5p.
- Pareiza formula laukuma noteikšanai - 0.5p
- Pareiza skaitliska atbilde - 0.5p.
- Jā kādā punktā ir aritmētiska kļūda vai kļūda vienādojuma manipulācijās tad tajā punkta piešķirt tikai 0.3p.

B. Tagad Mia vēlas izpētīt, kā viņa var mainīt ģitāras skanējumu un tās raksturlielumus – augstumu, intensitāti un tās izmaiņas laika gaitā – mainot vidi vai to, kā viņa rauj stīgas.

(B.1) (1 punkts) Vispirms Mia interesējas par to, kur tiek izkliedēta potenciālā enerģija, ko viņa pārnesa uz stīgu un kādas parādības ar šo enerģijas pareju saistītas mēs varam uztvert. Paskaidrojiet, kā šī potenciālā enerģija izkliedējās, minot vismaz 2 fizikālas parādības.

Atrisinājums:
Stīgas vibrācijas izspiež gaisu apkārt un rada (akustiskos) viļņus gaisā, ko mēs dzirdam kā skaņu. Vibrācijas arī rada siltumu un var radīt neatgriezeniskas deformācijas stīgā un ģitāras korpusā.

Ieteikums vērtēšanai:

- Par akustiskiem viļņiem - 0.5p.
- Par jebkuriem citiem korektiem izskaidrojumiem - 0.5p

(B.2) (1 punkts) Mia vēlas nospēlēt to pašu noti kā pirmajā daļā, bet divreiz skaļāk (skaņas enerģija ir divreiz lielāka), cik tālu Miai ir jāvelk stīga, ja visi pārējie nosacījumi ir vienādi?

Atrisinājums:
No formulas par potenciālu enerģiju stīgā (6) var redzēt, ka enerģija ir tieši proporcionāla a^2, tātad vēlamais pārvietojums ir $\sqrt{2}a = 1.41$ mm.

Ieteikums vērtēšanai:

- Pareizas pakāpes proporcijā - 0.5p
- Pareiza skaitliska atbilde - 0.5p
- Jā kādā punktā ir aritmētiska kļūda vai kļūda vienādojuma manipulācijās tad tajā punkta piešķirt tikai 0.3p.

(B.3) (2 punkti) Mia plāno doties pārgājienā pa kalniem un teoretizē, kā tur skanētu ģitāra. Paskaidrojiet, kā auksts un mazāk blīvs gaiss ietekmēs ģitāras skaņu un jo īpaši tās augstumu un skaļumu salīdzinājumā ar normāliem apstākļiem.

Atrisinājums:
Aukstā gaisā metāla stīgas līdzsvara garums kļūs īsāks un palielinās sastiepuma spēku stīgā bet arī ģitāras korpuss kļūs mazāks, samazinot sastiepuma spēku stīgā. Tomēr metālam ir lielāks termiskās izplešanās koeficients un līdz ar to ģitāra skanēs augstāk.

Mazāk blīvā gaisā gaisa pretestība ir mazāka, tāpēc skaņa ir vājāka bet skan ilgāku laiku. (Katra vibrācija izspiež mazāk molekulu tātad tērē mazāk enerģijas, lai to izdarītu)

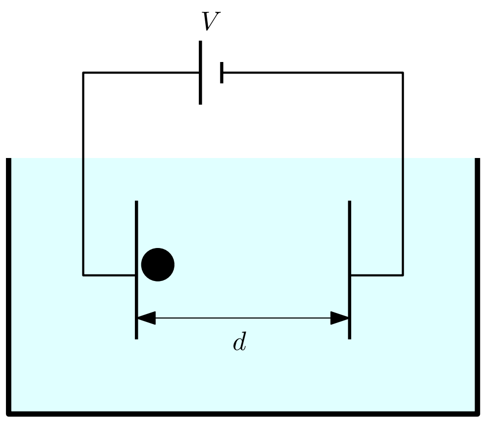
Ieteikums vērtēšanai:

- Pareizs spriedums par aukstuma efektu uz ģitāras - 0.5p.
- Pareizs efekts uz skaņas augstumu - 0.5p.
- Pareizs spriedums par gaisa blīvumu efektu uz vibrācijām - 0.5p.
- Pareizs efekts uz skaņas intensitāti - 0.5p.

11-2 Strāva kondensatorā!

Šajā uzdevumā tiek apskatīts kondensators, kurā notiek elektrisko lādiņu kustība.

Iedomāsimies plakņu kondensatoru, ar attālumu starp plaknēm d, kurš ir pieslēgts pie konstanta ārēja sprieguma V. Ievietosim šādu kondensatoru (horizontāli) šķidrumā, ar relatīvo dielektrisko caurlaidību ϵ, un viskozās pretestības koeficientu μ. Vienai kondensatora plaknei tiek pielikta bumbiņa no vadītāja(sākuma laika brīdī pastāv kontakts starp kondensatora plakni un bumbiņu, kuras veido ekvipotenciālu virsmu ,kas nozīmē, ka spriegums uz abām virsmām ir vienāds ar $\frac{V}{2}$), kuras rādiuss ir r (skat.1. attēlu).



Ir vērts pieminēt, ka, ja sfēriskais ķermenis kustās šķidrumā uz to darbojās viskozais pretestības spēks, kuru var atrast pēc Stoksa formulas:

$$F_{\text{pretestības}} = 6\pi r\mu v \tag{9}$$

Kur v ir objekta relatīvais ātrums pret šķidrumu un r ir sfēras rādiuss. Tā kā sfēra ir taisīta no vadītāja, kad tā tiek pielikta kondensatora plāksnei, uz tās parādās sekojošais lādiņš

$$Q_{\text{bumbiņa}} = \frac{\pi^3\sigma r^2}{3} \tag{10}$$

Kur r ir bumbiņas rādiuss un σ ir elektriska lādiņa blīvums uz kondensatora plaknes.

Tā kā kondensatora spriegums ir pietiekami liels, bet bumbiņas lādiņa radītais elektriskais lauks ir stipri mazāks par kondensatora lauku, jūs varat pieņemt, ka visa bumbiņas kustība kondensatorā notiek vienmērīgi ar konstantu **līdzsvara** ātrumu(spēks starp spoguļlādiņiem ir pietiekami mazs, lai to varētu neņemt vērā), kā arī vienkāršības dēļ pieņemsim, ka lādiņa sadalījums uz bumbiņas arī paliek vienmērīgs(kustības beigu periodos tas īstenībā mainīsies,bet šos efektus mēs neņemsim vērā). Visas sadursmes ir pilnīgi **neelastīgas** un lādiņu pāriešanas process notiek momentāni.

A. Šajā uzdevuma daļā mēs pamēģināsim atrast vidējo elektrisko strāvu šādā kondensatorā. Pieņemsim ,ka $\rho_{\text{bumbiņa}} = \rho_{\text{šķidrums}}$, tātad kustība notiek tikai horizontālajā virzienā.

(A.1) (3 punkti) Izsakiet $v_{\text{līdzsvara}}$ kā funkciju no V,d,r,μ, kā arī iepriekš pieminētajām konstantēm.

Atrisinājums:
Tā kā sākuma brīdī pastāv kontakts starp bumbiņu un kondensatora plakni, bumbiņai piemīt lādiņš $Q_{\text{bumbiņa}}$. Izmantojot iepriekš iedoto formulu, var izspriest, ka bumbiņas lādiņš ir sekojoša funkcija no V(vajag saprast kā σ ir atkarīgs no V):

$$\sigma \cdot S = Q = \frac{S\varepsilon_0\epsilon}{d} \cdot V \tag{11}$$

izdalot abas vienādojuma puses ar S kreisajā pusē parādās lādiņa blīvums σ, kuru var ievietot iepriekš iedotajā bumbiņas lādiņa formulā.

$$Q_{\text{bumbiņa}} = \frac{\pi^3\sigma r^2}{3} = \frac{V\varepsilon_0\epsilon\pi^3 r^2}{3d} \tag{12}$$

Kondensatorā pastāv elektriskais lauks, kuru var atrast sekojoši:

$$E = \frac{V}{d} \tag{13}$$

Tā kā bumbiņas piemīt elektriskais lādiņš un tā atrodas elektriskajā laukā, uz to darbojās sekojošais spēks:

$$F_{\text{elektriskais}} = Q_{\text{bumbiņa}} \cdot E = \frac{\pi^3\varepsilon_0\epsilon r^2 V^2}{3d^2} \tag{14}$$

Kad bumbiņa uzsāk kustību, uz to sāk darboties arī šķidruma pretestības spēks, lai atrastu līdzsvara ātrumu, ir jāpielīdzina šos divus spēkus:

$$F_{\text{pretestības}} = F_{\text{elektriskais}} \tag{15}$$

Ievietojot iepriekš atrastās izteiksmes, sanāk sekojošais vienādojums:

$$\frac{\pi^3\varepsilon_0\epsilon r^2 V^2}{3d^2} = 6\pi r\mu v_{\text{līdzsvara}} \tag{16}$$

no kā var iegūt gala atbildi:

$$v_{\text{līdzsvara}} = \frac{\pi^2\varepsilon_0\epsilon r V^2}{18d^2\mu} \tag{17}$$

Vērtēšanas Kritēriji

- 1 punkts par lādiņa blīvuma formulu
- 0.5 punkts par bumbiņas lādiņa formulu
- 1 punkts par spēku līdzsvara sapratni
- 0.5 punkts par gala atbildi

(A.2) (1 punkts) Izsakiet $I_{\text{vidējais}}$, kā funkciju no V,d,r,μ kā arī iepriekš pieminētajām konstantēm.

Atrisinājums:

Uzdevuma nosacījumos bija pateikts, ka bumbiņa visu savu ceļu kondensatorā veic ar konstantu ātrumu, kurš bija atrasts iepriekšējā uzdevuma punktā, kas nozīmē, ka lai atrastu vidējo elektrisko strāvu mēs varēsim izmantot tās definīciju:

$$I_{\text{vidējais}} = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{Q_{\text{bumbiņa}} \cdot v_{\text{līdzsvara}}}{d} \tag{18}$$

Šeit, mēs apskatām tikai vienu kustības pus-periodu(no vienas kondensatora plaknes līdz otrai).

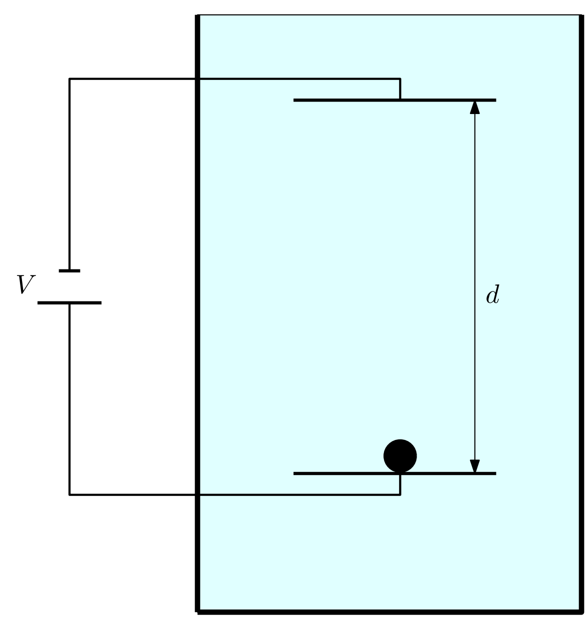
Ievietojot iepriekš iegūtas vērtības vienādojumā mēs dabūjam sekojošo izteiksmi:

$$I_{\text{vidējais}} = \frac{\pi^5 {\varepsilon_0}^2 \epsilon^2 r^3 V^3}{54 d^4 \mu} \tag{19}$$

Kā var redzēt vidēja strāva caur šādu "vadītāju" ir proporcionāla pieliktā sprieguma kubam.

- 0.5 punkts par vidējas strāvas formulu
- 0.5 punkts par gala atbildi

B. Tagad kondensatoru pagriež vertikāli(skat.2.attēlu), un uz apakšējās plaknes uzliek jaunu no vadītāja taisītu bumbiņu ar $\rho_{\text{bumbiņa}} > \rho_{\text{šķidrums}}$. Visi pārējie kondensatora, bumbiņas un šķidruma parametri paliek nemainīgi.



Attēls 1

(B.1) (2 punkti) Lai sistēmā sāktu plūst strāva, spriegumu uz kondensatora nācās pacelt līdz $V_{\text{kritiskais}}$, izsakiet $V_{\text{kritiskais}}$ kā funkciju no V,d,r un konstantēm.

Atrisinājums:
Vertikālajā gadījumā uz bumbiņu sāk iedarboties arī Arhimēda un gravitācijas spēki. Lai sāktos kustība ir jāizpildās sekojošam vienādojumam:

$$F_{\text{elektriskais}} + F_{\text{Arhimēda}} = mg \tag{20}$$

Ir svarīgi saprast, ka vienādojumā neparādās pretestības spēks, jo kritiskajā gadījumā Bumbiņas ātrums tiecās nullei. Šo vienādojumu var pārrakstīt sekojošajā formā:

$$\frac{\pi^3 \varepsilon_0 \epsilon r^2 V^2}{3d^2} = \frac{4\pi r^3(\rho_{\text{bumbiņa}} - \rho_{\text{šķidrums}})g}{3} \tag{21}$$

No šīs izteiksmes seko, ka spriegums, pie kura sistēmā sāksies lādiņa kustība ir:

$$V_{\text{kritiskais}} = \frac{2d}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{r(\rho_{\text{bumbiņa}} - \rho_{\text{šķidrums}})g}{\varepsilon_0 \epsilon}} \tag{22}$$

- 1 punkts par pareizo spēku vienādojumu
- 1 punkts par pareizo kritiskā sprieguma formulu

(B.2) (3 punkti) Izsakiet vidējo sistēmas strāvu $I_{\text{vidējais}}$, kā funkciju no $V > V_{\text{kritiskais}}$,$d$,$r$,$\mu$,$\rho_{\text{šķidrums}}$,$\rho_{\text{bumbiņa}}$ un konstantēm.

Atrisinājums:
Tā kā spēki kustības dažādās fāzēs maina savu virzienu, mēs apskatīsim veselu ciklu(uz augšu un tālāk uz leju). Šādā ciklā tiek pārnests lādiņš, kurš ir vienāds ar:

$$\Delta q = 2 \cdot Q_{\text{bumbiņa}} = \frac{2V \varepsilon_0 \epsilon \pi^3 r^2}{3d} \tag{23}$$

Ar laika aprēķināšanu, situācija kļūst grūtāka, jo pastāv divi dažādi līdzsvara ātrumi(ceļā uz augšu un ceļā uz leju). Vispirms apskatīsim bumbiņas kustību uz augšu. Šajā kustībā spēku projekcijas izskatīsies sekojoši:

$$F_{\text{elektriskais}} + F_{\text{Arhimēda}} = mg + F_{\text{pretestības}} \tag{24}$$

Ievietojot spēku vienādojumus un izsakot ātrumu sanāk sekojoša izteiksme:

$$v_{\text{augšā}} = \frac{\pi^2 \varepsilon_0 \epsilon r V^2}{18d^2\mu} + \frac{4r^2 g}{18\mu} \cdot (\rho_{\text{šķidrums}} - \rho_{\text{bumbiņa}}) \tag{25}$$

Kustībā lejā, spēku vienādojums izskatās sekojoši:

$$F_{\text{elektriskais}} + mg = F_{\text{pretestības}} + F_{\text{Arhimēda}} \tag{26}$$

Var redzēt, ka ātrums šajā gadījumā ir vienkārši:

$$v_{\text{lejā}} = \frac{\pi^2 \varepsilon_0 \epsilon r V^2}{18d^2\mu} + \frac{4r^2 g}{18\mu} \cdot (\rho_{\text{bumbiņa}} - \rho_{\text{šķidrums}}) \tag{27}$$

Tagad, kad mēs esam atraduši bumbiņas ātrumus divās cikla daļās, ir vienkārši atrast pilna cikla laiku:

$$t_{\text{cikls}} = \frac{d}{v_{\text{augšā}}} + \frac{d}{v_{\text{lejā}}} = \frac{d \cdot (v_{\text{augšā}} + v_{\text{lejā}})}{v_{\text{augšā}} \cdot v_{\text{lejā}}} \tag{28}$$

Izmantojot vidējās elektriskās strāvas definīciju, var dabūt sekojošu vienādojumu:

$$I_{\text{vidējais}} = \frac{\Delta q}{t_{\text{cikls}}} = \frac{\Delta q \cdot v_{\text{augšā}} \cdot v_{\text{lejā}}}{d \cdot (v_{\text{augšā}} + v_{\text{lejā}})} \tag{29}$$

Ievietojot iepriekš iegūtas izteiksmes iegūtajā vienādojumā un vienkāršojot to, mēs iegūstam rezultātu:

$$I_{\text{vidējais}} = \frac{\pi^5 {\varepsilon_0}^2 \epsilon^2 r^3 V^3}{54 d^4 \mu} - \frac{16 r^5 g^2 \pi}{54\mu} \cdot (\rho_{\text{bumbiņa}} - \rho_{\text{šķidrums}})^2 \tag{30}$$

Kā var redzēt, ja V ir pietiekami liels, gravitācijas efekti kļūst mazsvarīgi un strāva kļūst vienāda ar strāvu kondensatorā horizontālajā gadījumā.

- 1 punkts par vidējās strāvas formulu(saprašana par pilno ciklu)
- 0.5 punkti par katru no ātrumu formulām(kustībām augšā un lejā)
- 1 punkts par pareizo gala formulu

(B.3) (1 punkts) Paskaidrojiet, kas notiks ar vidējo strāvu caur kondensatoru, ja $V >> V_{\text{kritiskais}}$, jūs varat atbildēt uz šo jautājumu pat, ja neieguvāt strāvas formulu iepriekšējā punktā.

Atrisinājums:
Ja V ir pietiekami liels, gravitācijas efekti kļūst mazsvarīgi un vidēja strāva kondensatorā tiecās strāvai horizontālajā orientācijā.

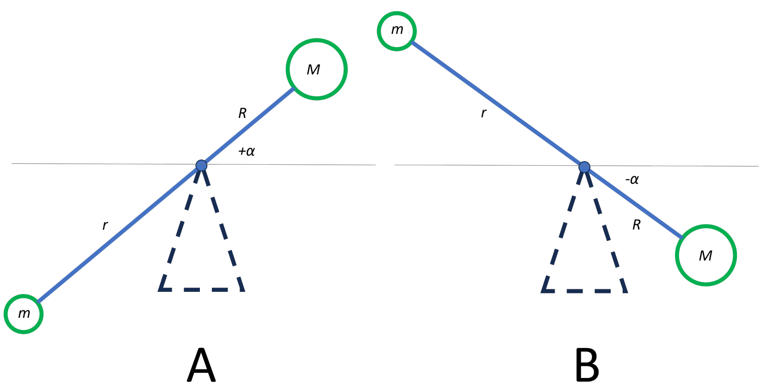
- 0.5 punkti par saprašanu, ka pie lielajiem V elektriskie spēki būs daudz ietekmīgāki par gravitācijas spēku(pietiek ar teksta paskaidrojumu bez formulas).
- 0.5 punkti par spriedumu , ka tas padarīs situāciju ekvivalentu horizontālajam gadījumam.

11-3 Trebušete

Trebušete ir vēsturisks artilērijas ierocis, kas no fizikas skatupunkta ir apbrīnojams ar savu spēju pārvērst potenciālo enerģiju kinētiskajā ar relatīvi augstu efektivitāti. Šajā šķietami vienkāršajā mehānismā ir vienlaicīgi novērojami daudzi mehānikas pamatprincipi - rotācija, inerce, enerģijas pārnese un spēka plecs.

Attēls 2: Autors I, Luc Viatour, CC BY-SA 3.0, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=299752

Uzdevumā apskatīsim trebušetes vienkāršotu shēmu (sk. Att.2) – uz sijas ar neievērojamu masu, kas bez berzes rotē ap asi attālumos R un r no sijas galiem. Sijas galos nostiprinātas punktveida masas M un m. Sija var brīvi rotēt no leņķa $+\alpha$ pret horizontu (stāvoklis A) līdz leņķim $-\alpha$ pret horizontu (stāvoklis B). Sasniedzot leņķi $-\alpha$ sijas rotācija apstājas un tiek atlaista (aizmesta) masa m ar lineāro ātrumu v_0.



Attēls 3: Trebušetes uzbūve un stāvoklis pirms šāviena (A) un masas m izšaušanas brīdī (B)

Brīvās krišanas paātrinājumu var pieņemt $g = 10\ m/s^2$. Gaisa pretestību uzdevumā var neņemt vērā.

A. Vispirms, lai izprastu mūsu uzbūvētās un ļoti vienkāršotās trebušetes darbību, noskaidrosim tās uzbūves nosacījumus. Pieņemsim, ka kustības (šāviena) sākumā trebušete atrodas pozīcijā A (skat. Att.3).

(A.1) (1 punkts) Kādam nosacījumam attiecībā uz masām m un M un attālumiem r un R ir jāizpildās, lai trebušete izdarītu šāvienu (pārvietotos no leņķa $-\alpha$ līdz leņķim $+\alpha$)?

Atrisinājums:
R un M sijas pusē spēka momentam jābūt lielākam, attiecīgi:

$$R \cdot M > r \cdot m \tag{31}$$

Ieteikums vērtēšanai:

- Ja vārdiski, tad pieminēts spēka moments vai spēka plecs
- Ja analītiski, tad norādīta augstāk minētā nevienādība

(A.2) (4 punkti) Cik liels ir masas m izmešanas lineārais ātrums? (Izteikt v_0 no zināmajiem lielumiem - M, m, r, R, α.)

Atrisinājums:
Sistēmas enerģija stāvoklī A (tikai potenciālā):

$$E_A = Mg \cdot h_M - mg \cdot h_m = Mg \cdot R\sin(\alpha) - mg \cdot r\sin(\alpha) = \boldsymbol{g \cdot \sin(\alpha)(MR - mr)} \tag{32}$$

Sistēmas enerģija stāvoklī B (potenciālā un rotācijas):

$$E_B = E_{pot} + E_{rot} \tag{33}$$

$$E_{pot} = g \cdot \sin(\alpha)(mr - MR) \tag{34}$$

$$E_{rot} = \frac{1}{2} I \cdot \omega^2 = \boldsymbol{\frac{1}{2}(MR^2 + mr^2) \cdot \omega^2} \tag{35}$$

Enerģijas saglabāšanās no stāvokļa A un B:

$$g \cdot \sin(\alpha)(MR - mr) = g \cdot \sin(\alpha)(mr - MR) + \frac{1}{2}(MR^2 + mr^2) \cdot \omega^2 \tag{36}$$

Izsaka ω^2:

$$2 \cdot g \cdot \sin(\alpha)\frac{(MR - mr) - (mr - MR)}{(MR^2 + mr^2)} = \omega^2 \tag{37}$$

$$4 \cdot g \cdot \sin(\alpha)\frac{MR - mr}{MR^2 + mr^2} = \omega^2 \tag{38}$$

Un iegūst v_0:

$$\boldsymbol{v_0 = r \cdot \sqrt{4 \cdot g \cdot \sin(\alpha)\frac{MR - mr}{MR^2 + mr^2}}} \tag{39}$$

Ieteikums vērtēšanai:

- 1 pkt. par pareizi noformulētu stāvokļa A enerģiju
- 1 pkt. par pareizi noformulētu stāvokļa B enerģiju
- 1 pkt. par izteiktu griezes momentu $I = MR^2 + mr^2$
- 1 pkt. par pareizu gala izvedumu

B. Tagad, kad esam izpratuši mūsu trebušetes darbības principus, varam sākt optimizēt tās efektivitāti!

(B.1) (1 punkts) Kā trebušetes uzbūvē ir jāmaina kustību ierobežojošais leņķis α, lai palielinātu masas m izšaušanas ātrumu?

Atrisinājums:

α jāpalielina. Vērtība, kas lielāka par 90 grādiem ir pret uzdevuma fizikālo definīciju, līdz ar to $\sin\alpha$ augošs definīcijas apgabalā - $0^o \leq \alpha \leq 90^o$

Ieteikums vērtēšanai:

- Par pareizu atbildi UN skaidrojumu 1 punkts

(B.2) (1 punkts) Kā trebušetes uzbūvē ir jāmaina abu masu attiecība $\frac{m}{M}$, lai palielinātu masas m izšaušanas ātrumu?

Atrisinājums:

$\frac{m}{M}$ jāsamazina. Izsakāms no A.2 iegūtās vienādības.

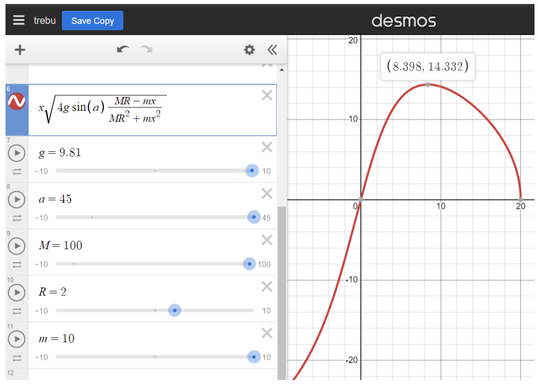
Ieteikums vērtēšanai:

- Par pareizu atbildi UN skaidrojumu 1 punkts

(B.3) (1 punkts) Tiek uzbūvēts trebušetes prototips ar izmēriem $R = 2m$, $\alpha = 45^o$, $M = 100kg$ un $m = 10kg$. Cik lielam jābūt sijas izmēram r, lai masas m izšaušanas ātrums būtu maksimāls? *Atbildi dot ar ne lielāku, kā 5% kļūdu*

Atrisinājums:

Apskatot dažādas r vērtības, iegūstam, ka ātruma maksimālā vērtība ir pie $r = 8.4m$



ātruma atkarība no r

Ieteikums vērtēšanai:

- Pieļauj 5% kļūdu, tas ir $\pm 0.42m$

(B.4) (2 punkti) Cik lileam jābūt trebušetes leņķim α, lai iegūtu maksimālo trebušetes šaušanas attālumu? Atbildi pamatot! *Pieņemt, ka trebušetes izmērs ir ievērojami mazāks par lidojuma tālumu. Atbildi dot ar ne lielāku, kā 5% kļūdu*

Atrisinājums:

Jāskatās kopā ar trajektorijas vienādojumu, izteiktu attiecībā pret leņķi:

$$d(\alpha) = \frac{2v_0^2}{g} \cdot \sin(\alpha)\cos(\alpha) \tag{40}$$

$$v_0 \propto \sqrt{\sin(\alpha)} \tag{41}$$

$$d(\alpha) \propto \sin^2(\alpha)\cos(\alpha) \tag{42}$$

Maksimumu sasniedz pie aptuveni 55°

Ieteikums vērtēšanai:

- 1 pkt. par pareizi iegūtu attāluma atkarību no leņķa no trajektorijas vienādojuma.
- 0.5 pkt. par izteiktu izšaušanas ātruma atkarību no leņķa.
- 0.5 pkt. par pareizu iegūto gala sakarību.