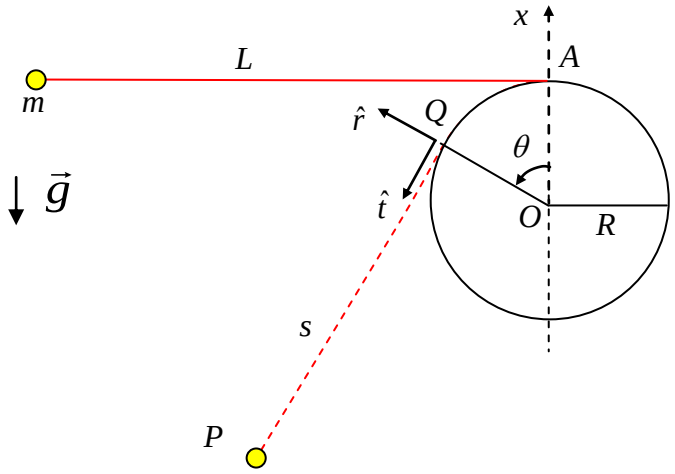
Teorētiskās daļas uzdevums Nr.1

Svārstības ar krītošu atsvaru

Ciets cilindrisks stienis, kura rādiuss ir R, novietots horizontāli virs zemes. Svārsts, kura masa ir m, ar auklu piestiprināts punktā A cilindriskā stieņa augšpusē, skat. 1a attēlu. Auklas masa ir neievērojami maza un tās garums ir L ($L > 2\pi R$). Svārsta lodīte tiek pacelta līdz A punkta līmenim un palaista vaļā tad, kad aukla ir nostiepta. Auklas izstiepumu neievērot. Svārsta lodīti var uzskatīt kā punktveida masu, kura kustas plaknē, kas pependikulāra cilindriskā stieņa asij. Brīvās krišanas paātrinājums ir g.



Attēls 1a

Pieņemsim, ka punkts O ir koordinātu sākuma punkts. Kad lodīte atrodas punktā P, aukla veido pieskari cilindra virsmai punktā Q. Līnijas garumu QP apzīmēsim ar s. Paralēlais un perpendikulārais vienības vektors punktā Q tiek apzīmēts atbilstoši ar $\hat{t}$ un $\hat{r}$. Leņķis θ, ko veido rādiuss OQ, un kas mērīts no vertikālās x ass gar OA pretēji pulksteņa rādītāja kustības virzienam, tiek pieņemts kā pozitīvs.

Ja $\theta = 0$, garums s ir vienāds ar L, bet lodītes gravitācijas potenciālā enerģija U ir vienāda ar nulli. Leņķa θ un attāluma s maiņa, lodītei kustoties, izsakāmi attiecīgi ar $\dot{\theta}$ un $\dot{s}$.

Ja nav norādīts citādi, tad visi ātrumi ir relatīvi attiecībā pret fiksēto punktu O.

A daļa

Šajā uzdevuma daļā aukla ir nostiepta lodītes kustības laikā. Izmantojot ievestos apzīmējumus s, θ, $\dot{s}$, $\dot{\theta}$, R, L, g, $\hat{t}$ un $\hat{r}$, nosaki:

(a) sakarību starp $\dot{\theta}$ un $\dot{s}$ [0.5 punkti]

(b) kustībā esošā punkta Q ātrumu $\vec{v}_Q$ attiecībā pret O [0.5 punkti]

(c) lodītes ātrumu $\vec{v}'$ punktā P attiecībā pret kustībā esošo punktu Q. [0.7 punkti]

(d) lodītes ātrumu $\vec{v}$ punktā P attiecībā pret punktu O. [0.7 punkti]

(e) lodītes paātrinājuma vektora paralēlo komponenti $\hat{t}$ attiecībā pret punktu O, kad tā atrodas punktā P.

[0.7 punkti]

(f) lodītes gravitācijas potenciālo enerģiju U, kad tā atrodas punktā P. [0.5 punkti]

(g) lodītes ātrumu v_m tās zemākajā trajektorijas punktā. [0.7 punkti]

B daļa

Šajā uzdevuma daļā lielumu L un R attiecība ir dota, izmantojot šādu sakarību:

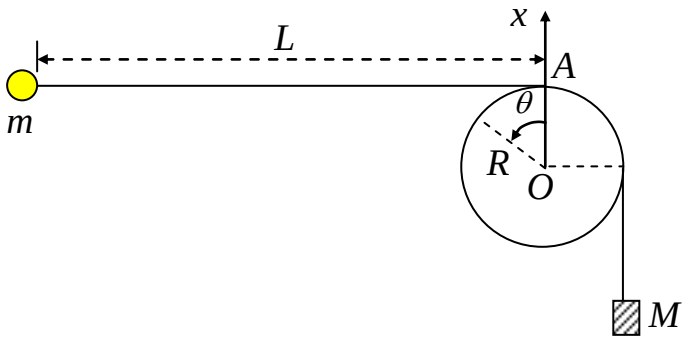
$$\frac{L}{R} = \frac{9\pi}{8} + \frac{2}{3}\cot\frac{\pi}{16} = 3.534 + 3.352 = 6.886$$

(h) kāds ir lodītes ātrums v_S (atkarībā no g un R), kad aukla no punkta Q līdz P ir iztaisnota un tās garums ir vismazākais. [2.4 punkti]

(i) kāds ir lodītes ātrums v_H (atkarībā no g un R), kad tā sasniedz augstāko punktu H cilindriskā stieņa pretējā pusē? [1.9 punkti]

C daļa

Šajā uzdevuma daļā aukla netiek nostiprināta uz cilindra punktā A, bet tās otrā galā piesien par lodīti smagāku atsvaru, kura masa ir M (skat. attēlu 1b). Šo atsvaru arī var uzskatīt kā punktveida ķermeni.



Attēls 1b

Sākumā svārsts novietots nekustīgi tā, ka auklas horizontālās daļas garums ir L, bet atsvars atrodas zem punkta O. Tad lodīti atbrīvo, un atsvars sāk krist. Pieņem, ka lodīte kustas vertikālā plaknē un var svārstīties gar krītošo atsvaru, to neaizskarot.

Slīdes berze starp auklu un stieņa virsmu ir neievērojami maza. Bet miera stāvokļa berze ir pietiekami liela, lai atsvars pēc apstāšanās saglabātu miera stāvokli (tā ātrums ir nulle).

(j) Pieņem, ka atsvars tiek apstādināts pēc tam, kad veicis attālumu D, un ka starpība $(L–D)>>R$. Ja lodīte var uzšūpoties pāri stienim līdz leņķim $\theta = 2\pi$, un abas auklas daļas, kuras neatrodas uz cilindriskā stieņa, ir taisnas, attiecībai $\alpha = D/L$ jābūt lielākai par kādu kritisko lielumu α_c . Neievērojot locekļus, kuru kārta ir R/L, un augstāka, nosaki un aprēķini lielumu α_c atkarībā no lielumu M/m attiecības. [3.4 punkti]

[Atbilžu lapa] **Teorētiskās daļas uzdevums Nr.1**

Svārstības ar krītošu atsvaru

(a) Sakarība starp $\dot{\theta}$ un $\dot{s}$ ir:

(b) Kustībā esošā punkta *Q* ātrums $\vec{v}_Q$ attiecībā pret punktu O ir:

$\vec{v}_Q$ =

(c) Kad lodīte atrodas punktā P, tās ātrums attiecībā pret kustībā esošo punktu *Q ir:*

$\vec{v}'$ =

(d) Kad lodīte atrodas punktā P, tās ātrums $\vec{v}$ attiecībā pret punktu O ir:

$\vec{v}$ =

(e) Kad lodītes atrodas punktā P, tā paātrinājuma $\hat{t}$ komponente attiecībā pret punktu O ir

$\hat{t}$ =

(f) Kad lodīte atrodas punktā P, tās gravitācijas potenciālā enerģija *U* ir:

U =

(g) Lodītes ātrums tās zemākajā trajektorijas punktā ir:

v_m =

(h) Kad aukla no punkta Q līdz P ir iztaisnota un tās garums ir vismazākais, lodītes ātrums ir*:* (uzraksti izteiksmi atkarībā no *g* and *R)*

v_s =

(i) Augstākajā punktā lodītes ātrums cilindriskā stieņa pretējā pusē? (uzraksti izteiksmi atkarībā no *g* and *R* un aprēķini ātruma vērtību)

v_H =

(j) Attiecībai *D*/*L* kritiskā α_c vērtība atkarībā no lieluma *M/m* ir:

α_c =