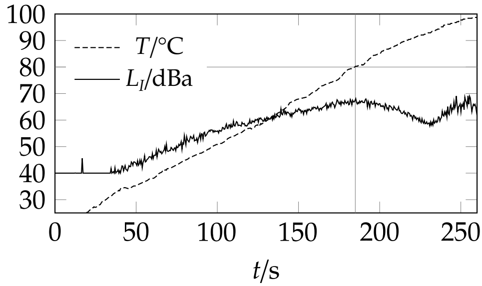
Latvijas 49. atklātā fizikas olimpiāde

Atrisinājumi

9-1° *Tējkanna* (3 p) Ūdens vārīšanas laikā var pamanīt, ka trokšņa līmenis L_I, kas nāk no tējkannas, pakāpeniski pieaug līdz temperatūra T sasniedz aptuveni 80 °C un tad atkal samazinās (skat. grafiku). Izskaidrojiet, kāpēc tas tā notiek.



Atrisinājums Ūdenī vienmēr pastāv tajā izšķīdušas gāzes. Arī pirms ūdens sildīšanas gāzes burbulīši var parādīties uz trauku dibena un malām. Ūdens tvaiks, kas atrodas burbuļu iekšienē, ir piesātināts.

Kad tējkanna uzsilda ūdeni, pie sildelementa piesātinātā tvaika spiediens palielinās un burbuļu izmēri kļūst lielāki. Arhimēda spēka iedarbībā tie sāk atrauties un uzpeldēt. Tā kā ūdens tālāk no sildelementa ir aukstāks, šajos slāņos notiek tvaika kondensācija burbuļos. Tad spiediens tajos strauji krīt, un burbuļi saplok. Tas notiek tik ātri, ka burbuļa sieniņas, saduroties, rada skaņu, kas atgādina mazu sprādzienu.

Liels daudzums ar tādiem mikro-sprādzieniem rada tējkannai raksturīgo troksni. Procesa sākumā jo lielāka ir ūdens temperatūra, jo vairāk burbuļu rodas pie sildelementa, tāpēc trokšņa līmenis palielinās. Kad šķidrums kļūst pietiekami silts (ap 80 °C), daži no burbuļiem vairs nesprāgst, bet sasniedz virsmu.

Turpmāk, jo siltāks ir apkārtējais ūdens, jo mazāk burbuļu saplok, tāpēc trokšņa līmenis sāk samazināties. Kad šķidruma temperatūra tuvojas 100 °C, mikrosprādzieni vairs nerada troksni, tomēr parādās citi trokšņa avoti, piemēram, tējkannas vibrācijas no lielu burbuļu uzpeldēšanas un intensīvas šķidruma kustības.

9-2° *Akmens* (2 p) Ja dinamometrā iekārtu meteorīta gabalu iegremdē ūdenī, dinamometra rādījums ir 14 N, bet iegremdējot to eļļā — 16 N. Nosakiet meteorīta gabala masu un blīvumu. Ūdens blīvums 1 g/cm^3, eļļas blīvums 0,8 g/cm^3.

Atrisinājums Dinamometra rādījums F ir starpība starp smaguma spēku un Arhimēda spēku, t. i.

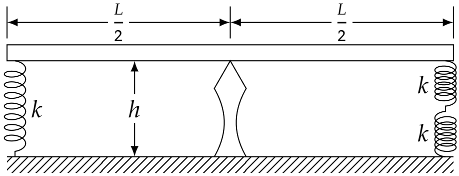
$$F_1 = mg - \rho_1 g V = \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho}\right) mg, \qquad F_2 = mg - \rho_2 g V = \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho}\right) mg.$$

Izdalot pirmo vienādojumu ar otro, var izteikt blīvumu, ievietojot kuru atpakaļ pirmajā vienādojumā, var izteikt arī masu:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\rho - \rho_1}{\rho - \rho_2} \rightsquigarrow \rho = \frac{F_2\rho_1 - F_1\rho_2}{F_2 - F_1} = 2{,}4\,\mathrm{g/cm^3},$$

$$m = \frac{F_1}{g}\left(1 - \frac{\rho_1}{\rho}\right)^{-1} = \frac{F_2\rho_1 - F_1\rho_2}{(\rho_1 - \rho_2)g} = 2{,}4\,\mathrm{kg}.$$

9-3° *Dīvainie svari* (3 p) Homogēns dēlis, kura garums $L = 1\,\mathrm{m}$, ir atbalstīts viduspunktā augstumā $h = 5\,\mathrm{cm}$ virs galda. Starp galdu un vienu dēļa galu ir iestiprināta atspere ar stinguma koeficientu $k = 50\,\mathrm{N/m}$ un garumu h nedeformētajā stāvoklī, starp galdu un otru dēļa galu — divas tādas pašas virknē savienotas atsperes. Cik lielā attālumā no dēļa centra un kuram galam tuvāk uz dēļa ir jānovieto atsvars ar masu $m = 1\,\mathrm{kg}$, lai dēlis būtu horizontāls?



Atrisinājums Kad dēlis ir horizontāls, atspere kreisajā pusē nav deformēta un, tātad, neiedarbojas uz dēli. Uz dēļa labo pusi darbojas augšējā atspere, kas ir saspiesta par $h/2$, ar spēku $kh/2$. Šis spēks rada momentu

$$\frac{L}{2} \cdot \frac{kh}{2}$$

attiecībā pret statīvu. Lai dēlis būtu līdzsvarā, atsvaram, iedarbojoties uz dēli ar spēku mg, ir jārada tikpat liels, bet pretēji vērsts moments. Tātad atsvars ir jānoliek labajā pusē attālumā x no statīva.

$$mgx = \frac{khL}{4} \rightsquigarrow x = \frac{khL}{4mg} = \frac{50 \cdot 0{,}05 \cdot 1}{4 \cdot 1 \cdot 10} = 6{,}25\,\mathrm{cm}.$$

9-4° *Globālā sasilšana* (3 p) Divās vienādās cilindriskās glāzēs ar šķērsgriezuma laukumu $S = 30\,\mathrm{cm}^2$ ielika vienādus ledus gabalus ar masu $m = 10\,\mathrm{g}$ katrs. Abas glāzes līdz pusei aizpildīja ar ūdeni: pirmo ar destilētu (blīvums $\rho_0 = 1{,}00\,\mathrm{g/cm}^3$), bet otro — ar sālsūdeni (blīvums $\rho_1 = 1{,}02\,\mathrm{g/cm}^3$). Ledus pēc ūdens pieliešanas nepieskaras glāzes dibenam. Pēc kāda laika ledus abās glāzēs izkusa. Paskaidrojiet, kā izmainīsies ūdens līmenis un aprēķiniet ūdens līmeņu starpību glāzēs, kad ledus būs izkusis.

Atrisinājums Abās glāzēs ledus peld, tātad tātad ledus svars ir vienāds ar izspiestā šķidruma svaru. Gadījumā ar destilētu ūdeni $mg = \rho_0 g V_0$, tātad, $V_0 = m/\rho_0$. Kad ledus ir izkusis, tas vairs neizspiež ūdeni, un ūdens šķietamais tilpums ir samazinājis par V_0. No citas puses šķietamais tilpums ir palielinājis par m/ρ_0, kas ir tilpums ūdenim, kurā pārvērtās ledus. Kopumā šķietamā tilpuma izmaiņa ir

$$\Delta V_0 = -V_0 + \frac{m}{\rho_0} = m\left(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho_0}\right) = 0,$$

tātad ūdens līmenis glāzē ar saldūdeni nav mainījies. Analoģiski gadījumā ar sālsūdeni šķietamā tilpuma izmaiņa ir

$$\Delta V_1 = -V_1 + \frac{m}{\rho_0} = m\left(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho_1}\right) > 0,$$

tātad ūdens līmenis glāzē ar sālsūdeni ir paaugstinājies. Ūdens līmeņu starpība glāzēs ir

$$\Delta H = \frac{\Delta V_1 - \Delta V_0}{S} = \frac{m}{S}\left(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho_1}\right) = 6{,}5\,\mathrm{mm}.$$

9-5° *Zelta zivtiņa* (3 p) Katlu ar tilpumu $V_\mathrm{t} = 2\,\ell$ līdz malām piepildīja ar ūdeni ar temperatūru $T_0 = 10\,°\mathrm{C}$. Tad tajā ievietoja zelta stieni, kura temperatūra $T_1 = 70\,°\mathrm{C}$, un daļa no ūdens izlejās ārā. Pēc kāda laika stieņa un ūdens temperatūras izlīdzinājās un kļuva vienādas ar $T = 20\,°\mathrm{C}$. Cik liela būtu ūdens līdzsvara temperatūra, ja traukā ievietotu nevis vienu, bet divus tādus pašus zelta stieņus? Ūdens īpatnējā siltumietilpība $c_0 = 4{,}2\,\mathrm{J/(g\,°C)}$ un blīvums $\rho_0 = 1\,\mathrm{g/cm^3}$. Zelta īpatnējā siltumietilpība $c_1 = 0{,}13\,\mathrm{J/(g\,°C)}$ un blīvums $\rho_1 = 19{,}3\,\mathrm{g/cm^3}$. Siltumapmaiņu ar apkārtējo vidi neņemt vērā.

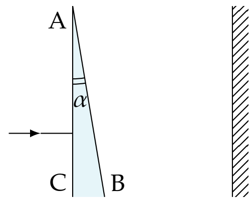
Atrisinājums Ievietojot stieni traukā, tas izspiedīs savam tilpumam atbilstošu ūdens tilpumu, kas izlīs no trauka un nepiedalīsies siltumapmaiņā. Tas pats notiks ar diviem stieņiem. Vienādojot stieņa (stieņu) atdoto siltuma daudzumu ar atlikušā ūdens saņemto, iegūst vienādojumu sistēmu ar nezināmo stieņa tilpumu V un prasīto gala temperatūru otrajā gadījumā T':

$$\begin{aligned} c_1\rho_1 V(T_1 - T) &= c_0\rho_0(V_\mathrm{t} - V)(T - T_0),\\ c_1\rho_1(2V)(T_1 - T') &= c_0\rho_0(V_\mathrm{t} - 2V)(T' - T_0). \end{aligned}$$

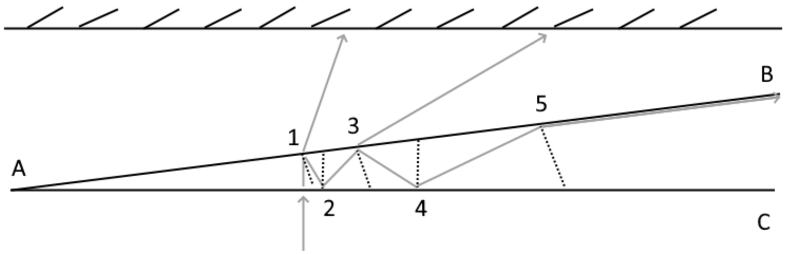
Izsakot V no pirmā vienādojuma un ieliekot otrajā, iegūst

$$\begin{aligned} V &= V_\mathrm{t}\frac{c_0\rho_0(T - T_0)}{c_1\rho_1(T_1 - T) + c_0\rho_0(T - T_0)} = 0{,}502\,\ell,\\ T' &= \frac{2c_1\rho_1 T_1 + c_0\rho_0(V_\mathrm{t}/V - 2)T_0}{2c_1\rho_1 + c_0\rho_0(V_\mathrm{t}/V - 2)} = 32{,}7\,°\mathrm{C}. \end{aligned}$$

9-6° *Lauž cik var* (4 p) Taisnas trijstūra prizmas pamats ACB ir taisnleņķa trijstūris. Perpendikulāri prizmas sānu skaldnei AC krīt šaurs lāzera stars (skat. att.). Cik apgaismotu punktu būs redzams uz ekrāna, kas atrodas aiz prizmas paralēli skaldnei AC? Stikla laušanas koeficients $n = 1{,}41$, leņķis $\alpha = 10°$. Uzskatīt, ka malas AC un ekrāna garumi ir ļoti lieli.



Atrisinājums Konstruēsim staru gaitu prizmā, skat. attēlu zemāk. Ar pelēkajām līnijām ir attēloti lāzera stari, ar melnajām punktētajām līnijām — perpendikuli pret virsmām punktos, kuros stari krīt. Katrā tādā punktā daļa no gaismas iziet cauri, bet daļa atstarojas.



Redzams, ka krišanas leņķis uz skaldni AB ar katru nākamo atstarošanos palielinās. Kad tas kļūs lielāks par kritisko iekšējās atstarošanas leņķi (kas stiklam ir $\arcsin n = 42°$), tad lāzera stars vairs neizies ārā. Krišanas leņķis punktā 1 ir 10°, punktā 2 — jau 20° (jo tiek pieskaitīts leņķis starp plaknēm), punktā 3 krišanas leņķis ir 30° utt. Tātad, punktā 5 krišanas leņķis ir lielāks par kritisko, tāpēc uz ekrāna būs redzami tikai divi punkti.

9-7° *Vājš sildītājs* (3 p) Traukā ir ūdens, kura temperatūra $T_0 = 20\,°\mathrm{C}$. Ūdeni mēģina uzsildīt ar tajā iegremdētu sildītāju (metāla spirāli), kura pretestība R mainās atkarībā no temperatūras T tā, ka $R = R_0[1+\alpha(T-T_0)]$, kur $\alpha = 0{,}1/°\mathrm{C}$ un $R_0 = 100\,\Omega$. Pieņemsim, ka jebkurā laika momentā sildītāja un ūdens temperatūras ir vienādas. Trauks nav izolēts un katru sekundi zaudē enerģiju $Q = \beta(T - T_0)$, kur $\beta = 2\,\mathrm{J}/°\mathrm{C}$. Sildītājs ir pieslēgts pie strāvas avota, kas nodrošina nemainīgu strāvas stiprumu $I = 0{,}2\,\mathrm{A}$. Cik liela ir maksimālā temperatūra T_{max}, līdz kurai sasils ūdens?

Atrisinājums Strāva ir nemainīga, tātad uz sildītāja izdalīta jauda ir $P = I^2R$. Daļa no šīs jaudas (P_+) aiziet uz ūdens sildīšanu, un daļa (P_-) tiek zaudēta siltumapmaiņā ar apkārtējo vidi, pie tā ar laiku ūdens temperatūra pieaug, tāpēc P_- kļūst lielāks, bet P_+ — mazāks. Kad ūdens būs uzsilis līdz maksimālajai temperatūrai, $P_+ = 0$ un $P_- = P$. Tātad,

$$I^2R_0\,[1 + \alpha(T_{\mathrm{max}} - T_0)] = \frac{\beta(T_{\mathrm{max}} - T_0)}{t},$$

$$T_{\mathrm{max}} = T_0 + \frac{1}{\frac{\beta}{I^2R_0t} - \alpha} = 22{,}5\,°\mathrm{C}.$$

9-8° *Stīgas un mērvienības* (3 p) Stīgas svārstību frekvence ir atkarīga tikai no tās diametra D, blīvuma ρ un sastiepuma spēka F. Vienu no ģitāras neilona stīgām aizvietoja ar niķeļa stīgu ar 1,5 reižu mazāku diametru. Cik reižu stiprāk ir jānostiepj šī stīga, lai frekvence būtu tāda pati kā neilona stīgai? Neilona blīvums $\rho_1 = 1240\,\mathrm{kg/m^3}$, niķeļa blīvums $\rho_2 = 8900\,\mathrm{kg/m^3}$.

Atrisinājums Izmantosim dimensiju analīzes metodi. Spēka sı mērvienība ir $\mathrm{N} \equiv \mathrm{kg\,m/s^2}$, jo $F = ma$. Lai iegūtu frekvences f mērvienību ($\mathrm{Hz} \equiv 1/\mathrm{s}$), spēka F mērvienība ir jāizdala ar blīvuma ρ mērvienību ($\mathrm{kg/m^3}$), lai saīsinātos kilogrami, tad jāizdala ar diametra D mērvienību (m) ceturtajā pakāpē, lai saīsinātos metri, un no rezultāta ir jāizvelk kvadrātsakne, t. i.

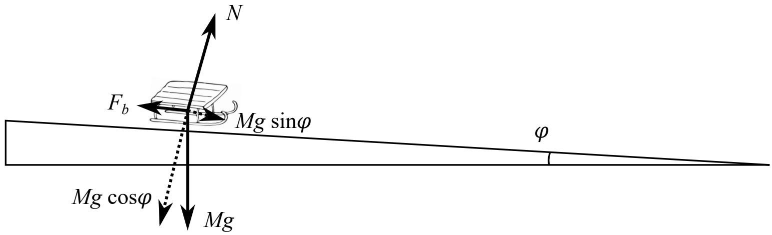
$$\frac{1}{\mathrm{s}} = \sqrt{\frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s^2}} \cdot \frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{kg}} \cdot \frac{1}{\mathrm{m^4}}} \quad \Rightarrow \quad f \sim \sqrt{\frac{F}{\rho D^4}}$$

Lai frekvences būtu vienādas, ir jāizpildās vienādojumam

$$\frac{F_1}{\rho_1 D_1^4} = \frac{F_2}{\rho_2 D_2^4} \quad \rightsquigarrow \quad \frac{F_2}{F_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1}\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4 = 1{,}42.$$

9-9° *Ziemas prieki* (2 p) Zēns ar ragaviņām nobrauca ar nemainīgu ātrumu no plakanas ledus nogāzes, kas veido leņķi $\varphi = 1°$ ar horizontu. Nogāzes apakšā izrādījās, ka ragaviņu slieces palika par $\Delta T = 0{,}5\,°\mathrm{C}$ siltākas nekā nobrauciena sākumā. Zēna un ragaviņu kopējā masa $M = 70\,\mathrm{kg}$, slieces ir izgatavotas no tērauda ar īpatnējo siltumietilpību $c = 420\,\mathrm{J/(kg\,°C)}$, to kopējā masa $m = 0{,}75\,\mathrm{kg}$. Ir novērtēts, ka slieces uzņem $\eta = 40\,\%$ no kopējā izdalītā siltuma daudzuma. Brīvas krišanas paātrinājums $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$. (a) Cik liels berzes spēks darbojās uz ragaviņām nobrauciena laikā? (b) Cik gara bija nogāze?

Atrisinājums Uzzīmēsim spēkus, kas darbojas uz ragaviņām, skat. att. Lai brauciens notiktu ar nemainīgu ātrumu, spēkiem jābūt līdzsvarā. Virzienā, kas ir paralēls nogāzei, berzes spēku F_b līdzsvaro smaguma spēka komponente $Mg\sin\varphi$, tātad $F_\mathrm{b} = Mg\sin\varphi = 12\,\mathrm{N}$.



Slieces uzņem siltuma daudzumu $Q = cm\Delta T$, tātad kopējais izdalītais siltuma daudzums ir $Q/\eta = cm\Delta T/\eta$. Tas pēc moduļa ir vienāds ar berzes spēka veikto darbu. Apzīmējot nogāzes garumu ar L,

$$F_\mathrm{b}L = \frac{cm\Delta T}{\eta} \quad \rightsquigarrow \quad L = \frac{cm\Delta T}{\eta F_\mathrm{b}} = 32\,\mathrm{m}.$$

Atrisinājums Nobrauciena laikā kinētiskā enerģija nemainās, bet potenciālā pārvēršas siltumā, t. i. $MgH = Q$. Izdalītais siltuma daudzums no vienas puses pēc moduļa ir vienāds ar berzes spēka veikto darbu $Q = F_\mathrm{b}L$, bet no citas puses $Q = cm\Delta T/\eta$. Nogāzes augstuma attiecība pret garumu $H/L = \sin\varphi$, tātad,

$$F_\mathrm{b} = \frac{MgH}{L} = Mg\sin\varphi = 12\,\mathrm{N}, \qquad L = \frac{cm\Delta T}{\eta F_\mathrm{b}} = \frac{cm\Delta T}{\eta Mg\sin\varphi} = 32\,\mathrm{m}.$$