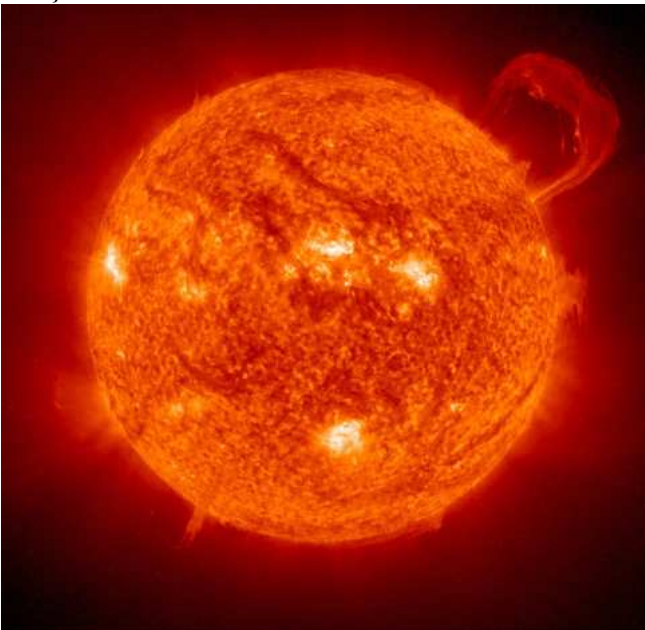


## Teorētiskā kārtā 3. uzdevums

### *Kādēļ zvaigznes ir tik lielas?*

Zvaigznes ir sakarsētas gāzes sfēras. Lielākā daļa no zvaigznēm staro gaismu tādēļ, ka šo zvaigžņu centrā ūdenradis kodoltermiskā sintēzes ceļā pārtop par hēliju. Šajā uzdevumā tiek izmantoti gan klasiskās gan arī kvantu mehānikas priekšstati, kas kopā ar elektrostatiku un termodinamiku, ļauj saprast kādēļ zvaigznēm ir jābūt pietiekoši lielām, lai kodolsintēzes process varētu notikt. Mēs arī noskaidrosim kādai, kāda ir zvaigznes mazākā masa un mazākais rādiuss, lai zvaigznē varētu notikt ūdeņraža kodolsintēzes.



1. attēls. Mūsu Saule tāpat kā lielākā daļa zvaigžņu staro pateicoties tam, ka tās dzīlēs kodoltermiskās sintēzes rezultātā no ūdeņraža veidojas hēlijs.

## NODERĪGAS KONSTANTES

Gravitācijas konstante =  $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^2$

Bolcmaņa konstante =  $k = 1.4 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$

Planka konstante =  $h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ m}^2 \text{ kg s}^{-1}$

Protona masa =  $m_p = 1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$

Elektrona masa =  $m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$

Elementārais elektriskais lādiņš =  $q = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$

Elektriskā konstante (vakuuma dielektriskā caurlaidība) =  $\epsilon_0 = 8.9 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$

Saules rādiuss =  $R_s = 7.0 \times 10^8 \text{ m}$

Saules masa =  $M_s = 2.0 \times 10^{30} \text{ kg}$

## 1. Temperatūras zvaigznes centrā novērtējums no klasiskās fizikas priekšstatiem

Pieņem, ka gāze, kas veido zvaigzni, ir tīrs jonizēts ūdeņradis (elektroni un protoni vienādā daudzumā) un tā izturas kā ideāla gāze. Balsoties uz klasiskās fizikas priekšstatiem, varam apgalvot, ka, lai divi protoni kodoltermiskās sintēzes procesā izveidotu hēlija atoma kodolu, protoni ir jāsatuvina attālumā, kas sakrīt vai arī ir mazāks par  $10^{-15} \text{ m}$ . Šajā attālumā tuvas darbība stiprā mijiedarbība starp atoma kodoliem kļūst dominējoša. Taču, lai kodolus satuvinātu šādā attālumā protoniem sākotnēji ir jāpārvar elektrostatiskie Kulona atgrūšanās spēki. Balstoties uz klasiskās fizikas priekšstatiem, pieņem, ka abi protoni pārvietojas pretējos virzienos ar ātrumu  $v_{rms}$  – vidējo kvadrātisko ātrumu protoniem, – un starp tiem notiek viendimensionāla frontāla sadursme.

|    |   |     |
|----|---|-----|
| 1a | Kādam ir jābūt gāzes temperatūrai $T_c$ , lai attālums $d_c$ , kādā satuvinās protoni būtu vienāds ar $10^{-15} \text{ m}$ ? Atrodi šīs temperatūras skaitlisko vērtību ar precizitāti līdz diviem zīmīgajiem cipariem. Ar tādu pašu precizitāti rēķini arī visus citus skaitliskos lielumus, kas tiks prasīti šajā uzdevumā. | 1.5 |
|----|---|-----|

## 2. Iepriekš atrastā temperatūra izrādās nepareiza.

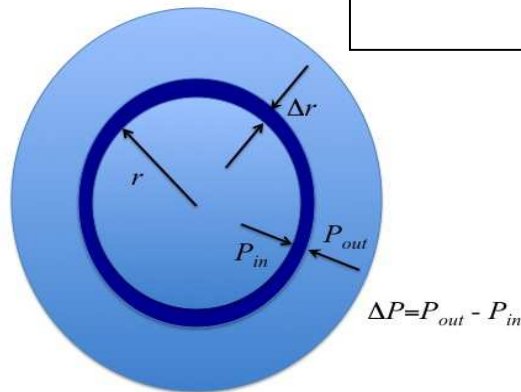
Lai pārlicinātos vai iepriekš iegūtais temperatūras novērtējums ir labs, ir nepieciešama vēl vismaz viena neatkarīga metode, kā novērtēt temperatūru zvaigznes centrā. Zvaigznes struktūra ir komplicēta. Taču, izdarot dažus pieņēmumus, mēs varam iegūt samērā labu ainu par to, kas notiek

zvaigznes centrā. Zvaigznes atrodas mehāniskā līdzsvara stāvoklī. Tas nozīmē, ka zvaigznes neizplešas un nesaraucas. Iemesls tam ir ļoti vienkāršs. Gravitācijas spēki zvaigznes iekšienē, kas ir vērsti uz zvaigznes centru, tiek kompensēti ar spiediena spēku, kas ir vērsts prom no zvaigznes centra (2. attēls). Gāzes slānim attālumā  $r$  no zvaigznes centra hidrodinamiskā līdzsvara nosacījumi ir uzrakstāmi kā

$$\frac{\Delta P}{\Delta r} = - \frac{GM_r \rho_r}{r^2}$$

kur  $P$  ir gāzes spiediens,  $G$  ir gravitācijas konstante,  $M_r$  zvaigzni veidojošās gāzes masa sfēras ar rādiusu  $r$  iekšienē, un  $\rho_r$  ir gāzes blīvums sfēras ar rādiusu  $r$  iekšienē.

2. attēls. Zvaigznes atrodas hidrostatiskā līdzsvarā, kurā spiedienu starpība kompensē gravitāciju.



Temperatūras zvaigznes centrā lieluma kārtas novērtējumu var iegūt, ja tiek izmantotas parametru skaitliskās vērtības zvaigznes centrā un uz tās virsmas. Ir jāizdara sekojoši pieņēmumi:

$$\Delta P \approx P_o - P_c$$

kur  $P_c$  un  $P_o$  ir spiedieni attiecīgi zvaigznes centrā un uz tās virsmas. Tā kā  $P_c \gg P_o$ , mēs varam pieņemt, ka

$$\Delta P \approx - P_c.$$

Šie paši pieņēmumi ļauj secināt, ka

$$\Delta r \approx R,$$

kur  $R$  ir zvaigznes pilnais rādiuss un

$$M_r \approx M_R = M,$$

kur  $M$  ir pilnā zvaigznes masa.

Zvaigznes blīvumu var aproksimēt ar tā vērtību zvaigznes centrā

$$\rho_r \approx \rho_c.$$

Var pieņemt, ka zvaigznes vielas spiediens ir ideālas gāzes spiediens.

|    |   |     |
|----|---|-----|
| 2a | Atrodi izteiksmi, kas ļauj atrast temperatūru $T_c$ zvaigznes centrā. Izsaki to izmantojot tikai zvaigznes rādiusu, tās masu un fizikālās konstantes. | 0.5 |
|----|---|-----|

Tagad, izmantojot šo modeli mēs varam izdarīt sekojošu paredzējumu, kas kalpos par temperatūras klasiskā novērtējuma derīguma kritēriju.

|    |  |     |
|----|--|-----|
| 2b | Izmantojot punktā 2a iegūto izteiksmi uzraksti attiecību $M/R$ , kuru mēs sagaidām no zvaigznes modeļa. Izsaki to, izmantojot tikai $T_c$ un fizikālās konstantes. | 0.5 |
|----|--|-----|

|    |   |     |
|----|---|-----|
| 2c | Izmanto punktā (1a) atrastās temperatūras $T_c$ vērtību, atrodi attiecības $M/R$ skaitlisko vērtību tipiskai zvaigznei. | 0.5 |
|----|---|-----|

|    |  |     |
|----|--|-----|
| 2d | Beidzot izskaitļo attiecību $M(\text{Saule})/R(\text{Saule})$ Saulei un pārliecinies, ka šī vērtība ir ievērojami mazāka nekā tā, kas tika atrasta punktā (2c) | 0.5 |
|----|--|-----|

### 3. Temperatūras zvaigznes centrā novērtējums, kas izriet no kvantu mehānikas priekšstatiem.

Lielā atšķirība, kas tika konstatēta punktā (2d), novērtējot  $T_c$  izejot no klasiskās fizikas priekšstatiem, ļauj izdarīt apgalvojumu, ka klasiskās fizikas metodes šajā gadījumā nav lietojamas. Skaidrojums šai neatbilstībai ir atrodams, lietojot kvantu teoriju. Protonam kvantu fizikā izpaužas viļņa īpašības. Tas nozīmē, ka katrs atsevišķais protons ir “izsmērēts” garuma intervālā  $\lambda_p$ , kas ir vienāds ar DeBroljī viļņa garumu. Tādēļ, gadījumā, kad divi protoni ir satuvinājušies attālumā, kas ir mazāks par DeBroljī viļņa garumu, tie pārklājas (kvantu mehānikas nozīmē) un tādēļ var norisināties kodoltermiskās sintēzes process.

|    |   |     |
|----|---|-----|
| 3a | Pieņemot, ka $d_c = \frac{\lambda_p}{2^{1/2}}$ ir nosacījums attālumam starp protoniem, pie kura kļūst iespējama kodolsintēze (protonu ātrums ir $v_{rms}$ ), izsaki $T_c$ izmantojot tikai fizikālās | 1.0 |
|----|---|-----|



|    |  |     |
|----|--|-----|
|    | konstantes.  |     |
| 3b | Aprēķini punktā 3a iegūtās temperatūras $T_c$ skaitlisko vērtību   | 0.5 |
| 3c | Izmanto punktā 3b iegūto $T_c$ skaitlisko vērtību, lai atrastu attiecību $M/R$ , kuru mēs sagaidām no tipiskās zvaigznes. Lieto formulu, kas tika iegūta punktā 2b. Pārliedzies, ka iegūtā vērtība ir gana tuva vērtībai $M(\text{Saule})/R(\text{Saule})$ , kas tiek novērota dabā. | 0.5 |

Tik tiešām, zvaigznes no t.s. *galvenajai secībai* (zvaigznes, kurās dominē ūdeņraža kodoltermiskā sintēze) plašā zvaigznes masu apgabalā aptuveni seko iegūtajai attiecībai.

#### 4. Masas / rādiusa attiecība zvaigznēs

Iepriekš iegūtā labā atbilstība ļauj cerēt, ka kvantu mehānikas dotais temperatūras novērtējums Saules centrā ir pietiekoši precīzs.

|    |   |     |
|----|---|-----|
| 4a | Izmanto iepriekš iegūto rezultātu, ka jebkurai zvaigznei, kurā notiek ūdeņraža kodoltermiska sintēze, attiecība starp masu $M$ un zvaigznes rādiusu $R$ ir viens un tas pati. Tāpat parādi, ka šī attiecība ir atkarīga tikai no fundamentālām fizikas konstantēm. Atrodi šo attiecību $M/R$ zvaigznēm, kas iegūst enerģiju ūdeņraža kodoltermiskās sintēzes procesā. | 0.5 |
|----|---|-----|

#### 5. Mazākās zvaigznes masa un rādiuss.

4a punktā iegūtais rezultāts var vadināt uz domām, ka var eksistēt zvaigznes ar jebkuru masu, kurām izpildās atrastā attiecība. Tomēr tā nav taisnība.

Ir zināms, ka gāze normālajās zvaigznēs uzvedas aptuveni kā ideālā gāze. Tas notiek, kad  $d_e$  – tipiskais attālums starp elektroniem šādā gāzē – ir lielāks par šo elektronu DeBroljī viļņa garumu  $\lambda_e$ . Ja elektronus tomēr satuvina attālumā  $\lambda_e$  vai mazākā, tie nonāk tā saucamajā deģenerētajā stāvoklī un zvaigznes īpašības būtiski mainās. Ievēro atšķirību mūsu pieņēmumos attiecībā pret protoniem un elektroniem. Protoniem to DeBroljī viļņiem ir cieši jāpārklājas, lai tie varētu saplūst sadursmes brīdī, savukārt elektronu DeBroljī viļņi nedrīkst pārklāties, lai tos varētu turpināt uzskatīt par ideālo gāzi.

Jo tuvāk zvaigznes centram, jo lielāks ir blīvums tās iekšienē. Par spīti tam, mēs veiksime rupjus novērtējumus, pieņemot, ka zvaigznei ir vienērīgs blīvums. Vari arī izmantot sakarību  $m_p \gg m_e$ .

|    |  |     |
|----|--|-----|
| 5a | Atrodi izteiksmi priekš $n_e$ – vidējā elektronu skaita tilpuma vienībā. | 0.5 |
|----|--|-----|

|    |   |     |
|----|---|-----|
| 5b | Atrodi izteiksmi priekš $d_e$ – tipiska attāluma starp elektroniem zvaigznes iekšienē | 0.5 |
|----|---|-----|

|    |   |     |
|----|---|-----|
| 5c | Izmantojot nosacījumu $d_e \geq \frac{\lambda_e}{2^{1/2}}$ uzraksti izteiksmi normālās zvaigznes mazāko iespējamo rādiusu. Pieņem, ka temperatūra zvaigznes iekšienē ir visur tāda pati, kā centrā. | 1.5 |
|----|---|-----|

|    |   |     |
|----|---|-----|
| 5d | Atrodi normālās zvaigznes mazākā iespējamā rādiusa skaitlisko vērtību. Izsaki to gan metros, gan Saules rādiusu vienībās. | 0.5 |
|----|---|-----|

|    |  |     |
|----|--|-----|
| 5e | Atrodi mazākās normālās zvaigznes masas skaitlisko vērtību. Izsaki to gan kilogramos, gan Saules masas vienībās. | 0.5 |
|----|--|-----|

## 6. Hēlija kodolu saplūšana vecākās zvaigznēs.

Zvaigznei novecojot, tā kodoltermiskā sintēzes procesā iztērē lielāko daļu no sava ūdeņraža. Lai turpinātu spīdēt, zvaigzne ir spiesta uzsākt vēl smagāku elementu kodoltermisko sintēzi no hēlija. Hēlija kodola sastāvā ir divi protoni un divi neitroni. Tas nozīmē, ka hēlija atoma kodola lādiņš ir divas reizes lielāks nekā ūdeņraža kodola lādiņš un, savukārt, masa ir četras reizes lielāka. Iepriekš mēs pārliecinājāmies, ka  $d_c = \frac{\lambda_p}{2^{1/2}}$  ir nosacījums, kam ir jāizpildās, lai protoniem sāktos kodoltermiskā sintēze.

|    |  |     |
|----|--|-----|
| 6a | Uzraksti līdzīgu nosacījumu hēlija kodoliem un atrodi $v_{rms}(He)$ – hēlija kodolu vidējo kvadrātisko ātrumu, kā arī temperatūru $T(He)$ , kas ir nepieciešama, lai varētu sākties hēlija kodolu sintēze. | 0.5 |
|----|--|-----|