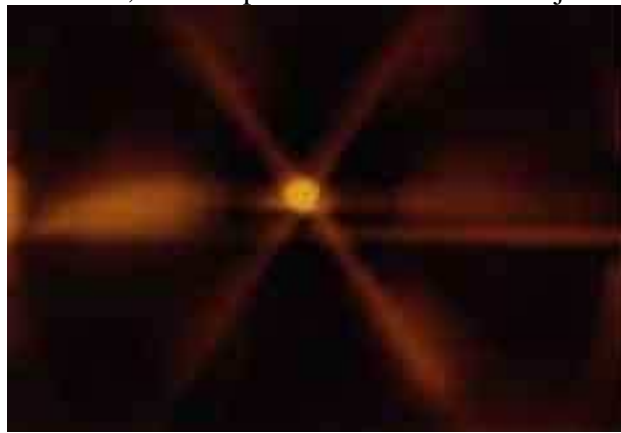


Teorijas uzdevums nr. 2

Doplera lāzerdzesēšana un optiskais sīrups

Šajā uzdevumā mēs izstrādāsim vienkāršu teoriju, kas ļauj izprast „lāzerdzesēšanas” un „optiskā sīrupa” parādības. Šo parādību pamatā ir neitrālo (tipiski sārmu metālu) atomu dzesēšana ar lāzeru staru palīdzību. Staru frekvences ir vienādas, bet izplatīšanās virzieni ir pretēji. Šo parādību pētījumi tika godināti ar 1997. gada Nobelpremiju, kas tika piešķirta zinātniekiem S. Chu, P. Phillips un C. Cohen-Tannoudji.



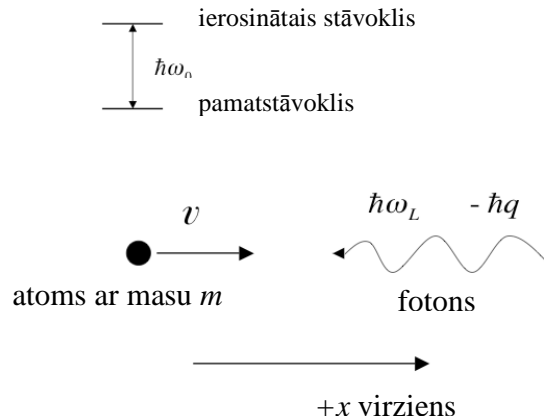
Ilustrācijā ir parādīti nātrija atomi (spožais plankums centrā), kas ir iestrēguši trīs ortogonālo lāzeru staru pāru krustpunktā. Šis slazdošanas apgabals tiek saukts par „optisko sīrupu”, jo optiskais berzes spēks atgādina viskozās pretestības spēku, kas darbojas uz ķermeņiem, kurš kustas cauri sīrupam.

Šajā uzdevumā Jūs analizēsiet pamatmijiedarbību starp fotonu un atomu, un pētīsiet disipatīvo (berzes) mehānismu vienā dimensijā.

1. daļa: optiskās dzesēšanas pamatprincipi

Apskatīsim atomu ar masu m , kas kustas x -ass pozitīvajā virzienā ($+x$) ar ātrumu v (skat. zīmējumu 1). Vienkāršības labad mēs šo uzdevumu risināsim kā viendimensionālu, proti, mēs pilnībā ignorēsim y un z virzienus. Atomam ir divi iekšējie enerģijas stāvokļi. Zemākā stāvokļa enerģija tiek pieņemta par nulli, bet ierosinātjā stāvokļa $\hbar\omega_0$, kur $\hbar = h/2\pi$. Sākotnēji atoms ir zemākajā enerģijas stāvoklī. Lāzera stars, kura leņķiskā frekvence ir ω_L tiek raidīts negatīvajā x -ass virzienā ($-x$) un krīt uz atomu. No kvantu mehānikas viedokļa lāzera gaismā sastāv no liela skaita fotonu, katra fotona enerģija ir vienāda ar $\hbar\omega_L$ un impulss ir vienāds ar $-\hbar q$, skat. zīmējumu 1. Atoms var absorbēt fotonu un vēlāk to spontāni izstarot. Šī izstarošana notiek ar vienādu varbūtību $+x$ vai $-x$ virzienā.

Atoma iekšējie enerģijas stāvokļi



Zīmējums 1. Atoms ar masu m un ātrumu v virzienā $+x$, saduras ar photonu, kura enerģija ir $\hbar\omega_L$ un impulss $-\hbar q$. Atomam ir divie iekšējie stāvokļi, kuru enerģijas starpība ir $\hbar\omega_0$.

Tā kā atoms kustas ar nerelativistisko ātrumu, pieņemt, ka $v/c \ll 1$ (kur c ir gaismas ātrums) un saglabāt tikai pirmās kārtas locekļus attiecībā uz šo lielumu. Tāpat uzskatīt, ka $\hbar q/mv \ll 1$, proti, ka atoma impulss ir daudz lielāks par viena fotona impulsu. Atbildēs saglabājiet tikai lienēros locekļus vienā vai otrā no minētajiem korekcijām.

Uzskatīt, ka lāzera leņķiskā frekvence ω_L laboratorijas atskaites sistēmā ir izvēlēta tādā veidā, ka, skatoties no kustīgā atoma puses, tā ir rezonansē ar pārēju starp atoma iekšējiem stāvokļiem.

1. Absorbcija.

1a	Uzrakstīt rezonanses nosacījumu fotona absorbcijai.	0.2
1b	Uzrakstīt atoma impulsu p_{at} (laboratorijas atskaites sistēmā) pēc fotona absorbcijas.	0.2



1c	Uzrakstīt atoma pilno enerģiju ε_{at} (laboratorijas atskaites sistēmā) pēc fotona absorbcijas.	0.2
----	---	-----

2. Spontānā fotona emisija virzienā $-x$.

Kādā brīdī pēc krītošā fotona absorbcijas, atoms var izstarot fonu virzienā $-x$.

2a	Uzrakstīt $-x$ virzienā izstarotā fotona enerģiju ε_{ph} (laboratorijas atskaites sistēmā).	0.2
----	---	-----

2b	Uzrakstīt $-x$ virzienā izstarotā fotona impulsu p_{ph} , (laboratorijas atskaites sistēmā).	0.2
----	--	-----

2c	Uzrakstīt atoma impulsu p_{at} (laboratorijas atskaites sistēmā), pēc fotona izstarošanas $-x$ virzienā.	0.2
----	--	-----

2d	Uzrakstīt atoma pilno enerģiju ε_{at} , pēc fotona izstarošanas $-x$ virzienā.	0.2
----	--	-----

3. Spontānā fotona emisija virzienā $+x$.

Tikpat labi kādā brīdī pēc krītošā fotona absorbcijas atoms var izstarot fonu virzienā $+x$.

3a	Uzrakstīt $+x$ virzienā izstarotā fotona enerģiju ε_{ph} (laboratorijas atskaites sistēmā).	0.2
----	---	-----

3b	Uzrakstīt $+x$ virzienā izstarotā fotona impulsu p_{ph} , (laboratorijas atskaites sistēmā).	0.2
----	--	-----

3c	Uzrakstīt atoma impulsu p_{at} (laboratorijas atskaites sistēmā), pēc fotona izstarošanas $+x$ virzienā.	0.2
----	--	-----



3d	Uzrakstīt atoma pilno enerģiju ε_{at} , pēc fotona izstarošanas $+x$ virzienā.	0.2
----	--	-----

4. Vidējā emisija pēc absorbcijas.

Viena fotona spontānā emisija var notikt $-x$ vai $+x$ virzienā ar vienādu varbūtību. Ņemot to vērā, uzrakstiet atbildes uz sekojošiem jautājumiem.

4a	Uzrakstīt izstarotā fotona vidējo enerģiju ε_{ph} pēc emisijas.	0.2
----	---	-----

4b	Uzrakstīt izstarotā fotona vidējo impulsu p_{ph} pēc emisijas.	0.2
----	--	-----

4c	Uzrakstiet vidējo pilno atoma enerģiju ε_{at} pēc emisijas.	0.2
----	---	-----

4d	Uzrakstiet atoma vidējo impulsu p_{at} pēc emisijas.	0.2
----	--	-----

5. Enerģijas un impulsa nodošana.

Apsaktot tikai pilnos viena fotona absorbcijas-emisijas procesus (kā aprakstīts augstāk) rodas kopējais vidējais enerģijas un impulsa daudzums, kas tim nodots no lāzera starojumu uz atomu.

5a	Uzrakstīt vidējo atoma enerģijas izmaiņu $\Delta\varepsilon$ pēc viena pilna viena fotona absorbcijas un emisijas procesa.	0.2
----	--	-----

5b	Uzrakstīt vidējo atoma impulsa izmaiņu Δp pēc viena pilna viena fotona absorbcijas un emisijas procesa.	0.2
----	---	-----

6. Enerģijas un impulsa nodošana no lāzera stara, kas izplatās $+x$ virzienā.



Theoretical Problem No. 2

Tulkojums latviešu valodā 2009 (c) M.Auziņš, A.Cābelis, V.Kaščejevs

Tagad apskatīsim lāzera staru ar leņķisko frekvenci ω'_L , kas krīt uz atomu pozitīvajā $+x$ virzienā, kad pats atoms arī kustas $+x$ virzienā ar ātrumu v . Pieņemot, ka tiek izpildīts rezonanses nosacījums starp iekšējo pāreju atomā un lāzera staru (ar atomu saistītajā atskaites sistēmā), atbildiet uz sekojošiem jautājumiem:

6a	Uzrakstīt vidējo atoma enerģijas izmaiņu $\Delta\varepsilon$ pēc viena pilna viena fotona absorbcijas un emisijas procesa.	0.3
----	--	-----

6b	Uzrakstīt vidējo atoma impulsa izmaiņu $\Delta\varepsilon$ pēc viena pilna viena fotona absorbcijas un emisijas procesa.	0.3
----	--	-----

2. daļa: Disipācija un optiskā sīrupa princips

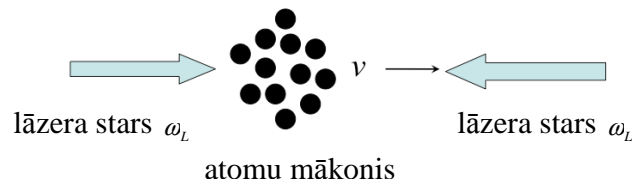
Kvantu procesiem dabā piemīt nenoteiktība. Šīs nenoteiktības dēļ rezonanses nosacījumam, kas tika izmantots augstāk, nav *precīzi* jāizpildās, jo fotona spontānā emisija seko pēc *galīgā* laika sprīža pēc absorbcijas. Citiem vārdiem, lāzera staru frekvences ω_L un ω'_L var būt citādākas, patvaļīgas vērtības un tomēr absorbcijas-emisijas process notiek. Šādiem procesiem ir savādāka (kvantumēhāniskā) varbūtība, bet, kā to varētu sagaidīt, šī varbūtība ir maksimāla pie precīzi izpildītiem rezonanses nosacījumiem. Vidējais laiks, kas paiet pēc viena fotona absorbcijas līdz fotona emisijai tiek saukts par atoma ierosinātā stāvokļa dzīveslaiku un tiek apzīmēts ar Γ^{-1} .

Apskatīsim vispirms N atomu grupu, kas atrodas *miera stāvoklī* (laboratorijas atskaites sistēmā) un vienu lāzera stāru ar leņķisko frekvenci ω_L , kas krīt uz tiem. Atomi visu laiku absorbē un izstaro fotonus, tā kā vidēji N_{exc} atomi ir ierosinātā stāvoklī (un atbilstoši $N - N_{exc}$ atomi ir pamatstāvoklī). Kvantu teorija dod sekojošu rezultātu:

$$N_{exc} = N \frac{\Omega_R^2}{(\omega_0 - \omega_L)^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + 2\Omega_R^2}$$

kur ω_0 ir atoma rezonanses frekvence un Ω_R ir tā sauktā Rabi frekvence; Ω_R^2 ir proporcionāla krītošā lāzera starojuma *intensitātei*. Kā Jūs varat pārliecināties, šis rezultāts ir atšķirīgs no nulles, pat ja rezonanses frekvence ω_0 ir atšķirīga no lāzera starojuma frekvences ω_L . Absorbcijas-emisijas procesu vidējais skaits laika vienībā ir $N_{exc}\Gamma$.

Apskatīsim tagad fizikālo situāciju, kas ir parādīta Zīmējumā 2, kur divi pretējos virzienos vērstie stari ar *vienu un to pašu*, bet *patvaļīgu* frekvenci ω_L krīt uz gāzes mākonī ar N atomiem, kas kustas $+x$ virzienā ar ātrumu v .



Zīmējums 2. Divi pretējos virzienos vērstie stari ar *vienu un to pašu*, bet *patvaļīgu* frekvenci ω_L , kas krīt uz gāzes mākonī ar N atomiem, kas kustas $+x$ virzienā ar ātrumu v .

7. Spēks, kas darbojas uz atomu mākonī no lāzeru puses.

7a	Izmantojot tiktāl iegūto informāciju, nosakiet spēku, ar kuru lāzeri darbojas uz atomiem. Uzskatiet, ka $mv \gg \hbar q$.	1.5
----	--	-----

8. Mazo ātrumu gadījums.

Tagad uzskatiet, ka atomu ātrums ir pietiekami mazs, tā kā jūs varat rēķināt spēku pirmās kārtas tuvinājumā pēc v .

8a	Atrodiet to pašu spēku, kas definēts jautājumā (7a) šajā robežā.	1.5
----	--	-----

Izmantojot šo rezultātu, Jūs varat izteikt nosacījumus, kā paātrināt, palēnināt vai neietekmēt atomus ar lāzeru starojumu.

8b	Uzrakstiet nosacījumu, kas atbilst pozitīvajam spēkam (atomu paātrināšanai).	0.25
----	--	------



8c	Uzrakstiet nosacījumu, kas atbilst nulles spēkam.	0.25
----	---	------

8d	Uzrakstiet nosacījumu, kas atbilst negatīvajam spēkam (atomu palēnināšana).	0.25
----	---	------

8e	Uzskatiet tagad, ka atomi kustas ar ātrumu $-v$ (t.i., $-x$ virzienā). Uzrakstiet nosacījumu, kas atbilst bremzējošam spēkam.	0.25
----	---	------

9. Optiskais sīrups.

Negatīvā spēka gadījumā mēs iegūstam berzes (disipatīvo) spēku. Pieņemsim, ka sākumā, laika momentā $t=0$, gāzes mākonim ir ātrums v_0 .

9a	Mazo ātrumu robežā, nosakiet ātrumu pēc tam, kad lāzeru stari tika ieslēgti uz laiku τ .	1.5
----	---	-----

9b	Tagad pieņemsim, ka gāzes mākonis atrodas termodinamiskajā līdzsvarā ar temperatūru T_0 . Nosakiet temperatūru T pēc tam, kad lāzeru stari tika ieslēgti uz laiku τ .	0.5
----	--	-----

Šis modelis nav piemērojams pavaļīgi mazām temperatūrām.