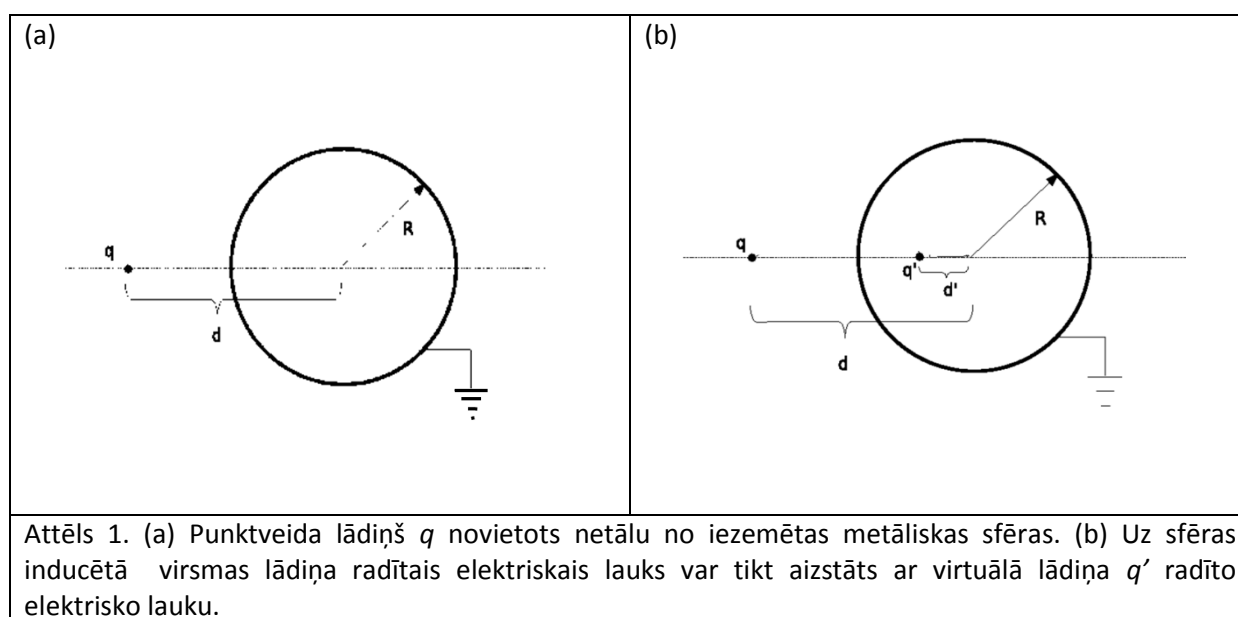


1. Lādiņa attēls metāliskā priekšmetā

Ievads – Par lādiņa attēla metodi

Ja punktveida lādiņš q ir novietots netālu no iezemētas metāliskas sfēras ar rādiusu R , tad uz sfēras virsmas inducējas noteikts lādiņa sadalījums. Atrast šī lādiņa sadalījuma radīto elektriskā lauka un potenciāla sadalījumu ir ļoti grūts uzdevums. Šo uzdevumu var ievērojami atvieglot ar tā saucamo „lādiņa attēla” metodi. Šajā metodē elektriskā lauka un potenciāla sadalījumu, ko veido uz sfēras inducētais virsmas lādiņš, var aizstāt ar elektrisko lauku un potenciālu, ko veido virtuāls punktveida lādiņš q' , kas novietots sfēras iekšienē (šis apgalvojums nav jāpierāda). Piezīme: **virtuālā lādiņa q' radītais elektriskais lauks atbilst sākotnējā lādiņa q elektriskajam laukam un potenciālam tikai sfēras ārpusē un uz tās virsmas.**



Uzdevums 1 – virtuālais lādiņš

Uzdevuma simetrija nosaka, ka virtuālajam punktveida lādiņam q' jāatrodas uz taisnes, kas savieno punktveida lādiņu q un sfēras centru (skatīt 1(b) attēlu).

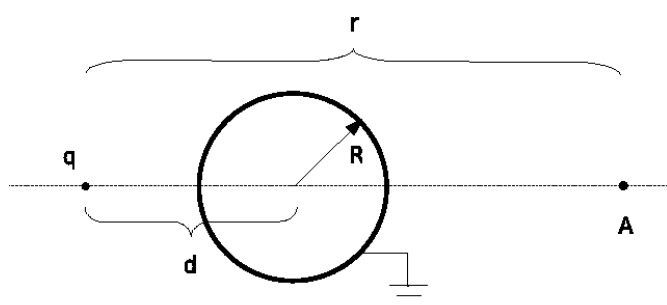
- Kāds potenciāls ir uz sfēras virsmas? (0,3 punkti)
- Izsaki q' vērtību un attālumu d' no punktveida lādiņa q' līdz sfēras centram kā funkcijas no q , d un R . (1,9 punkti)
- Atrodi, cik liels spēks darbojas uz lādiņu q . Vai lādiņš no sfēras atgrūdsies? (0,5 punkti)

Uzdevums 2 – elektrostatiskā lauka ekranēšana

Apskatīsim punktveida lādiņu q , kas novietots attālumā d no iezemētas metāliskas sfēras, kuras rādiuss ir R . Mūs interesē kā iezemētā, metāliskā sfēra izmaina elektrisko lauku punktā A , kas atrodas sfēras pretējā pusē (skatīt 2. attēlu). Punkts A atrodas uz taisnes, kas savieno punktveida lādiņu q un sfēras centru; attālums no punkta A līdz lādiņam q ir r .

- Atrodi elektriskā lauka intensitātes vektoru punktā A . (0,6 punkti)

- b) Uzraksti izteiksmi elektriskā lauka intensitātei pie attālumiem $r \gg d$. Lieto tuvinājumu $(1 + a)^{-2} \approx 1 - 2a$, kur $a \ll 1$. (0,6 punkti)
- c) Uz kādu lielumu jātiecina attālums d , lai iezemētā metāliskā sfēra pilnībā ekranētu punktveida lādiņu q un elektriskā lauka intensitāte punktā A būtu precīzi nulle? (0,3 punkti)

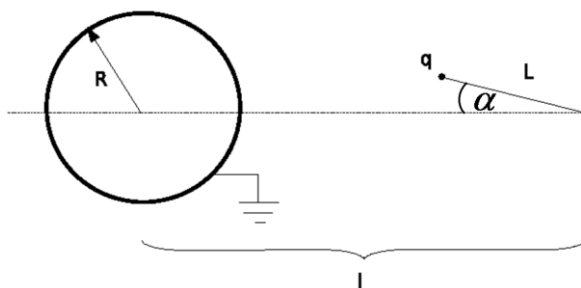


Attēls 2. Iezemētā metāliskā sfēra daļēji ekranē lādiņa q radīto elektrisko lauku punktā A .

Uzdevums 3 – Mazas svārstības iezemētās metāliskās sfēras elektriskajā laukā

Attālumā l no iezemētās, metāliskās sfēras centra atrodas sienīņa, pie kuras ar diegu „piesien” punktveida lādiņu q ar masu m . Diega garums ir L . Turpmākos aprēķinos jebkādas sienīņas elektrostatisks efektus neņemt vērā. „Piesietais” lādiņš izveido matemātisko svārstu (skatīt 3. attēlu). Risinot uzdevumu, gravitācijas ietekmi neievērot.

- a) Atrodi elektriskā spēkā, kāds darbojas uz punktveida lādiņu q , absolūto vērtību, pie noteiktās leņķa α vērtības. Uzzīmē diagrammu, un tajā skaidri norādi spēka darbības virzienu. (0,8 punkti)
- b) Izsaki ar lielumiem l , L , R , q un α , cik liela ir spēka komponente, kas vērsta perpendikulāri diegam? (0,8 punkti)
- c) Atrodi svārstību frekvenci, uzskatot svārstības par mazām. (1,0 punkts)



Attēls 3. Netālu no iezemētās sfēras „piesietais” punktveida lādiņš svārstās kā matemātiskais svārstis.

Uzdevums 4 – sistēmas elektrostatiskā enerģija

Virsmas lādiņu sadalījumam ir svarīgi zināt elektrostatisks mijiedarbības enerģiju. Apskatītajā problēmā (skatīt 1a. attēlu) elektrostatiski mijiedarbojas punktveida lādiņš q un uz sfēras inducētais virsmas lādiņa sadalījums, kā arī notiek elektrostatisks mijiedarbība starp dažādiem uz sfēras inducētais virsmas lādiņa sadalījuma apgabaliem. Pieņemot, ka lādiņš q , sfēras rādiuss R un attālums d ir zināmi, nosaki sekojošus elektrostatisks enerģiju lielumus:

- elektrostatiskās mijiedarbības enerģiju starp punktveida lādiņu q un uz sfēras inducēto virsmas lādiņa sadalījumu (1,0 punkts);
- elektrostatiskās mijiedarbības enerģiju starp dažādiem uz sfēras inducētā virsmas lādiņa sadalījuma apgabaliem (1,2 punkti);
- kopējo sistēmas elektrostatiskās mijiedarbības enerģiju (1,0 punkts).

Padoms. Eksistē vairāki veidi, kā atrisināt šo uzdevumu:

(1) viens variants ir izmantojot sekojošu integrāli:

$$\int_a^{\infty} \frac{x dx}{(x^2 - R^2)^2} = \frac{1}{2} \frac{1}{d^2 - R^2}$$

(2) cits risinājuma variants izmanto faktu, ka sistēmai, kas sastāv no N punktveida lādiņiem q_i , kas atrodas punktos $\vec{r}_i, i = 1, \dots, N$, elektrostatiskās mijiedarbības enerģija ir summa no mijiedarbības

enerģijām starp katriem diviem lādiņiem:
$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i q_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|}.$$