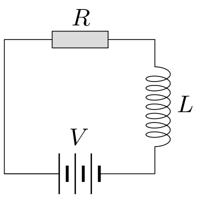
T1: Peldošais cilindrs (10 pts)

Ciets, viendabīgs cilindrs ar augstumu $h = 10$ cm un pamata laukums $s = 100$ cm^2 peld cilindriskā vārglāzē ar augstumu $H = 20$ cm un iekšējo dibena laukums $S = 102$ cm^2, kas piepildīta ar šķidrumu. Attiecība starp cilindra blīvumu un šķidruma blīvuma ir $\gamma = 0.70$. Cilindra apakšdaļa ir dažus centimetrus virs vārglāzes dibena. Cilindrs svārstās vertikāli tā, ka tā ass vienmēr sakrīt ar vārglāzes asi. Šķidruma līmeņa svārstību amplitūda ir $A = 1$ mm.

Atrod svārstību periodu T. Neņem vērā šķidruma viskozitāti.

T2: Siltum-svārstības (10 pts)

Rezistors ir izgatavots no materiāla, kurā notiek fāžu pāreja. Rezultātā rezistora pretestība iegūst vienu no divām vērtībām: R_1, ja tā temperatūra ir mazāka par T_c, un $R_2 > R_1$, ja temperatūra ir lielāka par T_c.



Šis rezistors ir pieslēgts sprieguma avotam caur spoli ar induktivitāti L. Izrādās, ka, ja pieliktais spriegums V ir starp divām kritiskajām vērtībām, $V_1 < V < V_2$, rezistora temperatūra sāk svārstīties. Pieņemsim, ka (i) siltuma plūsma P no rezistora uz apkārtējo vidi ir $P = \alpha(T - T_0)$, kur α ir konstante, T apzīmē rezistora temperatūru, un T_0 ir apkārtējās vides temperatūra; (ii) rezistora ģeometriskais izmērs ir tik mazs, ka tas daudz ātrāk sasniegs termisko līdzsvaru nekā raksturīgais laiks L/R_2.

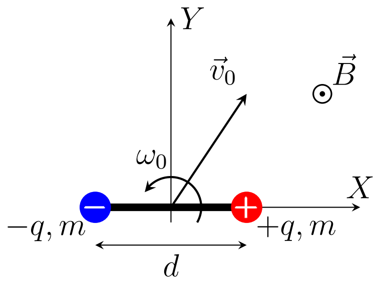
(a) *(2 pts)* Izsaki V_1 un V_2 ar citiem iepriekš definētajiem parametriem!

(b) *(6 pts)* Pieņemot, ka $V_1 < V < V_2$, ieskicē kvalitatīvi, kā rezistora temperatūra T ir atkarīga no laika t, un atrod attiecību $(T_{\text{max}} - T_0)/(T_{\text{min}} - T_0)$, kur T_{max} un T_{min} apzīmē maksimālo un minimālo temperatūras T vērtību.

(c) *(2 pts)* Atrod svārstību periodu, ja $V = \sqrt{V_1 V_2}$ un $R_2 = 16R_1$.

T3: Dipols magnētiskajā laukā (10 pts)

Divas mazas bumbiņas katra ar masu m un lādiņiem attiecīgi $+q$ un $-q$, kas savienotas ar cietu, neizstiepjamu bezmasas stieni, kura garums ir d, veido dipolu. Dipols atrodas XY plaknē. Homogēns magnētiskais lauks $\vec{B}$ ir perpendikulārs XY plaknei.



Sākotnēji dipola ass sakrīt ar X virzienu un tā rotācija notiek XY plaknē, kā parādīts attēlā. Dipola masas centrs sākotnēji atrodas sākumpunktā, un sākotnējais ātruma vektors $\vec{v}_0$ arī ir XY plaknē.

Aplūko trīs dažādus scenārijus (a, b, c-d):

(a) *(2 pts)* Atrod ω_0 un $\vec{v}_0$ virzienu, kuriem masas centrs pārvietosies ar nemainīgu ātrumu $\vec{v} = \vec{v}_0$?

(b) *(3 pts)* Dotam ω_0, atrod $\vec{v}_0$ (virzienu un lielumu), lai masas centrs kustētos pa riņķa līniju. Atrod riņķa rādiusu R_c un centra koordinātas x_c, y_c. Nav jāpierāda, ka iegūtais ir vienīgais šāds atrisinājums.

(c) *(4 pts)* Dots $\vec{v}_0 = 0$. Atrod minimālo $\omega_0 = \omega_{\text{min}}$, kas nepieciešams, lai kustības laikā dipols mainītu virzienu uz pretējo.

(d) *(1 pt)* Ja sākuma momentā dipola ātrums ir $\vec{v}_0 = 0$ un $\omega_0 = \omega_{\text{min}}$, kas atrasta (c) daļā, dipola masas centra trajektorijai ir asimptota. Atrodi attālumu D no sākuma punkta līdz asimptotai.

Noderīga vektoru vienādība:

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}\,(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}\,(\vec{a} \cdot \vec{b}),$$

kur "$\times$" un "$\cdot$" apzīmē atbilstoši vektoru vektoriālo un skalāro reizinājumu.