**2021. gada Latvijas atklātā fizikas olimpiāde**

**9.-10. klases komplekts.**

**8. uzdevums.**

“**Sešstūra prizma**” Caurspīdīgā taisna prizma, kuras šķērsgriezums ir regulārs sešstūris, atrodas vakuumā un tiek apgaismota ar platu paralēlu staru kūli, kas ir paralēls prizmas pamata plaknei. Prizmu var griezt ap tās simetrijas asi. Pie noteiktās prizmas orientācijas caur to izejošā gaisma iziet tikai no vienas skaldnes. Gaismas atstarošanos no skaldnēm neievērot (izņemot pilnīgu iekšējo atstarošanos, ja tāda notiek)! Nosakiet prizmas materiāla laušanas koeficientu vai to iespējamo vērtību diapazonu!

«**Шестигранная призма**» Прозрачная прямая призма, сечение которой – правильный шестиугольник, находится в вакууме и освещается широким параллельным пучком света, который параллелен плоскости основания призмы. Призму можно вращать вокруг её оси симметрии. При определённой ориентации призмы весь выходящий из неё поток света выходит только из одной грани. Отражением света от поверхностей пренебречь (кроме полного внутреннего отражения, если оно происходит). Найти значение коэффициента преломления материала призмы или диапазон его возможных значений.

**Atrisinājums:**

Pie jebkuras prizmas orientācijas gaisma krīt uz trīs skaldnēm. Ir jāatrod, kādos gadījumos (iespējams, pēc vienas vai dažām pilnīgas atstarošanas notikumiem) visi stari kritīs uz vienu skaldni, uz kuras nenotiks pilnīgā atstarošana.

Ierobežojumi var tikt attiecināti tikai uz prizmas laušanas koeficienta *n*pr attiecību pret apkārtējās vides laušanas koeficientu *n*v, t.i. tikai uz $n=n\_{pr}/n\_{v}$.

1

2

3

4

6

5

Ja relatīvs laušanas koeficients *n* būtu vienāds ar vienu, tad gaisma arī izietu no trim citām skaldnēm otrā pusē. Tālāk apskatīsim divus gadījumus: $n<1$ un $n>1$.

1. Gadījums $n<1$.

Šadā gadījumā var notikt pilnīgā ārējā atstarošānās no prizmas skaldnēm. Pie prizmas skaldnes 1 orientācijas perpendikulāri staru kūlim (sk. attēlu) tie stari, kas kritīs uz citām divām skaldnēm 2 un 6, var atstaroties.

Tā kā krišanas leņķis ir 60°, tad pilnīgā ārējā atstarošanās notiks, ja $n<\sin(60°)$, tas ir, $n<\frac{\sqrt{3}}{2}≈0.866$.

Es neredzu citus variantus, kā ģeomētriski varētu notikt nepieciešama staru kustība.

1. Gadījums $n>1$.

3

2

1

4

6

5

Šajā gadījumā, ja skaldne 1 ir perpendikulāra ieejošam staru kūlim, ir iespējams, ka pēc ieejošā kūļa staru laušanas sānu skaldnēs 2 un 6 gaisma izplatīsies paralēli skaldnēm 3 un 5 un pēc laušanas skaldnē 4 izies tikai no tās. Simetrijas dēļ pilnīgā iekšējā atstarošanās izejot no skaldnes 4 ir izslēgta.

Ja tas notiek, tad staru krišanas leņķis uz skaldnēm 2 un 6 ir 60°, bet laušanas leņķis ir 30°. Tas nozīmē, ka relatīvais laušanas koeficients $n=\frac{\sin(60°)}{\sin(30°)}=\sqrt{3}≈1.732$.

Ja laušanas koeficients būs nedaudz lielāks, tad daļa caur skaldni 2 ieejošo staru kritīs uz skaldni 5 un izies no tās. Ja laušanas koeficients būs nedaudz mazāks, tad daļa caur skaldni 2 ieejošo staru kritīs uz skaldni 3 un, iespējams, pilnīgās iekšējās atstarošanas rezultātā atstarosies no tās. Ja notiks šī pilnīgā iekšējā atstarošanās no skaldnes 2, tad šie stari kritīs uz skaldni 4 un izies no tās (atkal tas ir noteikts uzdevuma simetrijas dēļ). Noteiksim *n* vērtību diapazonu, kurā notiks šī pilnīgā iekšējā atstarošanās.

Uz sānu skaldni 2 staru krišanas leņķis ir $α=60°$. Pēc ieejas prizmā laušanas leņķis β tiek noteikts ar Snelliusa likumu $n\sin(β)=\sin(α)$.

α

β

γ

60°

120°

Skaldne 2

Skaldne 3

Tā kā leņķis starp skaldnēm ir 120°, tad krišanas leņķis uz skaldni 3 ir $γ=120°-β$ . Beidzot, uz skaldnes 3 iekšējās virsmas notiks pilnīgā iekšējā atstarošana, ja krišanas leņķim būs spēkā $n\sin(γ)>1$.

Izteiksim šo nevienādību:

$$n\sin(γ)=n\sin(\left(120°-β\right))=n\left(\sin(120°)\cos(β)-\cos(120°)\sin(β)\right)=n\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{1-sin^{2}β}+\frac{1}{2}\sin(β)\right)=n\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{1-\frac{sin^{2}α}{n^{2}}}+\frac{1}{2}\frac{\sin(α)}{n}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{n^{2}-sin^{2}α}+\frac{1}{2}\sin(α)=\frac{\sqrt{3}}{4}\sqrt{n^{2}-\frac{3}{4}}+\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\sqrt{4n^{2}-3}+1\right)$$

Tātad, ir jāizpildās nevienādībai $\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\sqrt{4n^{2}-3}+1\right)>1$. Tas izpildīsies visām *n* vērtībām, kas ir lielākas par robežvērtību, kurai izpildās vienādība $\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\sqrt{4n^{2}-3}+1\right)=1$.

Izsakot laušanas koeficientu, iegūsim $n>\sqrt{\left(\frac{2}{\sqrt{3}}-\frac{1}{2}\right)^{2}+\frac{3}{4}}≈1.0856$.

Atbilde: $n<0.866$ vai $1.0856<n<1.732$