Valsts izglītības satura centrs
NACIONĀLAIS ATTĪSTĪBAS PLĀNS 2020
EIROPAS SAVIENĪBA
Eiropas Sociālais fonds
IEGULDĪJUMS TAVĀ NĀKOTNĒ

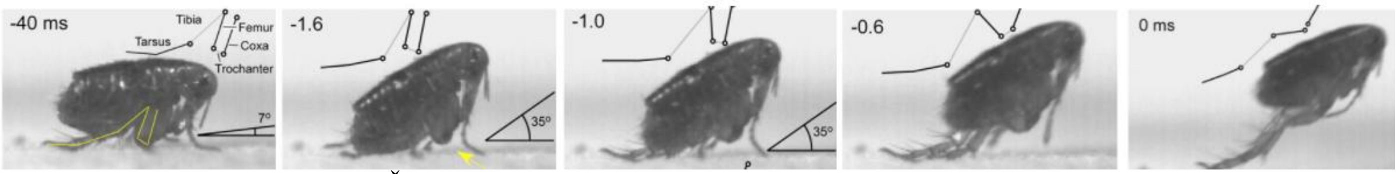
Projekta numurs: 8.3.2.1/16/I/002

Nacionāla un starptautiska mēroga pasākumu īstenošana izglītojamo talantu attīstībai

Fizikas valsts 71. olimpiāde
Trešā posma uzdevumi 9. klasei

9 – 1 Blusas lēciens

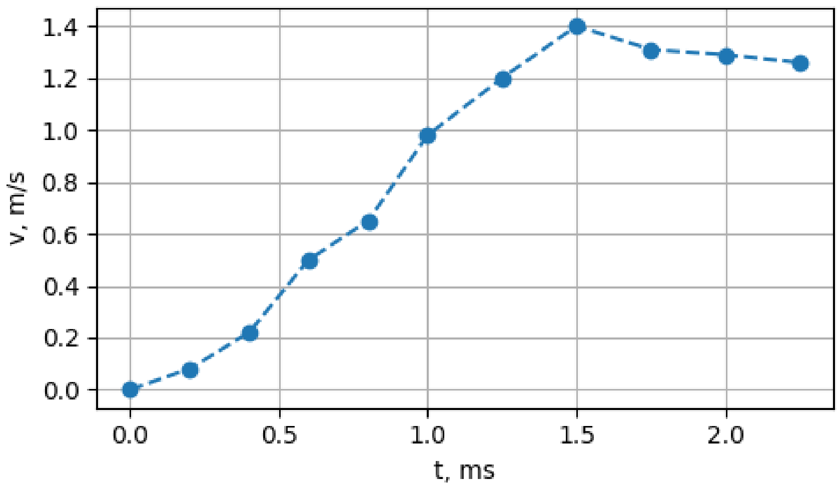
Dažreiz fizikāli pētījumi tiek veltīti arī tik šķietami vienkāršam procesam kā blusas lēciens (sk. 1. att.). Tas saistīts ar faktu, ka apmēram 2 mm liela blusa, lecot vertikāli, var sasniegt līdz 18 cm lielu augstumu. Tātad, blusas lēciena augstums ir 90 reizes lielāks par kukaiņa augstumu. Salīdzinājumam: cilvēka Ginesa rekords augstlēkšanā no vietas ir 1.6 metri, kas ir tikai viens cilvēka augums. Šajā uzdevumā mēs nevarēsim izskaidrot blusas spējas (tās saistītas ar enerģijas uzkrāšanu atsperes mehānismā, nevis muskuļos; bet atsperes tiek aplūkotas tikai vidusskolas programmā). Tā vietā aplūkosim blusas lēcienu dažādos apstākļos.



1. att. Blusas lēciena stadijas. Šim attēlam ir tikai ilustratīva nozīme, jo uzdevumā aplūkosim tikai vertikālo blusas lēcienu.

A Cik lielam jābūt blusas vertikālam ātrumam brīdī, kad blusa atraujas no zemes, lai tā varētu uzlēkt 18 cm augstumā? Blusa atrodas uz Zemes (brīvās krišanas paātrinājums g = 10 m/s^2). **[1 p]**

B Aplūkosim blusas ātruma maiņu laikā, ko pētnieki ieguva nofilmējot blusas vertikālā lēciena sākuma ātrumu (sk. 2. att.). Grafikā attēlotais ātrums atšķiras no iepriekšējā punktā iegūtā.



2. att. Blusas vertikālā ātruma maiņa laikā

B1 Kāpēc blusas ātrums sākumā palielinās, pēc tam samazinās? **[1 p]**

B2 Kurā laika momentā blusa atraujas no Zemes virsmas? **[1 p]**

B3 Izmantojot 2. attēlu, tuvināti aprēķiniet, cik liels ir blusas kāju garums. Paskaidrojiet savu atbildi. **[2 p]**

C

Vieni no pirmajiem dzīvniekiem kosmosā bija suņi. Tāpēc iespējams, ka kopā ar viņiem kosmosā ceļoja arī viena otra blusa. Šajā uzdevuma punktā apskatīsim blusas lēcienus citas gravitācijas apstākļos: uz citām planētām, kur ir atšķirīgs brīvās krišanas paātrinājums. Ievērojiet, ka enerģija, kas uzkrāta blusas kājās-"atsperēs", lēciena procesā pāriet blusas kinētiskajā enerģijā un gravitācijas potenciālajā enerģijā.

Var pieņemt, ka kopējā atsperēs uzkrātā enerģija $E = 1.5 \cdot 10^{-6}$ J un nemainās atkarībā no gravitācijas. Blusas masa m = 1 mg, kāju garums L = 1.3 mm (šajā punktā iedotās skaitliskās vērtības neatbilst lēcieniem, kas aplūkoti iepriekšējos punktos).

C1 Kā blusas ātrums brīdī, kad tā atraujas no virsmas, ir atkarīgs no brīvās krišanas paātrinājuma? Izvediet formulu un uzzīmējiet to grafiski! **[3 p]**

C2 Cik augstu blusa var uzlēkt, atrodoties uz Marsa, kur brīvās krišanas paātrinājums ir 3.8 m/s^2? **[1 p]**

C3 Kādam jābūt brīvās krišanas paātrinājumam lai blusa nevarētu pacelties gaisā? Pamatojiet savu atbildi! **[1 p]**

Atrisinājumi

A

Dotajā augstumā h blusai piemīt maksimālā potenciālā enerģija $E_{pmax} = mgh$. Tas nozīmē, ka pie Zemes virsmas brīdī, kad blusa atraujas no Zemes, blusai jābūt maksimālajai kinētiskajai enerģijai $E_{kmax} = \frac{mv^2}{2}$. Tā kā spēkā ir enerģijas nezūdamības likums, tad

$$E_{kmax} = E_{pmax} \quad \Longrightarrow \quad \frac{mv^2}{2} = mgh \quad \Longrightarrow \quad \mathrm{v} = \sqrt{2\mathrm{gh}} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0.18} = \mathbf{1.90}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

B

B1

Sākumā atsperes uzkrātā enerģija pāriet kinētiskajā enerģijā - ātrums palielinās. Pēc tam blusa atraujas no Zemes un tās ātrums pakāpeniski sāk samazināties, jo kinētiskā enerģija pāriet potenciālajā enerģijā.

B2

Blusa atraujas no Zemes brīdī, kad ātrums sāk samazināties, tātad apmēram laikā t = 1.5 ms (precīzāk sākot, kādā laika brīdī no intervālā [1.25; 1.75]. Kā redzams, grafika precizitāte ir ierobežota. Datu punktu skaits ir galīgs un ātruma vērtībām piemīt izkliede, kā jebkurā eksperimentā.)

B3

Laikā t = 0 blusa ir nekustīga (v = 0), bet laikā t = 1.5 ms, tā kustās ar ātrumu 1.4 m/s. Tuvināti var pieņemt, ka blusas ātrums atspēriena laikā mainās lineāri. Tas nozīmē, ka vidējais aritmētiskais $\mathrm{v}_{\mathrm{vid}}$ starp ātruma vērtībām laika momentos t_x un $1.5 - t_x$ būs vienāds visā intervālā, un no intervāla galapunktiem var aprēķināt, ka $\mathrm{v}_{\mathrm{vid}} = 0.7\ \mathrm{m/s}$.

Blusas kāju garums L ir vienāds ar ceļu, ko blusa veic atspēriena laikā:

$$L = \mathrm{v}_{\mathrm{vid}} \cdot t_{atsp} = 0.7 \cdot 0.0015 = 0.00105\ \mathrm{m} = \mathbf{1.05\ mm}$$

C

C1

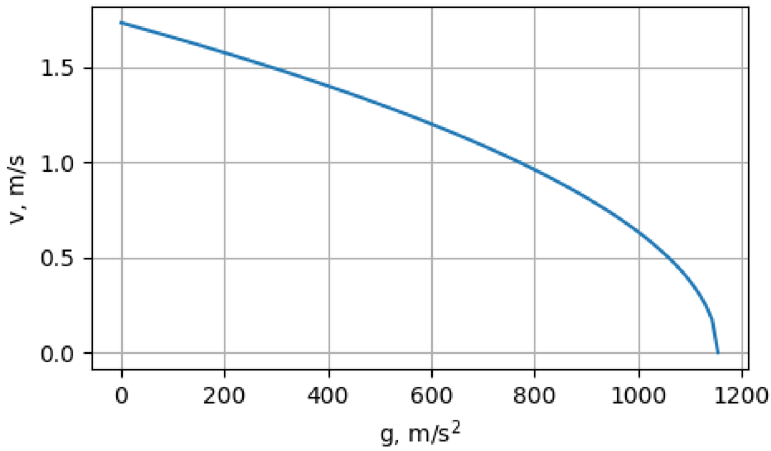
Brīdī, kad blusa atraujas no virsmas, visa uzkrātā enerģija E ir pārgājusi kinētiskajā un potenciālajā enerģijā, tātad

$$E = \frac{m\text{v}^2}{2} + mgL$$

$$\frac{m\text{v}^2}{2} = E - mgL$$

$$\text{v} = \sqrt{\frac{2(E - mgL)}{m}}$$

Šī sakarība ir uzzīmēta 3. attēlā.



3. att. Blusas ātruma atkarība no brīvās krišanas paātrinājuma.

C2

Ievietojot Marsa brīvās krišanas paātrinājumu ātruma izteiksmē, iegūstam

$$\text{v}_\text{M} = \sqrt{\frac{2(E - mgL)}{m}} = \sqrt{\frac{2(1.5 \cdot 10^{-6} - 1 \cdot 10^{-6} \cdot 3.8 \cdot 1.3 \cdot 10^{-3})}{1 \cdot 10^{-6}}} = \sqrt{\frac{2(1.5 \cdot 10^{-6} - 0.00494 \cdot 10^{-6})}{1 \cdot 10^{-6}}} =$$

$$= \sqrt{2.99} = \mathbf{1.73}\ \text{m/s}$$

Tā kā

$$\frac{m\text{v}_\text{M}^2}{2} = ma_M h_M$$

tad blusa var uzlēkt augstumā

$$h_M = \frac{\text{v}_\text{M}^2}{2a_M} = \frac{1.73^2}{2 \cdot 3.8} = \mathbf{0.394}\ \text{m}$$

C3

Blusa nevar pacelties gaisā, ja, kājām iztaisnojoties, visa enerģija E pāriet potenciālajā enerģijā, tātad v = 0. Tas notiek pie nosacījuma $E = maL$ jeb

$$a = \frac{E}{mL} = \frac{1.5 \cdot 10^{-6}}{1 \cdot 10^{-6} \cdot 1.3 \cdot 10^{-3}} = \frac{1.5}{0.0013} = \mathbf{1154}\ \frac{\text{m}}{s^2}$$

Tas ir apmēram piecas reizes lielāks brīvās krišanas paātrinājums, nekā uz Saules virsmas. Tāpēc varam droši paredzēt, ka blusas spēs lēkt uz jebkuras līdz šim atklātas planētas.

9 – 2 Pelmeņi

Uzvārīt pelmeņus nemaz nav tik sarežģīti. Šajā uzdevumā apskatīsim kā to dara Una, sekojot receptei.

Visos uzdevuma punktos, ja vien nav atrunāts savādāk, pieņemt, ka

- lietderīgā plīts jauda P = 1000 W un tā nemainās laikā;
- katlā ielieti $m_{ū}$ = 1,2 kg ūdens, siltuma zudumus un katla siltumietilpību neņemt vērā (uzskatīt, ka tie ir ietverti uzdotajā lietderīgajā jaudā), katla saturu nepārtraukti maisa, tāpēc ūdens temperatūra ir homogēna.
- katra pelmeņa masa m_p = 20 g un to var aprakstīt kā lodi ar rādiusu r = 1,5 cm.
- pelmeņa sākuma temperatūra ir -20 ^oC, tā sastāvā ir w = 70% ūdens (pēc masas);
- pelmeņa īpatnējā siltumietilpība zem 0 ^oC ir $c_{p,p1}$ = 2000 J/(kg× ^oC), virs 0 ^oC ir $c_{p,p2}$ = 3500 J/(kg× ^oC) (kopā ar ledu/ūdeni).
- ūdens blīvums $\rho_{ū}$ = 1000 kg/m^3, īpatnējā siltumietilpība $c_{p,ū}$ = 4200 J/(kg× ^oC), ledus īpatnējais kušanas siltums $\lambda = 3{,}34\cdot 10^5$ J/kg, ūdens īpatnējais iztvaikošanas siltums $L = 22{,}6\cdot 10^5$ J/kg.

A Vispirms katlā ir jāuzvāra ūdens. Aprēķināt, cik ilgā laikā to iespējams izdarīt, ja sākotnēji ūdens ir istabas temperatūrā (20 ^oC). **[1 p]**

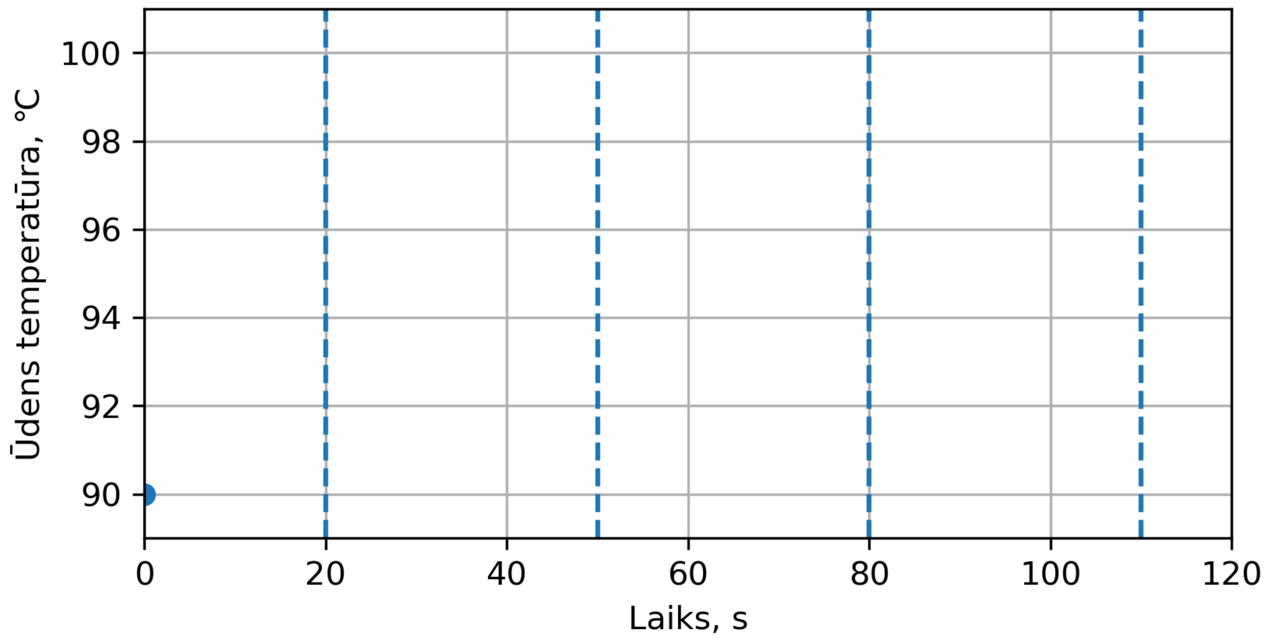
B Lai paātrinātu ūdens uzvārīšanas procesu, Una tukšā katlā ielēja no krāna karsto ūdeni ar temperatūru t_k. Aprēķināt t_k, ja zināms, ka ūdens uzvārījās 2 reizes ātrāk, salīdzinot ar iepriekšējā punktā aprēķināto. Pieņemt, ka katla sākotnējā temperatūra arī ir t_k. **[1 p]**

C Vai katlā ar ūdeni tikko iemests pelmenis uzpeldēs vai nogrims? Atbildi pamato ar aprēķiniem. **[1 p]**

D Atbilstoši receptei, ūdens un pelmeņu masas attiecībai jābūt 3:1. Aprēķināt, cik daudz pelmeņu pēc skaita Una varēs pagatavot. Aprēķināt augstumu, par kādu pacelsies ūdens līmenis katlā pēc visu pelmeņu pievienošanas, ja katla šķērsgriezums ir riņķis ar rādiusu R = 15 cm. **[1,5 p]**

E Kad Una iemeta vienu pelmeni katlā ar verdošu ūdeni, ūdens pārstāja vārīties. Kāpēc tā notika? Aprēķināt, pēc cik ilga laika ūdens atsāks vārīties. Pieņemt, ka termiskais līdzsvars starp pelmeni un ūdeni iestājas ātri. **[1,5 p]**

F Kādā citā gatavošanas reizē Una sāka mest katlā pelmeņus pa vienam, kad ūdens vēl nebija uzvārījies. Attēlot grafiski ūdens temperatūru atkarību no laika divu minūšu intervālā, ja zināms, ka, iemetot ūdenī vienu pelmeni, ūdens temperatūra samazinās par 1 ^oC un pelmenis ātri uzsilst līdz ūdens temperatūrai. Ūdens uzsilšanas laikā drīkst pieņemt, ka pelmeņa masa ir ievērojami mazāka par ūdens masu un tāpēc pelmeņu pievienošana neizmaina ūdens uzsilšanas ātrumu. Ūdens sākuma temperatūra ir 90 ^oC, pelmeņus pievieno laikos 20 s, 50 s, 80 s, 110 s kā parādīts attēlā:



Zīmējot grafiku, ņem par paraugu attēlā doto mērogu uz abām asīm. **[1,5 p]**

G Vārot pelmeņus, tie uzsūc ūdeni, kā rezultātā katra pelmeņa masa pieaug līdz 25 g. Kāpēc, neskatoties uz to, pelmeņi uzpeld? Aprēķināt, kādā gadījumā tas notiks (kādiem nosacījumiem jāizpildās). **[1,5 p]**

H Receptē teikts, ka pēc tam, kad visi pelmeņi ir uzpeldējuši un ūdens sācis vārīties, pelmeņi jāvāra vēl 6 min. Aprēķināt, cik liela ūdens masa iztvaikos šajā laikā. **[1 p]**

Atrisinājumi

A

Ūdenim jāpievada siltuma daudzums

$$Q = P\tau = m_{ū} c_{p,ū}(t_2 - t_1),$$

kur temperatūras t_1 = 20 °C un t_2 = 100 °C.

Iegūstam, ka ūdeni iespējams uzvārīt laikā

$$\tau = \frac{m_{ū} c_{p,ū}(t_2 - t_1)}{P}$$

Skaitliskā vērtība

$$\tau = \frac{1{,}2 \cdot 4200 \cdot (100 - 20)}{1000} = \mathbf{403}\ \mathrm{s}$$

B

Atbilstoši iepriekšējā punkta risinājumam aukstā ūdens uzsildīšana aprakstāma sekojoši:

$$P\tau = m_{ū} c_{p,ū}(t_2 - t_1)$$

savukārt karstā ūdens uzsildīšana

$$P\frac{\tau}{2} = m_{ū}c_{p,ū}(t_2 - t_3)$$

kur t_3 ir meklējamā karstā ūdens temperatūra.

Izdalot pirmo vienādojumu ar otro, iegūst

$$2 = \frac{t_2 - t_1}{t_2 - t_3} \quad \Longrightarrow t_3 = \frac{t_1 + t_2}{2} = \frac{100 + 20}{2} = \mathbf{60}\ ℃$$

Šo pašu rezultātu iespējams iegūt arī izspriežot, ka divreiz īsāks laiks nozīmē divreiz mazāku temperatūras pieaugumu.

C

Pelmeņa blīvums

$$\rho_p = \frac{m_p}{V_p}$$

kur pelmeņa tilpums

$$V_p = \frac{4\pi r^3}{3}$$

Tātad pelmeņa blīvums:

$$\rho_p = \frac{m_p}{V_p} = \frac{3m_p}{4\pi r^3}$$

Aprēķinot, iegūst, ka pelmeņa blīvums

$$\rho_p = \frac{3 \cdot 0.020}{4 \cdot 3.14 \cdot 0.015^3} = \mathbf{1415}\ \frac{\mathbf{kg}}{\mathbf{m^3}}$$

ir lielāks par ūdens blīvumu, tāpēc pelmenis nogrims.

D

Atbilstoši receptei, ūdens un pelmeņu masas attiecībai jābūt 3:1.

$$\frac{m_{ū}}{Nm_p} = \frac{3}{1} = 3$$

no kurienes iegūstam pelmeņu skaitu

$$N = \frac{m_{ū}}{3m_p} = \frac{1.2}{3 \cdot 0.020} = \mathbf{20}$$

Tā kā pelmeņi nogrimst, tie izraisīs ūdens līmeņa pieaugumu par Δh, ko apraksta sakarība

$$\Delta V = S\Delta h$$

kur

$$\Delta V = \frac{4\pi r^3}{3} \times N$$

ir kopējais pelmeņu tilpums un $S = \pi R^2$ ir katla šķērsgriezuma laukums.

Tātad

$$\Delta h = \frac{\Delta V}{S} = \frac{4\pi r^3}{3\pi R^2} \times N = \frac{4Nr^3}{3R^2}$$

Skaitliskā vērtība

$$\Delta h = \frac{4 \cdot 20 \cdot 0.015^3}{3 \cdot 0.15^2} = \mathbf{0,004\ m = 4\ mm}$$

E

Ūdens pārstāja vārīties, jo auksts pelmenis atdzesēja tam apkārt esošo ūdeni un labās samaisīšanās rezultātā ūdens temperatūra visā katlā kļuva zemāka par 100 °C.

Lai sasildītu pelmeni no t_1 = -20 °C līdz t_2 = 100 °C, tam jāpievada siltuma daudzums

$$Q = m_p c_{p,p1}(t_0 - t_1) + w m_p \lambda + m_p c_{p,2}(t_2 - t_0),$$

kur t_0 = 0 ^{0}C. Izteiksmes pirmais loceklis apraksta auksta pelmeņa ar ledu sildīšanu (zem 0 °C), otrais -- pelmenī esošā ledus izkausēšanu, bet trešais -- pelmeņa ar ūdeni sildīšanu (virs 0 °C).

Ūdens atsāks vārīties pēc

$$\tau = \frac{Q}{P} = \frac{m_p c_{p,p1}(t_0 - t_1) + w m_p \lambda + m_p c_{p,2}(t_2 - t_0)}{P}$$

Skaitliskā vērtība

$$\tau = \frac{0.020 \cdot 2000\big(0 - (-20)\big) + 0.7 \cdot 0.020 \cdot 3.34 \cdot 10^5 + 0.020 \cdot 3500(100 - 0)}{1000} = \frac{800 + 4676 + 7000}{1000}$$
$$= \mathbf{12,5\ s}$$

F

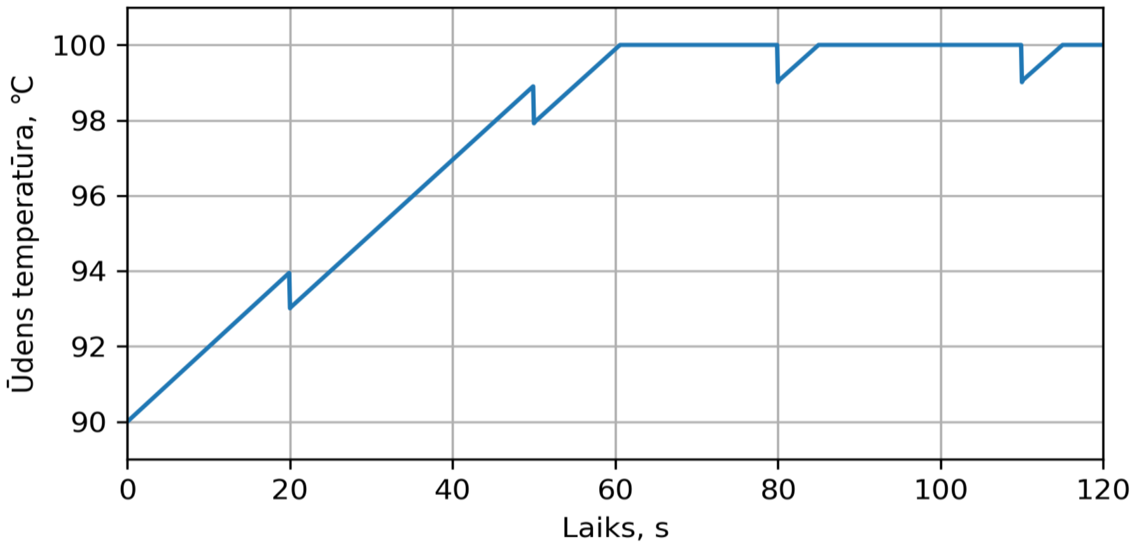
No jau izmantotā vienādojuma

$$P\tau = m_{ū} c_{p,ū}(t_2 - t_1) = m_{ū} c_{p,ū} \Delta t$$

var aprēķināt temperatūras pieaugumu vienā laika vienībā:

$$\frac{\Delta t}{\tau} = \frac{P}{m_{ū} c_{p,ū}} = \frac{1000}{1.2 \cdot 4200} = 0{,}2 \frac{{}^0\mathrm{C}}{\mathrm{s}}$$

Papildus ņemot vērā temperatūras samazinājumu pelmeņu mešanas brīdī un to, ka ūdens temperatūra nevar pārsniegt 100 ^{0}C, iegūst šādu grafiku:



G

Pelmeņi uzpeld, jo to gaļas un mīklas izmērs pieaug un pelmeņa blīvums kļūst mazāks vai vienāds ar ūdens blīvumu (Arhimēda spēks kļūst vienāds ar smaguma spēku).

Pelmeņi sāks uzpeldēt, ja

$$\rho_{\bar{u}} = \rho_p = \frac{m_p}{V_p}$$

kur pelmeņa tilpums

$$V_p = \frac{4\pi r^3}{3}$$

no kurienes iegūst mazāko rādiusu, pie kura tas notiks:

$$\rho_{\bar{u}} = \rho_p = \frac{m_p}{V_p} = \frac{3m_p}{4\pi r^3} \implies r = \sqrt[3]{\frac{3m_p}{4\pi\rho_{\bar{u}}}}$$

Skaitliskā vērtība

$$r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 0.025}{4 \cdot 3.14 \cdot 1000}} = \mathbf{1{,}8\ cm}$$

H

Pievadītais siltuma daudzums tiek patērēts ūdens vārīšanai:

$$Q = P\tau = Lm$$

no kurienes aprēķina iztvaikotā ūdens masu:

$$m = \frac{P\tau}{L}$$

Skaitliskā vērtība

$$m = \frac{1000 \cdot 360}{22.6 \cdot 10^5} = \mathbf{0,16\ kg}$$

9 – 3 Demonstrējums: Zemūdens dzirnaviņas

- Lai varētu tikt galā ar šo uzdevumu, jānoskatās demonstrējums. Aktīvā saite uz demonstrējuma video ir pieejama 3. uzdevumā 9. klasei olimpiādes vietnē vai izmanto šo saiti: https://www.youtube.com/watch?v=fJ3QixJYeDo
- Demonstrējuma failam ir arī skaņa – skaties un klausies.
- Vari demonstrējumu skatīties tik reizes, cik nepieciešams.

Garā vertikālā caurspīdīgā traukā ar ūdeni ievieto ar vāku noslēgtu cilindrisku plastmasas trauciņu. Trauciņā ieliets ūdens, kurā ielikts akmentiņš, trauciņa augšgalā ir gaiss. Trauciņa sānos ir divas tievas līkas caurulītes, caur kurām ūdens trauciņā tiek savienots ar ūdeni ārējā traukā. Pēc plastmasas trauciņa ievietošanas ūdenī garais vertikālais (ārējais) trauks tiek hermētiski noslēgts ar elastīgu gumijas membrānu. Uz šo gumijas membrānu uzspiež, tad atlaiž, tad pavelk membrānu uz augšu. Šīs membrānas deformācijas periodiski atkārto, palielinot/samazinot atkārtošanās ātrumu.

Noskaties eksperimenta video, apraksti un izskaidro novēroto, atbildot uz jautājumiem:

A Kas notiek ar plastmasas trauciņu, ja uzspiež uz gumijas membrānas? Izskaidro notiekošās parādības cēloņus. **[1 p]**

B Kas ir vērojams tad, kad uz gumijas membrānu vairs nespiež? Izskaidro novēroto. **[2 p]**

C Kas notiek ar plastmasas trauciņu, ja gumijas membrānu pavelk augšup? Izskaidro novēroto. **[1 p]**

D Apraksti un izskaidro, kas notiek, ja membrānas deformācijas periodiski atkārto, palielinot/samazinot atkārtošanās ātrumu? **[1 p]**

E Kurā brīdī un kāpēc ir vērojama ātrāka plastmasas trauciņa kustība – uzspiežot uz gumijas membrānas vai pavelkot to uz augšu? Apraksti un skaidro trauciņa kustību, kuru izraisa periodiskā gumijas membrānas iespiešana uz leju un vilkšana uz augšu, nosauc divus cēloņus novērotajai asimetrijai! **[5 p]**

Atrisinājumi

A Cēlējspēks, kas darbojas uz trauciņu, ir nedaudz lielāks par tā svaru. Uzspiežot uz trauka gumiju, tajā palielinās spiediens. Tā kā gaiss ir vieglāk saspiežams nekā ūdens, trauciņā ieplūst ūdens. Uz to darbojas tas pats cēlējspēks, kas iepriekš $F_c = \rho_{\bar{u}} g V$, kur V – trauciņa tilpums, taču tā svars ir palielinājies, jo tajā ir ieplūdis ūdens, tāpēc trauciņš, palielinot spiedienu traukā, nogrimst.

B Arī, kad uz gumiju vairs nespiež, trauciņš nepaceļas atpakaļ. Tas tāpēc, ka trauka apakšā spiediens ir lielāks, nekā augšpusē. Šī iemesla dēļ, pārtraucot spiest gumiju, no trauciņa neizplūst pietiekoši daudz ūdens, lai trauciņa svars kļūtu mazāks par cēlējspēku.

C Pavelkot gumiju augšup, ūdens spiediens traukā samazinās, no trauciņa papildus izplūst ūdens, un cēlējspēks pārsniedz svaru.

D Kad nedaudz uzspiež uz gumijas un pēc tam sāk ātri pārmaiņus spiest un vilkt gumiju, trauciņš sāk griezties kā zemūdens dzirnaviņas.

E Ātrākas kustības ir vērojamas, kad gumiju pavelk.
Pavelkot gumiju, ūdens spiediens ārpus trauciņa kļūst mazāks, nekā tā iekšpusē. Tāpēc ūdens no trauciņa izšļācas caur abām caurulītēm, kas darbojas kā reaktīvais dzinējs un iegriež trauciņu.
Uzspiežot uz gumiju, trauciņa griešanās tikai nedaudz straujāk salēninās, nekā vienkārši beidzot gumiju vilkt. Tāda trauciņa kustības asimetrija ir vērojama tādēļ, ka no caurulītēm ūdeni izsviež vienā noteiktā virzienā un uz neatgriešanos, bet atpakaļ trauciņā caur caurulīšu galiem to iesūc no visiem virzieniem gandrīz vienādi. Iesūktais ūdens caurulītēs gan iegūst kustību uz iekšpusi, taču jau pēc nepamanāmi īsa mirkļa atdod to trauciņam, nokļūstot tā iekšpusē.