Projekta numurs: 8.3.2.1/16/I/002

Nacionāla un starptautiska mēroga pasākumu īstenošana izglītojamo talantu attīstībai

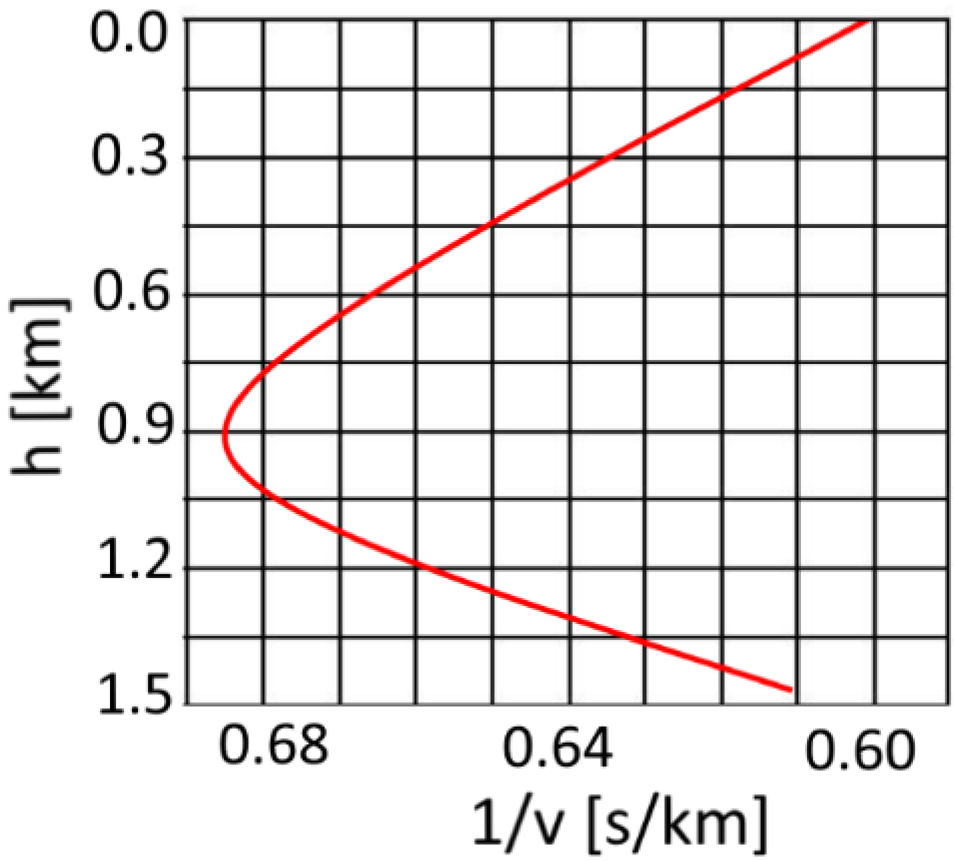
Fizikas valsts 70. olimpiāde
Trešā posma uzdevumi 12. klasei

12 – 1 Skaņa okeānā

Ievēro mērvienības, kādās jāizsaka atbildes. Dažus uzdevuma apakšpunktus var risināt neatkarīgi no pārējiem.

Okeāna dzīlēs ir slānis, kurā skaņas ātrums ir lokāli minimāls. Šis slānis rodas divu pretējo efektu konkurences dēļ: pirmais efekts ir spiediena pieaugums ar dziļumu, kas noved pie skaņas ātruma palielināšanās, otrs efekts ir temperatūras pazemināšanās, kas noved pie skaņas ātruma samazināšanās. Šis īpašais slānis koncentrē skaņu un neļauj tai no slāņa izbēgt, līdzīgā veidā kā optiskā šķiedra fokusē gaismu. Tādēļ šo slāni sauc par SOFAR (no angļu *SOund Fixing And Ranging*) skaņas kanālu.

Dziļumu zem jūras līmeņa apzīmēsim ar h un skaņas ātrumu attiecīgajā dziļumā ar $v(h)$. Zemāk ir attēlota sakarība starp $1/v$ un h.



1. Izmantojot doto grafiku aprēķini spiedienu SOFAR kanālā, ja ūdens blīvums ir $\rho_{\bar{u}} = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$. **[0.5 p]**

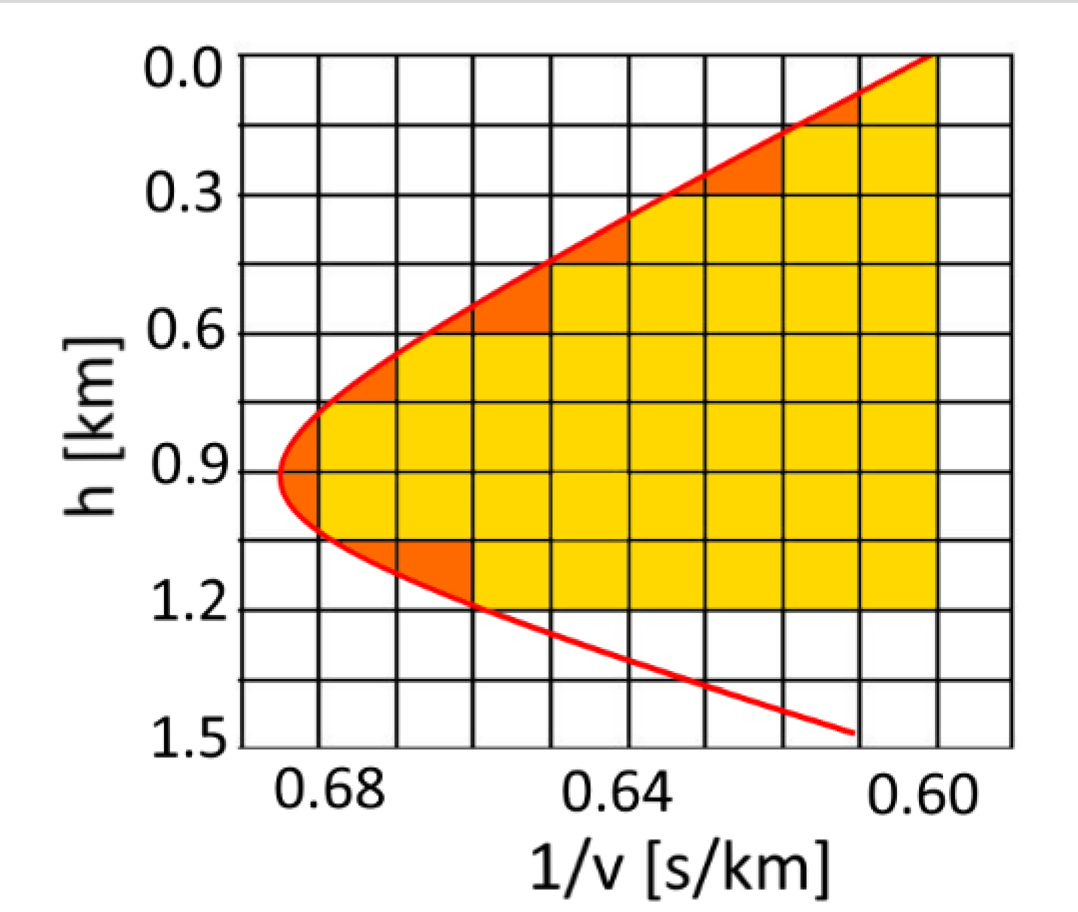
Atbilde: p = ______ MPa

Skaņas kanāls atrodas aptuvenā dziļumā h = 0.9 km, tātad spiediens ir $p = \rho g h \approx 90\ atm$, kur esam ignorējuši spiedienu jūras līmenī, jo spēja nolasīt precīzu slāņa dziļumu no grafika ir mazāka par 1%.

2. Izmantojot doto grafiku, aprēķini laiku, kurā dziļumā $H = 1.2$ km radīts skaņas signāls sasniedz jūras līmeni. (Pilni punkti par precizitāti, labāku par 2%, daļēji punkti par atbildi 5% robežās). **[2 p]**

Atbilde: t = ______ s

Momentānais ātrums ir $\mathrm{v} = \frac{\Delta h}{\Delta t}$, tātad laiks, kurā šķērsojam nelielu augstumu Δh, ir $\Delta t = \frac{1}{\mathrm{v}}\Delta h$, no kā secinām, ka kopējais laiks, lai nokļūtu līdz ūdens virsmai, ir laukums zem v^{-1} grafika. Katrs kvadrātiņš grafikā ir asociējams ar laiku 1.5 ms (sareizinot vērtības uz katras no asīm) un zem grafika līdz vērtībai v^{-1} = 0.6 s/km atrodas ≈ 45 kvadrāti = 0.07 s (iegūts no 41 pilnībā vai gandrīz pilnībā aizpildīta kvadrāta, kuri iekrāsoti dzeltenā krāsā, un 3-4 papildus kvadrātiem no daļēji aizpildītām rūtiņām, kuras iekrāsotas oranžā krāsā). Vēl jāpieskaita atlikušais laukums līdz v^{-1} = 0 s/km, kas dod ekstra laiku 0.6 s/km x 1.2 km = 0.72 s, tātad kopējais laiks ir T = 0.72 s + 0.07 s = 0.79 s. Interesantā kārtā, vienkārši aptuvinot ceļu ar vidēju vērtību no grafika centra v^{-1} = 0.64 s/km, iegūstam ceļojuma laiku T' = 0.77 s, kas ir diezgan tuvs patiesajam.



3. Skaņā kanālā tiek fokusēta un lielākā daļa sākotnējā signāla enerģijas paliek divdimensionālajā slānī. Šo efektu izmanto vaļi, lai komunicētu savā starpā, atrodoties pat simtiem kilometru viens no otra! Lai raksturotu skaņas signāla skaļumu, ir izdevīgi ieviest decibelu skalu $\beta = 10\log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right)$ [dB], kur β ir signāla skaļums decibelos, I ir skaņas intensitāte (jauda uz laukuma vienību) un $I_0 = 10^{12}\ \mathrm{W/m^2}$ ir minimālā intensitāte, ko var dzirdēt viduvējs cilvēks.

Vispirms apskatīsim vienkāršu situāciju, lai iemācītos darboties ar decibelu skalu. Strāva caur skaļruni ir I = 1.5 A, tas ir pieslēgts spriegumam U = 10 V, un tā lietderības koeficients ienākošās jaudas pārvēršanai skaņā ir η = 0.02. Ja skaņa līdz brīdim, kad tā nonākusi tavās ausīs, ir izpletusies pār laukumu S = 300 m^2, cik skaļš izklausās skaļrunis? **[1 p]**

Atbilde: $\beta =$ $\boxed{}$ dB

Skaļruņa jauda ir P = IU = 15 W, tātad skaņas signāla jauda būs $P_{sk} = \eta P = 0.3$ W. Signāla intensitāte ir $I = \frac{P_{sk}}{A} = 10^{-3}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$, tātad $\beta = 10log_{10}\left(\frac{10^{-3}}{10^{-12}}\right)$ dB $= 90$ dB.

4. Tagad salīdzināsim skaļumu SOFAR kanālā un brīvas izplatīšanās gadījumā. Pieņemsim, ka SOFAR kanālu varam modelēt kā homogēnu slāni ar biezumu d un x = 10% no tajā atskaņotās skaņas enerģijas paliek tajā ieslēgta. Brīvas izplatīšanās gadījumā, skaņa vienmērīgi izplešas visos telpas virzienos trijās dimensijās.

Ja kanāla biezums ir d = 100 m un attālums, kurā mērīta skaņas intensitāte, ir L = 10 km, cik liela ir atšķirība skaļuma līmenī starp kanālu un brīvu izplatīšanos $\Delta\beta = \beta_{kan} - \beta_{brīvs}$? Pieņem, ka abos gadījumos skaņas avotam ir vienāda jauda. **[1.5 p]**

Atbilde: $\Delta\beta =$ $\boxed{}$ dB

Brīvas izplatīšanās gadījumā signāla intensitāte izplatās pa lodes virsmu un būs $I = \frac{P}{4\pi d^2}$, kur P ir avota jauda. Savukārt skaņas kanālā intensitāte būs $I_{kan} = \frac{xP}{2xLd}$, jo signāls izplatās pa cilindra sānu virsmu. No tā varam secināt, ka $\Delta\beta = 10log_{10}\left(\frac{2xL}{d}\right) = 13$ dB.

5. Otrajā pasaules karā SOFAR kanāls tika izmantots, lai atrastu jūrā pazudušus pilotus. Viņiem tika iedota tukša metāliska čaula, kuru pilots pēc avārijas nosēšanās iemeta jūrā un tā kanāla dziļumā tika saspiesta ūdens spiediena dēļ, radot skaņas triecienvilni. Šo vilni bija iespējams detektēt ar mikrofoniem, kas bija ievietoti vairākās vietās okeānā attiecīgajā dziļumā, un, izmantojot informāciju par signāla pienākšanas laiku, bija iespējams noteikt aptuvenas pilota koordinātas.

Pieņemsim, ka mums ir doba sfēriska čaula ar rādiusu R = 10 cm, sieniņu biezumu b = 0.5 cm un materiāla blīvumu $\rho_č$ = 7.7 g/cm^3. Uz čaulu darbojošos gravitācijas un Arhimēda spēku summu var raksturot ar efektīvo krišanas paātrinājumu g_{eff}. Aprēķini g_{eff}! **[1 p]**

Atbilde: $g_{\mathrm{eff}} =$ $\boxed{}$ m/s^2

Uz čaulu darbojas gravitācijas spēks $F_g = mg = 4\pi R^2 b\rho_č g$ un Arhimēda spēks $F_a = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_ū g$, tātad $F = F_g - F_a = \left(4\pi R^2 b\rho_č - \frac{4}{3}\pi R^3\rho_ū\right) g = m g_{\mathrm{eff}}$.

No tā iegūstam $g_{\mathrm{eff}} = \left(1 - \frac{R}{3b}\frac{\rho_ū}{\rho_č}\right) g \approx 0.13 g = 1.3\ \frac{m}{s^2}$

Izmantotā tilpuma formulas ir derīgas robežās $b \ll R$, kas var izrādīties nepietiekami precīzs tuvinājums, ka $g_{\mathrm{eff}} \ll g$. Pieņemot, ka R ir ārējais čaulas diametrs, iegūstam precīzāku formulu:

$m g_{eff} = \frac{\frac{4}{3}\pi[R^3-(R-b)^3]\rho_č - \frac{4}{3}\pi R^3\rho_ū}{\frac{4}{3}\pi[R^3-(R-b)^3]\rho_č} g$ un $g_{\mathrm{eff}} = \left(1 - \frac{R^3}{b(b^2-3bR+3R^2)}\frac{\rho_ū}{\rho_č}\right) g \approx 0.0894\ g = 0.88\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

Atbilstošā čaulas masa $m = \frac{4}{3}\pi[R^3 - (R-b)^3]\rho_č = 4.37$ kg

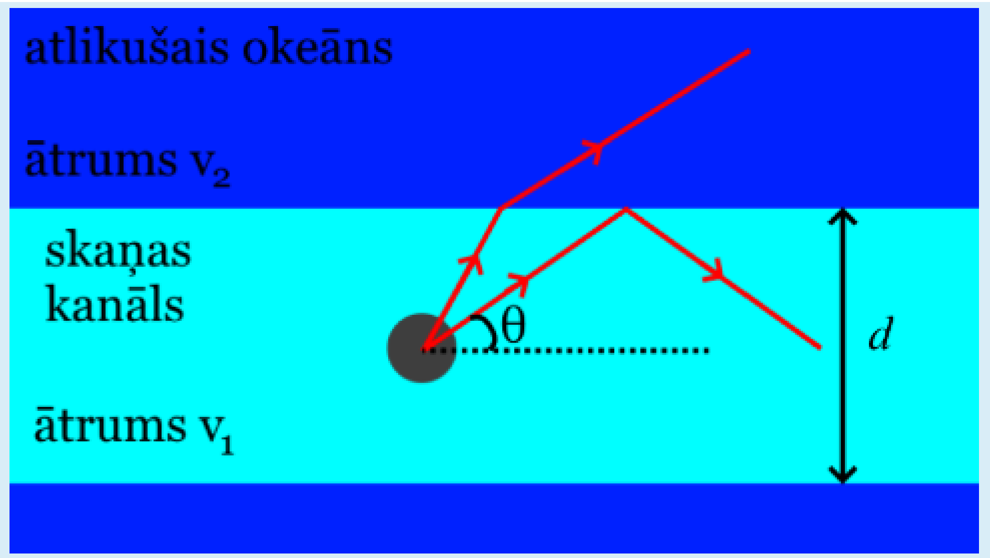
6. Grimšanas laikā uz čaulu darbojas arī berzes spēks apkārt esošā ūdens viskozitātes dēļ, $F_d = -Cv$, kur $C = 1.6$ kg/s ir konstante un v čaulas momentānais grimšanas ātrums.

Aprēķini laiku *t*, kurā čaula nokļūst līdz skaņas kanālam! **[2 p]**

Atbilde: *t* = ______ min.

Šajā gadījumā iegūstam $F = mg_{\mathrm{eff}} - C\,v$, kas ir otrās pakāpes diferenciālvienādojums. To var atrisināt tuvināti ar pietiekamu precizitāti, izmantojot fizikālu intuīciju. Ir skaidrs, ka lode sākotnēji paātrināsies līdz sasniegs maksimālo ātrumu $v_{\max} = \frac{mg_{\mathrm{eff}}}{C} = 2.39\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, bet kāda ir attāluma skala, kurā tas notiks? No uzdevumā dotajiem lielumiem ir iespējams konstruēt tikai vienu dimensionāli atbilstošu lielumu $L = \frac{g_{\mathrm{eff}} m^2}{C^2} = 6.5$ m, tātad čaula maksimālo ātrumu sasniedz ap attāluma skalu ≈ 10 m, bet $L << H = 900$ m, tātad varam pieņemt, ka čaula visu ceļu pavada ar ātrumu $v_{\max}$ un tas aizņem laiku $t = \frac{H}{v_{\max}} = 376\ \mathrm{s} = 6.3\ \mathrm{min}$

7. SOFAR kanālā paliek tik daļa no tā vidus izstarotajiem skaņas viļņiem. Šajā jautājumā modelēsim kanālu kā homogēnu slāni, kura iekšienē skaņas ātrums ir $v_1 = 1480$ m/s, savukārt atlikušais okeāns arī ir homogēns un skaņas ātrums tajā ir $v_2 = 1560$ m/s.



Aprēķini maksimālo leņķi *θ* starp signāla izplatīšanās virzienu un horizontāli, pie kura skaņa izplatās tikai SOFAR kanālā. Vari pieņemt, ka skaņas viļņa garums ir daudz mazāks par slāņa biezumu *d* un pielietot ģeometriskās optikas likumus skaņas viļņiem. **[2 p]**

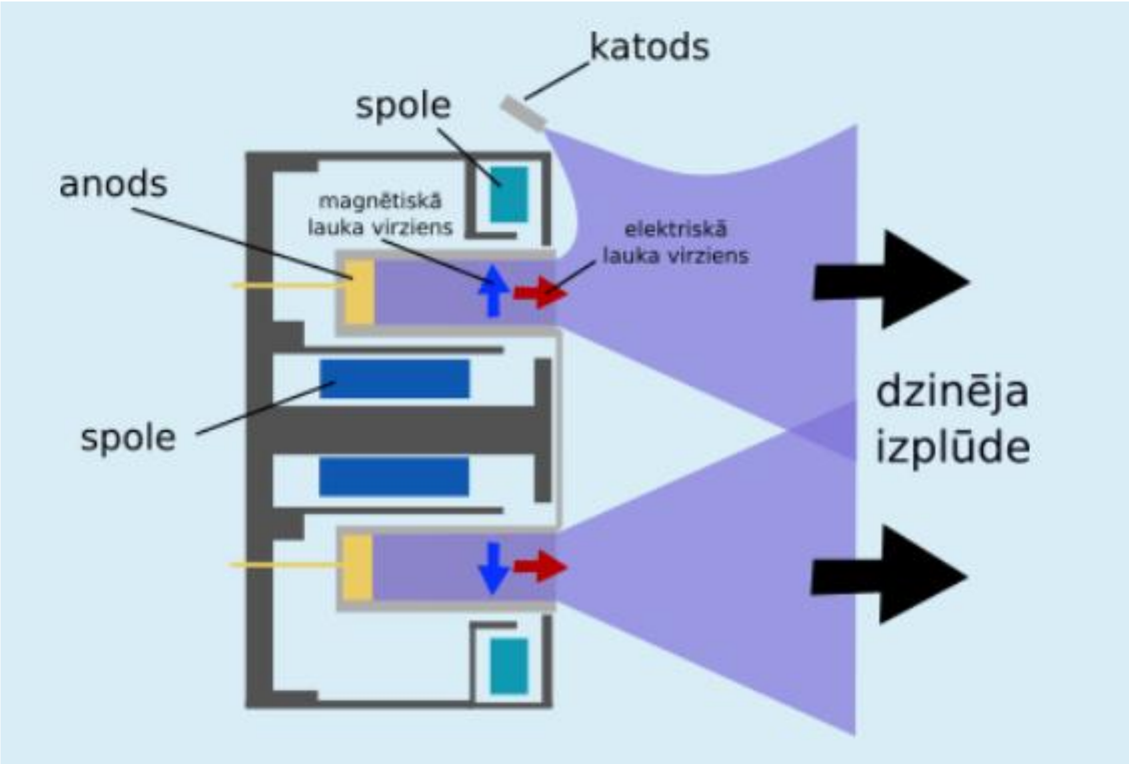
Atbilde: *θ* = ______ ^{0}

Šajā gadījumā gribam raksturot pilnīgu iekšējo atstarošanos - sāksim ar Snelliusa likumu $n_1 sin\theta_1 = n_2 sin\theta_2$. Lai skaņa pilnībā atstarotos, pieprasām $\theta_2 = 90^0$, tātad $sin\theta_1 = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = 0.95$ un $\theta_1 = 72^0$. Visbeidzot no ģeometrijas atrodam $\theta = 90^0 - \theta_1 = 18^0$. Lielākā daļa skaņas tomēr izbēg no kanāla!

12 – 2 Hola efekta reaktīvais dzinējs

Ievēro mērvienības, kādās jāizsaka atbildes. Dažus uzdevuma apakšpunktus var risināt neatkarīgi no pārējiem.

Jonu reaktīvo dzinēju darbības princips ir jonu paātrināšana ar elektrisko lauku. Šos dzinējus izmanto kosmisko aparātu orbītu korekcijām, tai skaitā kompānijas SpaceX pavadoņu sērijā Starlink. Viens no jonu reaktīvo dzinēju paveidiem ir tā saucamie Hola efekta reaktīvie dzinēji, kas izmanto magnētisko lauku, lai nodalītu elektronu un paātrināmo jonu kustību. Hola efekta dzinēja uzbūve shēma ir parādīta attēlā.



Dzinējā tiek ievadīta ksenona gāze. To jonizē sadursmes ar elektroniem. Paātrināšanas apgabalā (tur, kur attēlā iezīmētas zilas un sarkanas bultas), magnētiskā un elektriskā lauka virzieni ir savstarpēji perpendikulāri. Elektriskais lauks vērsts paralēli dzinēja asij, bet magnētiskais lauks ir vērsts radiāli.

Šajā uzdevumā var neņemt vērā elektronu un jonu savstarpējo mijiedarbību, jonizācijai nepieciešamo enerģiju, kā arī relatīvistiskos efektus.

8. Šajā jautājumā aplūkosim nelielu paātrināšanas apgabala daļu, kurā gan magnētisko, gan elektrisko laukus var uzskatīt par homogēniem, un aprēķināsim tipiska Hola efekta dzinēja parametrus. Magnētiskā lauka indukcija ir $B = 0.01$ T.

A. Viena elektrona ātrums ir vērsts perpendikulāri gan elektriskajam, gan magnētiskajam laukam. Elektriskā lauka intensitāte ir $E = 10000$ V/m. Cik liels ir šī elektrona kustības ātrums v, ja tā kustības virziens paliek nemainīgs? **[1 p]**

Atbilde: v = ☐ m/s.

Ja elektrona kustības virziens paliek nemainīgs, Lorenca spēks precīzi kompensē elektriskā lauka radīto spēku. $qE = qvB$, no kurienes $v = \frac{E}{B} = 1\,000\,000\ \frac{m}{s}$

B. Aprēķināt punktā A aprakstītā elektrona kinētisko enerģiju elektronvoltos. **[0.5 p]**

Atbilde: E_{kin} = ☐ eV

Atbilstošā kinētiskā enerģija: $E = \frac{1}{2}m\mathrm{v}^2 = 4.55 \cdot 10^{-19}$ J = 2.84 eV

C. Cik lielu kinētisko enerģiju un cik lielu ātrumu iegūst $^{131}Xe^{+}$ jons, ja tas tiek paātrināts no miera stāvokļa ar potenciālu starpību U = 300 V (šajā punktā magnētiskā lauka efektu var neņemt vērā)? **[1 p]**

Atbilde: E_{kin} = ☐ eV un v = ☐ m/s.

$$eU = \frac{1}{2}mv^2 = 300\ \text{eV} = 4.8 \cdot 10^{17}\ \text{J}$$

Kinētiskā enerģija ir daudz lielāka nekā elektronam iepriekšējā punktā.

$$v = \sqrt{\frac{2Uq}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 300 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}}{\frac{0.131}{6.02 \cdot 10^{23}}}} = 21\ 000\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

D. Brīdī, kad $^{131}Xe^{+}$ jons ir sasniedzis ātrumu v_1 = 15000 m/s, šis ātrums ir paralēls elektriskajam laukam, kura intensitāte ir E = 10000 V/m. Aprēķināt leņķi θ starp šī jona ātrumu un paātrinājumu! **[1 p]**

Atbilde: Θ = ☐ °.

Paātrinājuma virziens sakrīt ar kopējā spēka virzienu. Spēka komponentu attiecības ir vienāds ar meklējamā leņķa tangenss:

$$\frac{F_B}{F_E} = \frac{qvB}{qE} = \frac{vB}{E} = \frac{15000 \cdot 0.01}{10000} = 0.015$$

$$\theta = \text{arctg}\ 0.015 = 0.84°.$$

9. Iepriekšējā jautājumā veiktie novērtējumi apliecina, ka pateicoties magnētiskajam laukam (Hola efektam), elektronu radītā strāva plūst galvenokārt par riņķa līniju un nodrošina efektīvu gāzes jonizāciju, savukārt paši joni ir pietiekami smagi, lai to kustība paliktu praktiski taisnvirziena paralēli dzinēja asij.

Šajā un turpmākajos jautājumos apskatīsim vienkāršotu jonu dzinēja nepārtrauktas darbības modeli, kas ņem vērā tikai jonu paātrināšanu homogēnā elektriskā laukā. Dzinēja jauda P = 2 kW tiek tērēta tikai lietderīgi, paātrinošais spriegums ir U = 300 V.

A. Cik lielu reaktīvu spēku rada dzinējs? **[3 p]**

Atbilde: F = ☐ N

Katra jona iegūtā kinētiskā enerģija ir Uq, bet aiznestais impulss $mv = \sqrt{2mqU}$

Paātrināto daļiņu skaits laika vienībā ir $\frac{P}{Uq}$, spēks ir impulsa izmaiņa laika vienībā,

tādējādi $F = \frac{mvP}{Uq} = P\sqrt{\frac{2m}{qU}} = 0.19$ N

Var izmantot v= 21000 m/s vērtību, kas tika aprēķināta Xe jonam iepriekš.

Ja lieto jaudas un ātruma sakarībai, tad jāņem vidējais ātrums (v - ir jonu ātrums paātrinājuma beigās). $P = F\frac{\mathrm{v}}{2}$.

B. Cik liela ksenona masa tiek patērēta vienas minūtes laikā? **[1.5 p]**

Atbilde: M = ☐ g/min

$$M = Nm$$
$$N = \frac{Pt}{Uq}$$
$$M = \frac{mPt}{Uq} = \frac{0.131}{6.02 \cdot 10^{23}} \cdot 2000 \cdot \frac{60}{300 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}} = 0.000544 \text{ kg}$$

Alternatīvs risinājums: iegūt masas izmaiņas ātrumu no spēka kā impulsa izmaiņas ātruma, izmantojot iepriekšējā punktā aprēķināto:

$$F = \frac{v\Delta m}{\Delta t}$$
$$M = \frac{Ft}{v} = \frac{0.19 \cdot 60}{21000} = 0.000544 \text{ kg}$$

C. Cik reizes mainīsies dzinēja radītais spēks, ja ksenona jonu $^{131}Xe^{+}$ vietā tiks izmantots argons $^{40}Ar^{+}$? **[1 p]**

Atbilde: F_{Ar} : F_{Xe} = ☐

No spēka izteiksmes $F = P\sqrt{\frac{2m}{qU}}$ redzams, ka tas ir proporcionāls viena jona masas kvadrātam, tādēļ prasītā spēku attiecība $\frac{F_{Ar}}{F_{Xe}} = \sqrt{\frac{m_{Ar}}{m_{Xe}}} = 0.552$

10. Īsi paskaidro iepriekšējā jautājuma (par dzinēja radīto spēku un masas patēriņu) risināšanas gaitu, uzskaitot izmantotās fizikālās sakarības un loģisko spriedumu.

Skaidrojums tika izmantots, lai interpretētu skolēnu iesniegtās skaitliskās atbildes iepriekšējā jautājumā.

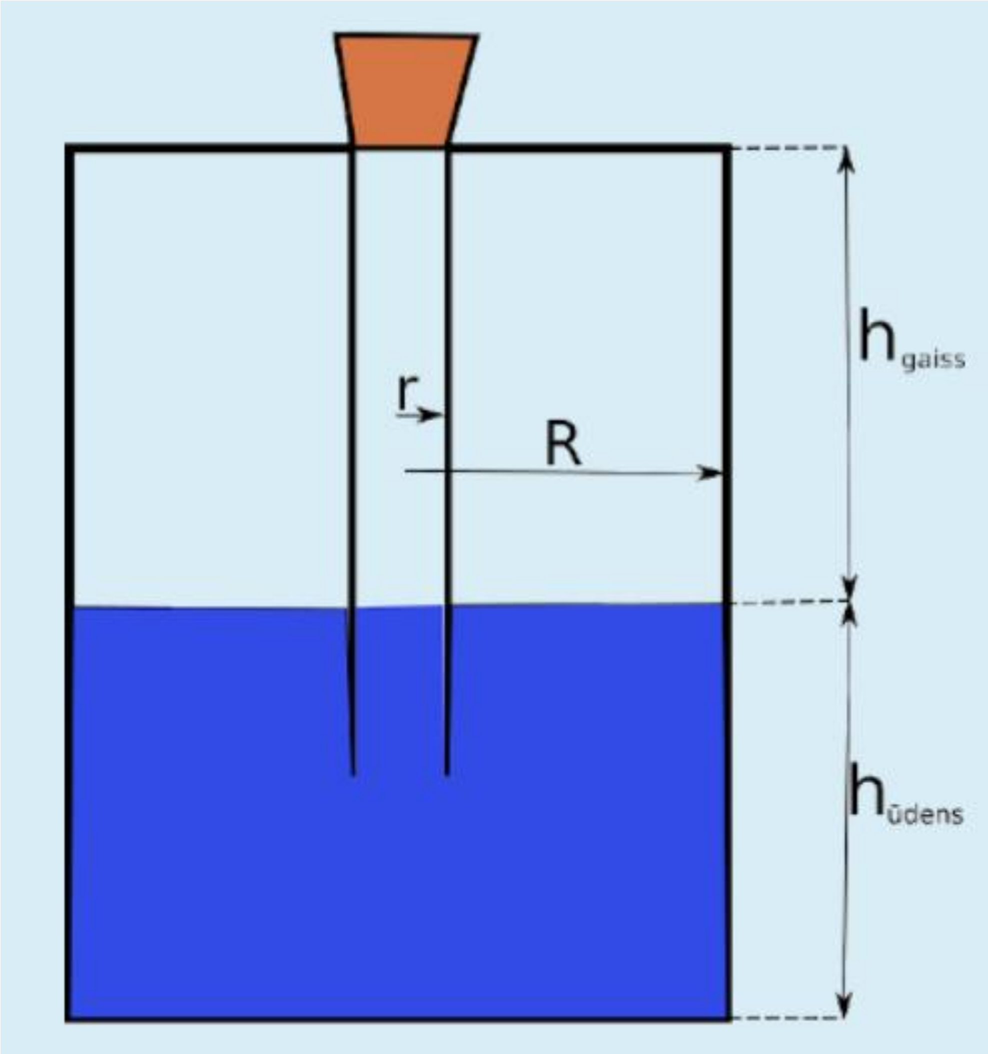
11. Cik maksimāli lielu ātruma izmaiņu Δv pavadonim ar masu m_p = 260 kg var piešķirt dzinējs, kas rada spēku F = 0.5 N un patērē M = 10 g/min, izlietojot m_{Xe}= 1 kg ksenona? **[1 p]**

Atbilde: Δv = ☐ m/s

$$t = \frac{m_{kopā}}{m_{sekundē}} = 100 \text{ min} = 6000\ s$$
$$\Delta v = \frac{tF}{m} = \frac{6000 \cdot 0.5}{260} = 11.5 \text{ m/s}$$

12 – 3 Gāzes parametru mērtrauks

Ievēro mērvienības, kādās jāizsaka atbildes. Dažus uzdevuma apakšpunktus var risināt neatkarīgi no pārējiem.



Uzdevumā aplūkosim interesantu trauku, kurš dēļ dažādiem termodinamikas un mehānikas procesiem spēj gan kalpot kā spiediena mērītājs vai kā strūklaka vai pat kā termometrs, šoreiz aplūkosim nedaudz citādus fizikālus procesus ko var ar trauku parādīt. Dots hermētiski noslēgts cilindrisks trauks, kurš sastāv no divām daļām, ārēja cilindra ar rādiusu R = 50 cm un caurulītes ar rādiusu r = 5 cm, kas atrodas ārējā cilindra centrā. Viss trauks ir piepildīts ar ūdeni kā rādīts attēlā.

Sākumā traukā ir atmosfēras spiediens 10^5 Pa, ūdens augstums ir $h_{\text{ūdens}} = 0{,}5H = 0{,}5$ m, jeb puse no visa cilindra augstuma H = 1 m, gaisa temperatūra T_1 = 290 K, brīvās krišanas paātrinājums ir 9,81 m/s². Dots aparāta šķērsgriezums. Neņemt vērā virsmas spraiguma efektus, ūdens iztvaikošanu un tvaiku.

12.

A. Aprēķināt caurulītes un ārējā cilindra gaisa tilpumu attiecību V_i/V_a, ja ūdens līmenis ir vienāds visā traukā. **[0.5 p]**

Atbilde: V_i/V_a = ☐

Iekšējam cilindram $V_i = \pi r^2(H - h_0)$, ārējam cilindram $V_ā = (\pi R^2 - \pi r^2)(H - h_0)$ $\rightarrow$ $\frac{V_i}{V_ā} = \frac{r^2}{R^2 - r^2} =$ 0.010

B[1]. Iesākumā apskatīsim situāciju, kur korķis nav uzlikts. Vienādojums $p(h) = ah + b$ apraksta spiedienu ārējā cilindrā paskālos atkarībā no ūdens staba augstuma caurulītē. Kādas vērtības ir koeficientiem a un b, un kādas ir to mērvienības? **[1 p]**

Atbilde: a = ☐ ♦ J/m^4 ♦ N/m ♦ $Pa\ m/s^2$ ♦ $J\ Pa\ s^2/(kg\ m^2)$ ♦ bar

b = ☐ ♦ J/m^4 ♦ N/m ♦ $Pa\ m/s^2$ ♦ $J\ Pa\ s^2/(kg\ m^2)$ ♦ bar

$p(h) = \rho hg + p_{atm}$, tad $a = \rho g = 1000 \cdot 10 = 10^4$, $b = p_{atm} = 10^5$, [a] = J/m^4, [b] =Pa = $J{\cdot}Pa{\cdot}s^2/(kg{\cdot}m^2)$

B[2]. Sasildot gaisu ārējā cilindrā līdz temperatūrai $T_2 = 300$ K, kāda būs augstumu atšķirība starp ūdens līmeņiem, ārējā un iekšējā cilindrā? **[2 p]**

Atbilde: h = ☐ m

Iepriekšējā uzdevumā teikts, ka $p_ā = \rho gh + p_{atm}$, kur h ir ūdens staba augstums iekšējā cilindrā, $p_ā$ ir gaisa spiediens ārējā cilindrā. Pēc ideālas gāzes vienādojuma, spiediens $p_ā = \frac{p_{atm}V_1T_2}{T_1V_2}$, kur V_2 ir gaisa tilpums ārēja cilindrā pēc sildīšanas, $V_2 = \pi(R-r)^2(h_{ūdens} + \Delta h)$, kur $h_{ūdens}$ ir sākotnējais ūdens augstums 0.5 m. Mēs arī zinām, ka ūdens izmaiņa starp ārējo cilindru un iekšējo cilindru ir vienāda un ir $S_ā\Delta h = S_i(h - \Delta h)$. Iegūstam, ka $\Delta h = \frac{hS_i}{S_i+S_a} = \frac{hr^2}{R^2}$. Ievietojot iegūto sakarību vienādojumā $p_ā$ un atceroties, ka $V_1 = \pi(R - r)^2h_{ūdens}$. Iegūst, ka $\frac{h_{ūdens}}{(h_{ūdens}+\frac{r^2}{R^2}h)}\frac{T_2}{T_1}p_{atm} = \rho hg + p_{atm}$, tad kvadrātvienādojums no h ir $0.001h^2 + 0.06h - 0.017241 = 0$ un $h = 0.286$ m

Daļējs atrisinājums: ja neņem vērā, ka izmainās gāzes tilpums ārējā cilindrā, tad $p_ā = \rho hg + p_{atm}$ var pārrakstīt $\frac{T_2}{T_1}p_{atm} = \rho hg + p_{atm}$ un $h = p_{atm}\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)\rho g = 0.345$ m

par pilnu atbildi 2 p, par daļēju atbildi 1 p.

C. Kādai jābūt gāzes temperatūrai ārējā cilindrā, lai ūdens aizpildītu visu caurulīti, ja sākuma temperatūra ir 290 K? **[1.5 p]**

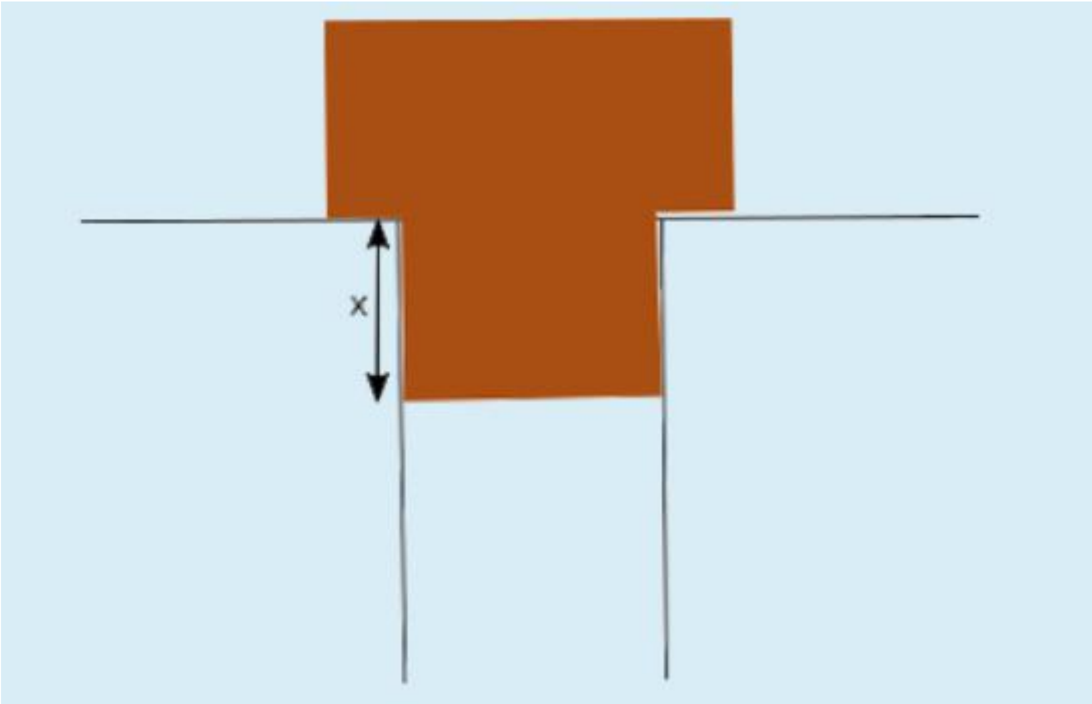
Atbilde: T_2 = ☐ K

Izejot no sākumā definētajiem apstākļiem, lai aizpildītu visu iekšējā cauruli, ūdenim vēl jāaizpilda augstums $h_{ūdens} = \frac{1}{2}H$, tad vajag tilpumu $V = h_{ūdens}S_i = \Delta hS_ā$, jo tas arī būs vienāds ar tilpuma izmaiņu ārējā traukā, lai stāvoklis būtu stabils, no kurienes $\Delta h = \frac{h_{ūdens}S_i}{S_ā}$

$p_ā = \rho hg + p_{atm}$, h ir ūdens staba augstums virs ārējā cilindra ūdens līmeņa $h = h_{ūdens} + \Delta h = h_{ūdens}\left(1 + \frac{S_i}{S_ā}\right)$, tad $p_ā = \rho gh_{ūdens}\left(1 + \frac{S_i}{S_ā}\right) + p_{atm}$, gāzes aizņemtais tilpums būs $V_2 = \pi(R^2 - r^2)(h_{ūdens} + \Delta h) = \pi(R^2 - r^2)(h_{ūdens}\left(1 + \frac{S_i}{S_ā}\right)$ un temperatūrai tad jābūt

$$T_2 = \frac{p_āV_2T_1}{p_{atm}V_1} = \frac{\left(\rho gh_{ūdens}\left(1+\frac{S_i}{S_ā}\right)+p_{atm}\right)\left(1+\frac{S_i}{S_ā}\right)T_1}{p_{atm}} = 307.69\text{ K}$$

13.



Tagad uzdevumā apskatīsim situāciju, kur uz iekšējā cilindra uzlikts korķis, un gaisa daudzums cilindrā vairs nemainās. Korķis ir iebāzts cilindrā $x =$ 1 cm dziļumā. Korķa sākuma diametrs ir 11 cm, korķa Junga modulis ir 4,5 MPa, korķa masa ir 20 g, miera berzes koeficients starp korķi un stiklu ir 0.75, kinētiskās berzes koeficients ir 0,5. Dots ilustratīvs attēls, kā korķis ielikts iekšējā cilindrā.

A. Kāda ir berzes spēka vērtība, un kāda ir minimālā spiediena vērtība cilindrā, lai korķis izkustētos? Ieteikums apskatīt korķi kā absolūti elastīgu ķermeni. **[2 p]**

Atbilde: F_b = ☐ N; p_{min} = ☐ Pa

Berzes spēku var atrast apskatot korķi kā atsperes modeli, $F_b = \mu N$, kur $N = k\Delta L$.
ΔL ir kopējais garums par ko saspiests korķa diametrs, $k = \frac{ES}{l}$, šeit $S = 2\pi r x,$ kas ir korķa un caurulītes saskarsmes laukums, L ir sākotnējais korķa diametrs. $F_b = \frac{\mu \Delta L E 2\pi r x}{L} = 1060.288$ N (lai iekļautu arī vērtību, kur laukuma aprēķinam tiek izmantots gumijas garums saspiestā stāvoklī, tad berzes spēks sanāk $F_b =$ 960 N, kļūdu intervāls ir palielināts līdz 10%).

Sākumā ir jāsaprot spēki, kas darbojas uz korķi. Gāze caurulītē rada spēku F uz korķi, vēl darbojas berzes spēks F_b un atmosfēras spēks F_a un gravitācijas spēks F_g, jāņem vērā ka gravitācijas spēka ietekme ir ļoti maza.

$$p_{min} = \frac{F_b + F_{atm}}{S}$$

Tad vajadzīgais spiediens ir $p = \frac{\mu_m E 2\pi r x \frac{\Delta L}{L} + p_{atm}\pi \frac{L^2}{4}}{\pi r^2} = \frac{1060.288+785.398}{\pi 0.05^2} = 2.35 \cdot 10^5$ Pa
Ja izmanto $F_b = 960$ N, tad sanāk $p_{min} = 2.22 \cdot 10^5$ Pa
Ja apskata manometrisko spiedienu (spiediena pieaugumu attiecībā pret atmosfēras spiedienu), tad iegūst vērtības atbilstoši $1.35 \cdot 10^5$ Pa un $1.22 \cdot 10^5$ Pa

B. Kad ir pārvarēts miera berzes spēks (korķis joprojām 1 cm dziļumā caurulītē), divatomu gāze — gaiss — adiabātiski izplešas. Atrast gāzes daudzumu cilindrā (tas sakrīt ar gāzes daudzumu, kāds ir sākumā aprakstītajā situācijā). Atrast, kāds darbs ir jāpadara, lai korķi izspiestu ārā no cilindra, ja korķis izlido no cilindra ar 9 m/s ātrumu. Atrast ar to saistīto gāzes temperatūras izmaiņu. **[3 p]**

Atbilde: n = ☐ mol; A = ☐ J; ΔT = ☐ K

1) $n = \frac{pV}{RT}$

$V = \pi r^2 h = 3.141 \cdot 0.05^2 \cdot 0.5 = 0.003927$ m^3

$n = \dfrac{10^5 \cdot 3.9 \cdot 10^{-3}}{8.31 \cdot 290} = 0.163$ moli

2) Adiabātiskā procesā nav siltuma apmaiņa ar vidi, $\Delta U = -A$ un $A = F\Delta x$.
Iepriekš aprēķinātā spiediena p un iekšējā cilindra šķērsgriezuma laukuma S reizinājums ir spēks, kas dara darbu A. No tā, ka $pV^{\gamma} = const$ adiabātiskā procesā, un tilpums pieaug par $\Delta V = \Delta x S = 7.854 \cdot 10^{-5}$ m^3, tad izmaiņa $\frac{\Delta V}{V} = 0.02$, arī spiediens izmainās ļoti maz, jo $pV^{\gamma} = cons$, tad var uzskatīt, ka procesā spiediens ir konstants un padarītais darbs būs $A = p\Delta V = 2.35 \cdot 10^5 \cdot 7.854 \cdot 10^{-5} = 18.457$ J

Gāzes veiktais darbs tiek patērēts berzes spēka veiktā darba pārvarēšanai un kinētiskās enerģijas paaugstināšanai. Berzes spēka veiktais darbs ir $A_b = \int F_b(x)dx$, jeb laukums zem grafika $F_b(x)$. Tas ir vienāds ar taisnleņķa trīsstūra laukumu $A_b = \frac{F_{bk}x}{2}$. Šeit $F_{bk} = \frac{F_b \mu_k}{\mu_m}$ un x ir lielumu maksimālās vērtības un μ_k un μ_m ir atbilstoši kinemātiskais un miera berzes koeficients.
Rezultātā gāzes veiktais darbs ir $A = \frac{F_b \mu_k x}{2\mu_m} + \frac{mv^2}{2} = 4.34\,J$ vai $A = 4.01\,J$
Darbu var izrēķināt divos dažādos veidos $A = p\Delta V = \int F_b(x)dx + \Delta E_k$. Diemžēl šie rezultāti nav vienādi. Tāpēc arī vairākas pareizās atbildes.

3) Divatomu gāzei $i = \frac{5}{2}$, tad $\Delta U = \frac{5}{2} nR\Delta T$, kur $\Delta T = \frac{2\Delta U}{5nR} = \frac{2}{5} \cdot \frac{18.457}{0.163 \cdot 8.314} = 5.448$ K (vai 1.18 K vai 1.28 K, ja izmanto citu darba vērtību)