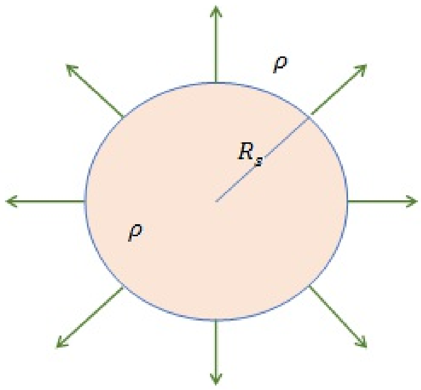
Kosmiskā inflācija

Patiecoties galaktiku savstarpējai kustībai, galaktiku optiskā spektra viļņu garumi, novērojot no Zemes, atšķiras no sākotnējiem. Šo parādību sauc par elektromagnētisko Doplera efektu. Varētu sagaidīt, ka, novērojot daudzas galaktikas, to spektru atšķirības jeb viļņu garumu novirzes būtu gadījuma rakstura, t.i. dažas būtu pozitīvas (sarkanā nobīde), bet dažas negatīvas (zilā nobīde). Taču novērojumi parāda, ka visu, izņemot pašu tuvāko, galaktiku spektri nobīdīti uz sarkano pusi. Ja vien mūsu galaktikas vieta Visumā nav īpaša, novērojumi arī citās Visuma daļās dotu tādu pašu rezultātu. No tā seko, ka Visums izplešas. Atšķirības no šīs uzvedības ir novērojamas tikai mērogos, kas ir mazāki par 100 Mpc, kur 1 pc = 3,26 gaismas gadi. Vidējojot lielā mērogā, galaktiku nevienmērīgais sadalījums sāk izskatīties arvien vairāk izotropisks (neatkarīgāks no virziena) un homogēns (neatkarīgs no telpas punkta). Tāpēc mēs pieņemsim, ka Visumu veido matērija ar vienmērīgu masas blīvumu ρ un Visums izplešas.

A. Visuma izplešanās.



Kā vienkāršu mūsu Visuma modeli apskatīsim vienmērīga blīvuma sfēru, kas atrodas daudz lielāka rādiusa sfēras centrā un izplešas. Pieņemsim, ka kaut kādā laika momentā mazākās sfēras rādiuss ir R_s. Lai aprakstītu sfēras izplešanos, sfēras rādiusa $R(t)$ atkarību no laika var izteikt ar mēroga faktoru $a(t)$ kā $R(t) = a(t)R_s$.

Izmantojot Ņūtona gravitācijas likumu, lai izteiktu maza masas elementa ātrumu uz sfēras robežas, var iegūt Frīdmaņa vienādojumus, no kuriem pirmais ir:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = A_1\rho(t) - \frac{kc^2}{R_s^2 a^2(t)} \quad (1)$$

kur k is bezdimensionāla kosntante.

A.1	Nosaki konstantes A_1 vērtību vienādojumā (1)	1.3 pt.

Līdz šim mēs izmantojām nerelativstisku tuvinājumu. Izmantojot vispārīgo relativitātes teoriju, var parādīt, ka vienādojums (1) attiecas arī uz relativistisko sistēmu, ja lielumu $\rho(t)c^2$ interpretē kā pilnās enerģijas blīvumu (atskaitot gravitācijas potenciālo enerģiju). Šeit c ir gaismas ātrums. Turpmāk pieturoties pie šādas interpretācijas, var izrisināt otro Frīdmana vienādojumu:

$$\dot{\rho} + A_2 \left(\rho + \left(\frac{p}{c^2}\right)\right) \frac{\dot{a}}{a} = 0 \qquad (2)$$

izmantojot 1. termodinamikas likumu adiabātiskās izplešanās procesam, kur p ir spiediens uz sfēras.

A.2	Nosaki konstantes A_2 vērtību vienādojumā (2)	0.9 pt.

Lai vienādojumu (1) un (2) sistēmu varētu atrisināt, nepieciešams papildus izvēlēties sakarību $p = p(\rho)$, piemēram, $p(t)/c^2 = w\rho(t)$, kur w ir konstante.

Attiecību $H = \dot{a}/a$ sauc par Habla parametru. Mūsu laikmetam atbilstošās parametru vērtības parasti atzīmē ar indeksu 0, piemēram, t_0, ρ_0, H_0, a_0 utt. Vienkāršības labad, izvēlēsimies $a_0 = 1$.

Visuma izplešanās ir sākusies no Lielā sprādziena, kurā ir radies starojums relativistiko daļiņu formā. Visumam izplešoties, tas atdziest, un daudzas daļiņas kļūst nerelativistiskas. Jāatzīmē, ka nesenie novērojumi norāda uz t.s. kosmologiskajai konstantei atbilstošu nemainīgu enerģijas blīvumu. Gaismas daļiņu – fotonu – gadījumā, Visumam izplešoties, fotona viļņu garums izplešas proporcionāli mēroga faktoram.

A.3	Katram no sekojošajiem trīs gadījumiem, nosaki lieluma w vērtību: (i) Visums, kas ir piepildīts tikai ar starojumu (piemērm, fotoniem), (ii) Visums, kas ir piepildīts ar nerelativistkajām daļiņām, and (iii) Visums ar konstantu (laikā nemainīgu) enerģijas blīvumu.	1.2 pt.
A.4	Pieņemot, ka $k = 0$, iegūsti $a(t)$ izteiksmi katram no gadījumiem, kas ir uzskaitīti punktā A.3. Izmanto sākuma nosacījumu $a(t = 0) = 0$ gadījumiem (i) and (ii), un nosacījumu $a_0 = 1$ gadījumam (iii).	1.2 pt.

Konstante k vienādojumā (1) ir atkarīga no Visuma telpiskās ģeometrijas veida. Vērtība $k = +1$ atbilst Visumam ar pozitīvu liekumu (noslēgts Visums) $k = 0$ atbilst plakanajam Visumam (asimptotiski bezgalīgs), and $k = -1$ negatīva liekuma Visumam (atvērts, bezgalīgs). Definēsim blīvumu attiecību $\Omega = \rho/\rho_c$, kur $\rho_c c^2 = H^2/A_1$ ir kritiskais enerģijas blīvums. Ievēro, ka A_1 vērtība ir jāņem no punkta A.1.

A.5	Izsaki k vienādojumā (1) ar Ω, H, a un R_0 palīdzību.	0.1 pt.
A.6	Katrai no vērtībam $k = +1$, $k = 0$ un $k = -1$ nosaki iespējamo Ω vērtību diapazonu.	0.3 pt.

B. Motivācija aplūkot inflācijas posmu un šī posma vispārīgie nosacījumi

Reliktā starojuma (cosmic microwave background radiation, CMBR) novērojumi liecina, ka mūsdienās Visums ir aptuveni plakans. Problēma ir tajā, ka šadā gadījumā agrīnajam Visumam vajadzēja būt precīzi plakanam, citādi jebkāda novirze no plakanuma laika gaitā izaugtu, kas būtu pretrunā ar novēroto plakanumu mūsdienās.

B.1	Izsaki $(\Omega(t)-1)$ kā laika funkciju Visumam, kurā dominē starojums vai nerelativistiskās daļīņas (skatīt punktu A.3).	0.5 pt.

Lai atrisinātu šo pretrunu, mēs varam pieņemt, ka kādā ļoti agrā laikā savā vēsturē, Visums ir gājis cauri posmam, kurā dominē konstanta enerģijas blīvuma nosacījumi. Šo posmu sauc par inflācijas laikmetu un tam ir raksturīga eksponenciāla izplešanās.

B.2	Inflācijas laikmetam, kurā enerģijas blīvums ir konstants, izsaki $(\Omega(t)-1)$ kā laika funkciju. Pieņem, ka $(\Omega(t)-1) \ll 1$.	0.3 pt.
B.3	Nodemonstrē, ka inflācijas laikmetā izpildās vairāki nosacījumi: spiediens ir negatīvs; izplešanās ir paātrināta, $\ddot{a} > 0$; un t.s. Habla rādiuss, $(aH)^{-1}$, dilst, $d(aH)^{-1}/dt < 0$.	0.9 pt.
B.4	Nodemonstrē, ka dilstošā Habla rādiusa nosacījumu var izteikt ar parametra $\epsilon = -\dot{H}/H^2$ palīdzību kā $\epsilon < 1$.	0.2 pt.

Inflācija turpinās tikmēr, kamēr $\epsilon < 1$, un beidzas pie $\epsilon = 1$. Mēs varam definēt t.s. *e*-daudzkāršošanas (*e-folding*) skaitli N, kuram izpildās $dN = d\ln a = H dt$. Inflācijas beigās $N = 0$.

C. Inflācija, kuru rada viemērīgi sadalīta matērija

Viens piemērs vienkāršam fizikālam mehānismam, kas var radīt inflācijas laikmetu, ir Visums, kurā dominē vienmērīgs matērijas sadalījums. Šādu matēriju sauc par inflatonu, to raksturo funkcija $\phi(t)$.

Inflatona matērijas dinamikas vienādojumu var uzrakstīt kā

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} = -V', \tag{3}$$

kur $V = V(\phi)$ ir potenciālās enerģijas funkcija un $V' = \frac{\partial V}{\partial \phi}$. Habla parametrs apmierina vienādojumu

$$H^2 = \frac{1}{3M_{pl}^2}\left[\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V\right]. \tag{4}$$

kur t.s. Planka masa M_{pl} ir konstante. Inflācijas laikmets ir iespējams, ja potenciālā enerģija V dominē pār kinētisku enerģiju $\dot{\phi}^2/2$ pietiekmi ilgstoši tā, lai locekli $\ddot{\phi}$ vienādojumā (3) varētu neņemt vērā. Šo nosacījumu sauc par "lēnas ripošanas" (*slow-roll*) tuvinājumu.

Lielumi ϵ un $\eta_V = \delta + \epsilon$, kur $\delta = -\ddot{\phi}/(H\dot{\phi})$, tiek saukti par "lēnās ripošanas" parameteriem.

C.1	Aptuveni izsaki parametru ϵ, parametru η_V, un atvasinājumu $dN/d\phi$ ar potenciāla $V(\phi)$ un tā pirmā un otrā atvasinājuma (V' and V'') palīdzību.	1.7 pt.

D. Inflācija ar vienkāršu potenciālu

Jebkura inflācijas modeļa paredzējumi būtu jāsalīdzina ar ierobežojumiem, kurus nosaka novērotais reliktā starojums. Novērojumi liecina, ka n_s = 0.968 $\pm$ 0.006 un r < 0.12, kur $r = 16\,\epsilon$ un $n_s = 1 + 2\,\eta_V - 6\,\epsilon$ ir aprēķināti pie $\phi = \phi_{start}$ inflācijas modelī ar dominējošu viendabīgi sadalītu matēriju. Pieņem, ka matērijas potenciālam ir vienkārša forma, $V(\phi) = \Lambda^4 \left(\frac{\phi}{M_{pl}}\right)^n$, kur n ir kāds vesels skaitlis un Λ ir konstante.

D.1	Izsaki ϕ_{end} inflācijas beigās.	0.5 pt.
D.2	Izsaki r un n_s ar e-daudzkāršošanās skaitli N un veselu skaitli n. Skaitliski novērtē n vērtību, kas ir tuvākā novērotajām r un n_s vērtībām. Izmanto N = 60 savā aprēķinā.	0.9 pt.