

Tumšā matērija

Pirmais tumšās matērijas eksistences sekas ievēroja Fricis Cvikijs (Fritz Zwicky), novērojot Komās galaktiku klāsteri. Tas ir klāsteris ko veido aptuveni tūkstots galaktiku. Cvikijs izmantoja viriāla teorēmu, lai novērtētu galaktiku klāstera masu. Vienkāršā gadījumā, piemēram, Saules un vienas planētas sistēmā, kurā planēta griežas ap Sauli pa riņķveida orbītu, viriāla teorēma precīzi saista planētas kinētisko enerģiju ar tās potenciālo enerģiju Saules gravitācijas laukā. Vispārīgā gadījumā Viriāla teorēma saista laikā vidējoto vairāku ķermeņu kopējo kinētisko enerģiju ar šo ķermeņu laikā vidējoto potenciālo enerģiju.

1933. gadā Cvikijs, novērojot ātrumu galaktikām Komās klāstera ārmaļā, secināja, ka Komās klāstera masa ir lielāka par redzamajā gaismā novēroto (t.i., lielāka par galaktiku masu). Redzamo galaktiku radītās gravitācijas pievilkšanās spēks izrādījies nepietiekoši liels, lai izskaidrotu galaktiku novērotos ātrumus. Tāpēc tur ir jābūt kādai neredzamai masai, kas izskaidrotu anomāli lielus ātrumus. Šī neredzamā masa tiek piedēvēta t.s. tumšajai matērijai. Turpmāk mēs pieņemsim, ka katras galaktikas masu veido galaktikas redzamās matērijas un tās tumšās matērijas, kas kustas kopā ar galaktiku, masu summa. Vienīgā mijiedarbība, kurā piedalās tumšā matērija, ir gravitācija.

A. Galaktiku klāsteris

Apskatīsim galaktiku klāsteri, kuru veido N galaktikas un tumšā matēriju. Tumšā matērija un galaktikas ir sadalītas viendabīgi (homogēni) telpā sfēras ar rādiusu R iekšpusē. Kopējā klāstera (galaktiku un starpgalaktiskās tumšās matērijas) masa ir M . Pieņem, ka vienas galaktikas vidējā (redzamās un šīs galaktikas tumšās matērijas) masa ir m .

A.1	Apskatot matērijas sadalījumu klāsterī kā nepārtrauktu, izsaki klāstera pilno gravitācijas potenciālo enerģiju atkarībā no lielumiem M un R .	1.0 pt.
-----	---	---------

Pateicoties tam, ka Visums izplešas, tāli objekti attālinās no novērotāja uz Zemes ar ātrumu, kas atkarīgs no attāluma līdz objektam. Pieņem, ka katrai galaktikai, kuras numurēsim ar indeksu i , ūdeņraža spektra konkrēta (Laimana sērijas) līnija uz Zemes novērojama ar frekvenci f_i . Šo līniju rada IA tipa supernovas. Indeksa i vērtība mainās robežās no 1 līdz N . Starojuma avotiem uz Zemes šī ūdeņraža spektra līnija ir redzama ar frekvenci f_0 .

A.2	Izsaki visa galaktiku klāstera vidējo ātrumu V_{cr} ar lielumiem f_i , f_0 un N , kur $i = 1, \dots, N$. Ievēro, ka klāsteris attālinās no Zemes ar ātrumu, kas ir ievērojami mazāks par gaismas ātrumu c .	0.5 pt.
-----	--	---------

A.3	Pieņem, ka galaktiku ātrumu sadalījums attiecībā pret klāstera centru ir izotropš (vienāds visos virzienos). Izsaki galaktiku vidējo kvadrātisko (root-mean square) ātrumu, v_{rms} , attiecībā pret galaktiku klāstera centra ātrumu, izmantojot lielumus N , f_i un f_0 , kur $i = 1, \dots, N$. No šī rezultāta izsaki galaktikas vidējo kinētisko enerģiju attiecībā pret klāstera centru, izmantojot lielumus v_{rms} un m .	1.5 pt.
-----	--	---------

Lai atrastu klāstera kopējo masu, var izmantot viriāla teorēmu. Teorēma nosaka, ka, ja daļiņu sistēmu saista konservatīvs savstarpējās mijiedarbības spēks, tad

$$\langle K \rangle_t = -\gamma \langle U \rangle_t,$$

kur $\langle K \rangle_t$ ir laikā vidējota kopējā kinētiskā enerģija, $\langle U \rangle_t$ ir laikā vidējota kopējā potenciālā enerģija un γ ir konstante. Viriāla teorēmu var pierādīt daļiņu sistēmai, kuru kopā satur tikai šo daļiņu mijiedarbība, pieņemot, ka visu tās daļiņu koordinātas un impulsi ir galīgi, kā dēļ lielums

$$\Gamma = \sum_i \vec{p}_i \cdot \vec{r}_i$$

ir galīgs.

A.4	Vidējot $d\Gamma/dt$ ilgā laikā, šis lielums kļūst vienāds ar nulli, $\langle \frac{d\Gamma}{dt} \rangle_t = 0$. Izmantojot šo faktu, iegūsti Viriāla teorēmā ietilpstošās konstantes γ skaitlisku vērtību gravitācijas mijiedarbības gadījumā. (Padoms: mēģini atrisināt uzdevumu, Γ ietilpstošo summu izrakstot nelielam galaktiku skaitam)	1.7 pt.
-----	---	---------

A.5	Izsaki no iepriekšējiem rezultātiem kopējo tumšās matērijas masu, izmantojot lielumus N , m_g , R un v_{rms} , kur m_g ir vidējā vienas galaktikas visa redzamā masa. Izmanto to, ka tumšās matērijas vidējais kvadrātiskais ātrums ir vienāds ar tumšās matērijas vidējo kvadrātisko ātrumu.	0.5 pt.
-----	---	---------

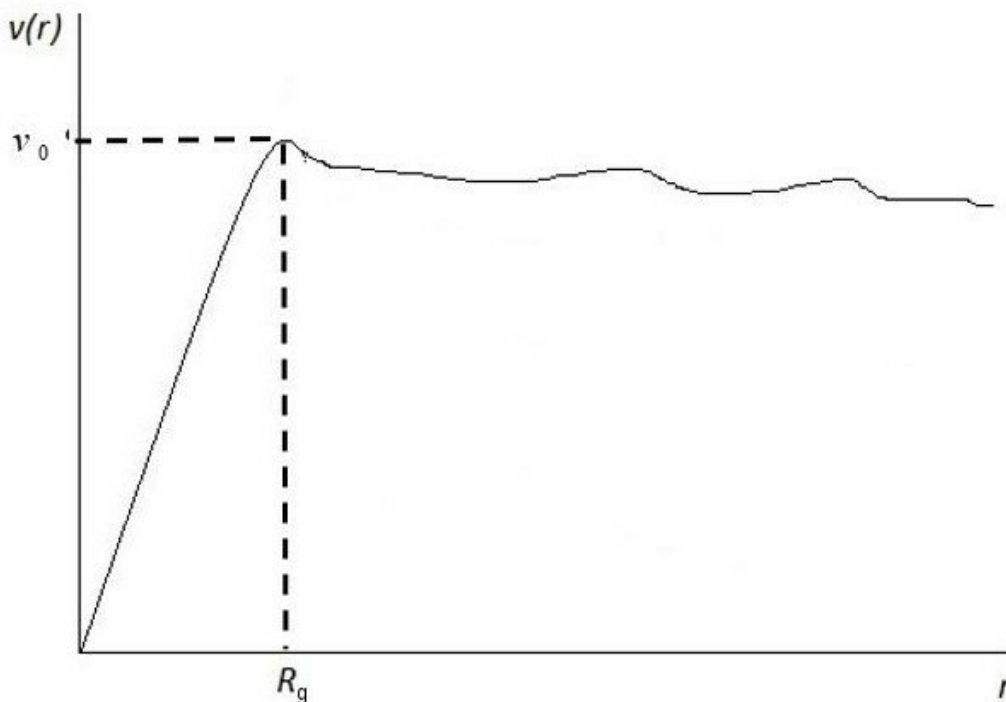
B. Tumšā matērija vienā galaktikā

Tumšā matērija atrodas gan galaktikas iekšienē, gan ārpusē, tiešā galaktikas tuvumā. Apskatīsim sfērisku

galaktiku ar redzamo rādiusu R_g , kas ir aptuvenus maksimālais rādiuss, pie kura vēl ir redzams liels galaktikas zvaigžņu skaits (bet ņem vērā, ka arī lielākos attālumus par R_g var būt novērojams pavisam neliels zvaigžņu skaits). Pieņem, ka zvaigznes galaktikā ir punktveida daļiņas ar vidējo masu m_s . Zvaigznes galaktikā ir izvietotas homogēni, zvaigžņu skaita blīvums galaktikā ir n un zvaigznes pārvietojas pa riņķveida orbitām.

B.1	Pieņemot, ka galaktiku veido tikai zvaigznes, izsaki zvaigznes ātrumu $v(r)$ atkarībā no tās attāluma r līdz galaktikas centram. Uzskicē $v(r)$ priekš $r < R_g$ un $r \geq R_g$.	
-----	--	--

Par tumšās matērijas eksistenci liecina no novērojumiem iegūtā galaktikas rotācijas ātruma $v(r)$ atkarība no r . Zīmējums zemāk parāda tipisku šādu atkarību. Vari pieņemt, ka $v(r)$ ir lineāra funkcija, ja $r \leq R_g$, un vari pieņemt, ka tas ir konstants un vienāds ar v_0 , ja $r > R_g$.



Attēls 1. Galaktikas rotācijas ātrums atkarībā no attāluma.

B.2	Izsaki pilno masu m_R tai galaktikas daļai, kura atrodas sfēras ar rādiusu R_g iekšienē, izmantojot lielumus v_0 and R_g .	0.5 pt.
-----	--	---------

Atšķirība starp attēlu 1 punktā B.2 un skici punktā B.1 norāda uz tumšās matērijas eksistenci.

B.3	Izsaki tumšās matērijas masas blīvumu kā funkciju no r , R_g , v_0 , n , un m_s apgabalā $r < R_g$ un apgabalā $r \geq R_g$.	1.5 pt.
-----	---	---------

C. Starpzvaigžņu gāze un tumšā matērija

Tagad apskatīsim jaunu galaktiku, kuras masu pārsvarā nosaka starpzvaigžņu gāze un tumšā matērija, bet zvaigžņu masa ir neievērojami maza. Pieņemsim, ka starpzvaigžņu gāzi veido identiskas daļiņas, kur vienas daļiņas masa ir m_p . Gāzes daļiņu koncentrācija, $n(r)$, un temperatūra $T(r)$ ir atkarīga no attāluma līdz galaktikas centram r . Kaut gan gāzē notiek daudzi fizikāli procesi, mēs pieņemsim, ka gāze atrodas hidrostatiskā līdzsvarā, kurā gāzes spiediens līdzsvaro gravitācijas pievilkšanās spēku.

C.1	Izsaki gāzes spiediena gradientu dP/dr , izmantojot $m'(r)$, r un $n(r)$. Šeit ar $m'(r)$ ir apzīmēta gāzes un tumšās matērijas kopējā masa sfēras ar rādiusu r iekšienē, kur $r = 0$ ir galaktikas centrā. (Šajā uzdevumā nenozīmē atvasinājumu.)	0.5 pt.
-----	---	---------

C.2	Izsaki $m'(r)$, izmantojot $n(r)$, $T(r)$ un to atvasinājumus pēc r , pieņemot, ka starpzvaigžņu gāze ir ideāla gāze.	0.5 pt.
-----	---	---------

Pieņem, ka gāzes temperatūra ir vienmērīga telpā un vienāda ar T_0 . Pieņem ka starpzvaigžņu gāzes daļiņu koncentrācija ir vienāda ar

$$n(r) = \frac{\alpha}{r(\beta + r)^2},$$

kur α un β ir konstantes.

C.3	Izsaki tumšās matērijas masas blīvumu galaktikas iekšienē kā funkciju no r .	1.0 pt.
-----	--	---------