11. klase

Jums tiek piedāvāti trīs uzdevumi. Par katru uzdevumu maksimāli iespējams iegūt 10 punktus. Katra uzdevuma risinājumu vēlams veikt uz atsevišķas rūtiņu lapaspuses. Neaizmirstiet uzrakstīt risināmā uzdevuma soļa numuru. Baltais papīrs paredzēts melnrakstam - to žūrijas komisija neskatīsies. Laiks - 180 minūtes.

1. uzdevums

REAKTĪVĀ KUSTĪBA HOLIVUDAS ACĪM

Filmā "Marsietis" tika parādīta epizode, kuras laikā galvenajam varonim, kas atradās atklātā kosmiskā telpā, vajadzēja pārvarēt noteiktu attālumu līdz kosmiskajai stacijai. Pārdurot caurumu savā skafandrā, astronauts sāka kustēties uz priekšu reaktīvā spēka dēļ, ko radīja izplūstošā gāze. Var pieņemt, ka tas notika bezsvara apstākļos, t.i. gravitācijas spēkus var neņemt vērā. Saskaņā ar filmas sižetu, tas notika dažu sekunžu laikā. Šajā uzdevumā apskatīsim, cik reāla ir šāda notikumu gaita.

Pieņemsim, ka skafandra caurums ir apaļš ar diametru 1 mm un gāzes blīvums skafandrā ir 1,2 kg/m^3. Gāzes plūsmas ātrums attiecībā pret astronautu ir 200 m/s, un tas nemainās visa ceļa laikā. Astronauta un skafandra masu summa ir 100 kg, un var pieņemt, ka tā ir daudz lielāka par izplūdušās gāzes masu. Attālums līdz stacijai kustības sākumā ir 100 m.

A

1) Uzrakstiet impulsa saglabāšanas likumu īsu brīdī pēc kustības uzsākšanas!
2) Uzrakstiet impulsa saglabāšanas likumu kustības laikā, kad astronautam jau ieguvis kādu ātrumu v_0!
3) Cik liels spēks darbojas uz astronautu?

B Cik ilgā laikā astronauts var veikt attālumu līdz stacijai (pieņemot, ka kustība ir taisnvirziena un sākumā astronauta ātrums attiecībā pret staciju ir nulle)?

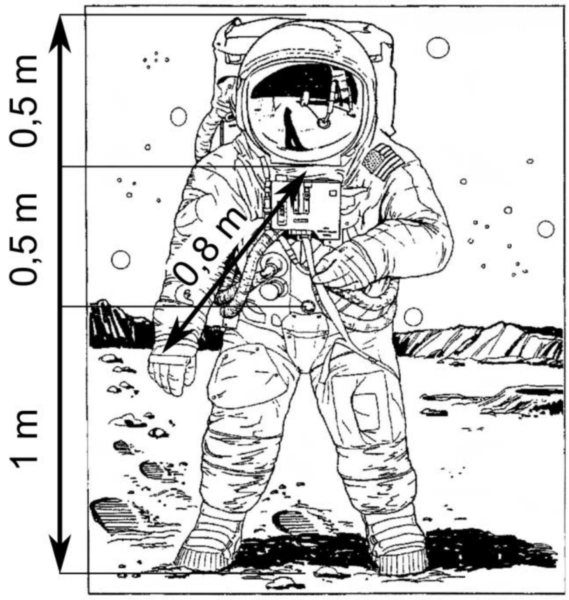
C Cik liela gāzes masa izplūst šā lidojuma laikā?

D Var pieņemt, ka gāzes tvertne kopā ar gāzi sver 5 kg. Cik ilgā laikā astronauts var nokļūt līdz stacijai (pieņemot, ka kustība ir taisnvirziena un sākumā astronauta ātrums attiecībā pret staciju ir nulle), ja viņš nevis pārdur caurumu skafandrā, bet kustības sākumā vienkārši atmet prom savu gāzes tvertni ar ātrumu 7 m/s attiecībā pret staciju?

E Kā redzams 1. attēlā, filmā astronauts izstiepa rokas uz sāniem.

1. attēls. Kadrs no filmas "Marsietis"

1) Rokas garums ir 0,8 m un skafandra pilns augstums ir 2 m. Masas centrs atrodas cilvēkam pa vidu, t.i. 1 m augstumā, bet plecs atrodas 0,5 m attālumā no masas centra (sk. 2. attēlu). Ja roka ir pacelta perpendikulāri ķermenim un gāzes plūsma ir perpendikulāri rokai, tad A uzdevumā izrēķināto spēku var sadalīt komponentēs. Aprēķiniet, cik liela spēka komponente darbojas masas centra virzienā? Cik liela – komponente darbojas perpendikulāri virzienam uz masas centru (t. i., rada spēka momentu ap masas centru)?



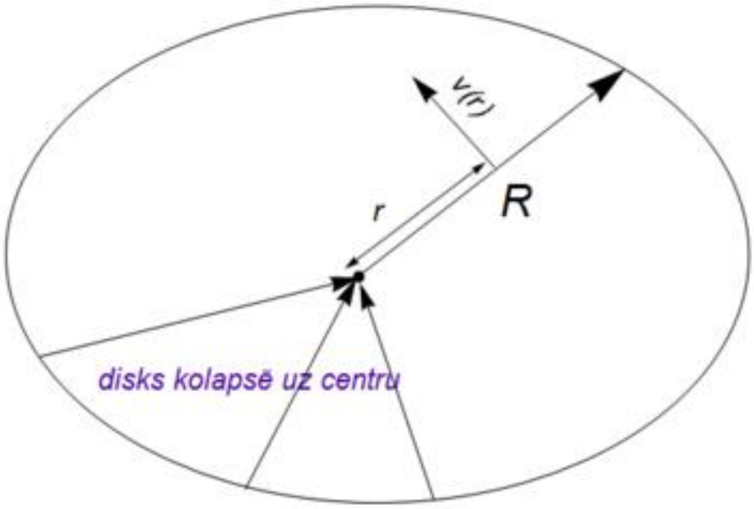
2. attēls. Astronauta izmēri.

2) Kādā stāvoklī astronautam būtu jānoliek roka, lai kustība līdz stacijai būtu taisnvirziena? Kāpēc?

2. uzdevums

SAULES SISTĒMA

Modelējot Saules sistēmas veidošanos, uzskatīsim, ka Saules sistēma sākotnējā stāvoklī bija plāns homogēns ūdeņraža disks ar nelielu citu elementu piemaisījumu. Šim diskam ir konstants laukuma blīvums λ (tas nozīmē, ka jebkuram diska apgabalam ar laukumu A ir masa λA), diska rādiuss ir R. Vienīgā vērā ņemamā mijiedarbība starp diska daļiņām ir gravitācija. Diskam rotējot, vielas blīvuma sadalījums paliek nemainīgs. Uzmanieties - šis disks nav ciets ķermenis!



3. attēls

A Atrodiet nelielas daļiņas rotācijas ātrumu pa riņķveida trajektoriju diska plaknē, v(r), kā funkciju no attāluma līdz diska centram r. Izsakiet atbildi, izmantojot r, λ un fizikālas vai matemātiskas konstantes. Uzskicējiet v(r) vērtībām $0 < r < \infty$ (daļiņas kustību ietekmē tikai diska masa, kura rādiuss r ir iekšpusē (skat. 3. attēlu), un varat pieņemt, ka tā ir koncentrēta kā punktveida ķermenis sistēmas centrā).

Pēc kāda laika disks sabruka ar gravitāciju tieši nesaistītu mijiedarbību dēļ un sistēmas centrā izveidoja Sauli. Saule ir lode ar rādiusu R_S un masu M_S.

B Ir zināms, ka Saules kopējā gravitācijas enerģija E ir atkarīga tikai no R_S, M_S un G, turklāt

$$E = -\frac{3}{5} M_S^a R_S^b G^C$$

Atrodiet konstantes a, b un c (Padoms: pievērsiet uzmanību mērvienībām abās vienādojuma pusēs!).

C Sākotnējā diska temperatūra ir zema, bet Saules vidējā temperatūra uzreiz pēc diska sabrukšanas ir aptuveni 10^7 K. Pieņemiet, ka, diskam sabrūkot, visa tā gravitācijas potenciālā enerģija, kas izdalījās izveidojot Sauli, pārvēršas siltumā. Izmantojot šo informāciju, novērtējiet Saules masu (pieņemiet, ka ūdeņradis ir vienatomu gāze, kuras molārā siltumietilpība ir c = R = 8 J/(molK), molmasa M = 1 g/mol un $R_S = 7 \cdot 10^8$ m).

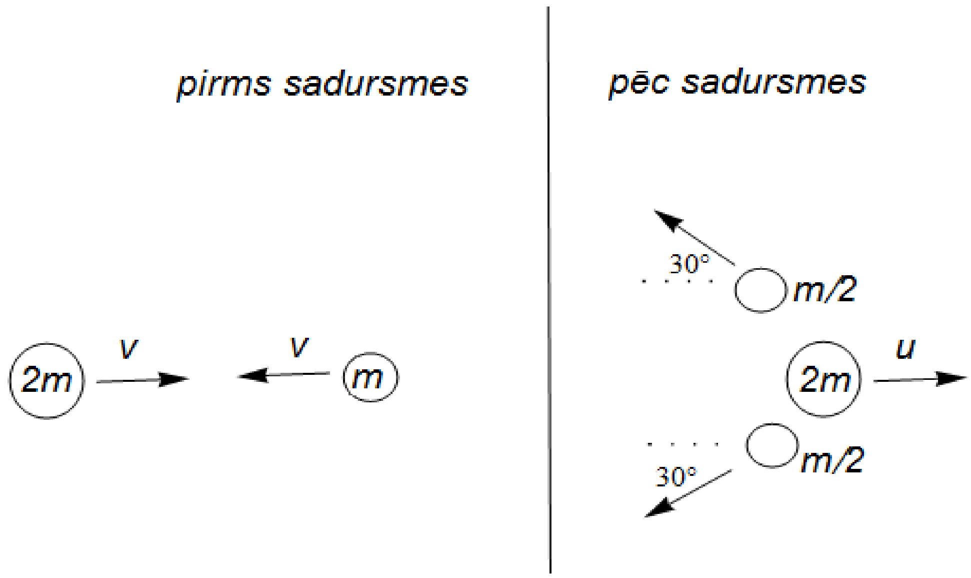
D Pieņemot, ka visa Saules sistēmas masa tagad ir tās centrā, atrodiet jaunu izteiksmi nelielas daļiņas ātrumam kā funkcijai no r un uzskicējiet to. Izsakiet savu atbildi, izmantojot r, M_S kā arī fizikālas un matemātiskas konstantes.

Daļa no sākotnējā diska matērijas tomēr nenonāk Saules centrā, bet izveido planētas vai tiek izsviesta starpzvaigžņu telpā.

E Pierādiet, ka daļiņu ar masu m, kas pārvietojas pa riņķveida orbītu ar rādiusu r ap Sauli, raksturo pilnā mehāniskā enerģija

$$E = -\frac{GM_S m}{2r}$$

Lai gūtu nelielu ieskatu planētu sistēmu veidošanās mehānismā, apskatīsim vienu idealizētu sadursmes gadījumu. Divi objekti ar masām 2m un m atrodas vienā riņķveida orbītā, bet Saules atskaites sistēmā rotē pretējos virzienos ar ātrumu v. Vienā brīdī starp tiem notiek pilnīgi elastīga sadursme, kuras rezultātā mazākais objekts (ar masu m) sadalās divās vienādās daļās, kas aizlido 30° leņķī pret orbītu. Sadursme attēlota shēmā (skat. 4. attēlu):



4. attēls

F Izmantojot enerģijas un impulsa nezūdamību, atrodiet lielākā objekta ātrumu u uzreiz pēc sadursmes. Izsakiet savu atbildi, izmantojot v.

G Sadursmes rezultātā lielākais objekts zaudē enerģiju un pāriet zemākā, eliptiskā orbītā. Izmantojot E punktā izvesto formulu, novērtējiet, par cik procentiem izmainās orbītas vidējais attālums līdz Saulei (šajā gadījumā jāaprēķina procentuālā izmaiņa orbītas lielajai pusasij).

3. uzdevums

ŪDENS PILIENU VEIDOŠANĀS MĀKOŅOS

Šajā uzdevumā apskatīsim mākoņus un ūdens pilienu veidošanos. Pieņemsim, ka ūdens pilieni vienmēr sastāv tikai no ūdens, kura blīvums ir ρ = 1.00 g/cm^3. Ūdens molekulas molmasa ir 18 g/mol.

Izmantojot izotermisko atmosfēras modeli, var novērtēt atmosfēras spiediena atkarību no augstuma virs Zemes, ko apraksta sekojoša sakarība:

$$p = Ae^{-\lambda z}$$

kur p - atmosfēras spiediens augstumā z no Zemes virsmas un λ = 9.6 · 10^{-8} mm^{-1}. $e \approx$ 2.7183 ir naturālo logaritmu bāze.

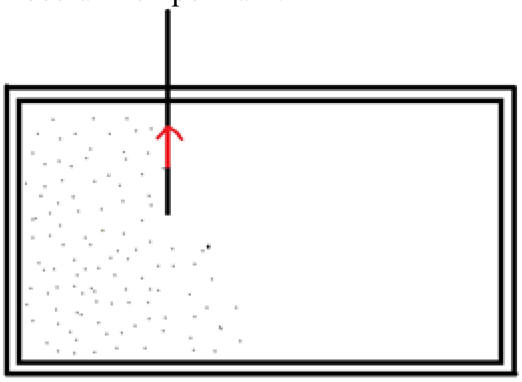
A Tiek novērots, ka daži mākoņi rodas, kad atmosfēras spiediens ir $p_a \pm \Delta p_a$= 80$\pm$2 kPa. Novērtēt, kādā augstumu intervālā virs Zemes virsmas veidojas šie mākoņi.

B Nokrišņu daudzumu mēra milimetros (nolijušā ūdens tilpums uz laukuma vienību) kādā laika vienībā. Tika noteikts, ka Latvijā gada laikā vidēji nokrīt 750 mm nokrišņu. Novērtēt, kāds ir gada laikā nokritušo ūdens pilienu skaits, ja vidēji viena ūdens piliena rādiuss ir r = 0.23 cm un Latvijas platība ir S = 64600 km^2.

Zinātnieki laboratorijā centās mākslīgi izveidot sistēmu, kas pēc savas uzbūves un īpašībām atgādina mākoni. Sistēma sastāv no kameras ar diviem nodalījumiem, kuru kopējā masa ir m_{kameras} = 1.2 kg. Kamera ir veidota no vara, kura īpatnējā siltumietilpība ir c_v =380 J/(kg·K). Kreisajā nodalījumā (skat. 5. att.) ir iepildīts gāzu maisījums (mitrs gaiss), kura efektīvā molārā masa ir μ = 26 g/mol un kura sastāvā ietilpst ūdens tvaiks. Labā nodalījumā sākotnēji ir vakuums. Atdalošās sieniņas masa un tilpums ir neievērojami mazi.

Gāzu maisījuma iekšējo enerģiju var aprēķināt pēc formulas $U = \frac{i}{2}\frac{mRT}{\mu}$, kur i = 4.6, m – gāzes maisījuma masa, R – universālā gāzu konstante un T- absolūtā temperatūra.

5. attēls



6. attēls

Sākotnēji ūdens tvaika parciālspiediens bija p_{tv} =2540 Pa. Pirms izplešanās kamerā ūdens šķidrajā agregātstāvoklī nav novērots.

Sākotnējā gāzu maisījuma un kameras temperatūra ir T =22°C, gāzu maisījuma spiediens ir p =1.2 atm un ieņemtais tilpums V = 2.5 m^3.

Lai samazinātu spiedienu, vienā brīdī strauji izņēma sieniņu, kas savieno trauka kreiso un labo nodalījumu (skat. 6.att.). Pēc noteikta laika kamerā ir iestājies termodinamiskais līdzsvars.

C Aprēķināt, cik liels ir gāzu maisījuma spiediens pēc izplešanās, ja gāzu maisījuma ieņemtais tilpums pēc izplešanās ir V_2 =3.4 m^3.

D Aprēķināt, cik liels ir ūdens tvaika parciālspiediens šī procesa beigās.

Lai novērotu kondensāciju, gāzu maisījumu sāk dzesēt, aizvadot no sistēmas siltumu (tā vairs nav siltumizolēta).

E Aprēķināt dotā gāzu maisījuma īpatnējo siltumietilpību šajā dzesēšanas procesā.

F Aprēķināt siltuma daudzumu, kas jāaizvada no sistēmas (vara kameras un gāzu maisījuma), lai beigās iestātos līdzsvara temperatūra par $\Delta T = 10°\mathrm{C}$ zemāka nekā pirms dzesēšanas. Kondensācijas rezultātā izdalīto siltuma daudzumu neņemt vērā.

Daļiņas, ap kurām var notikt kondensācija, ir kondensācijas centri. Tika novērots, ka katrā kondensācijas centrā rodas piliens ar rādiusu 0,3 mm (vidēji).

G Novērtēt kondensācijas centru skaitu, ja pēc atdzesēšanas un tās izraisītās kondensācijas, piesātināta tvaika spiediens ir p_{pies} = 1400 Pa.