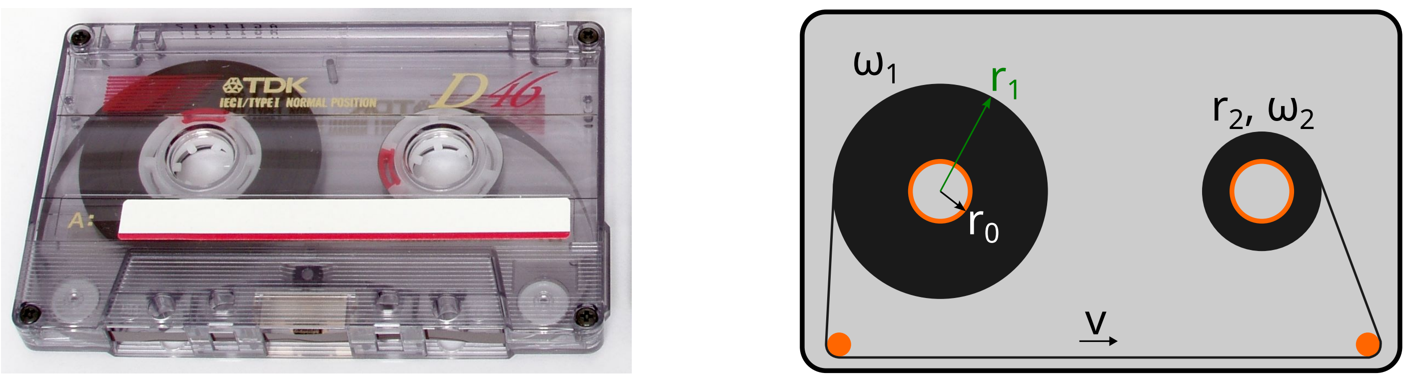
Valsts izglītības satura centrs

Valņu iela 2, Rīga, LV-1050, tālr. 67216500, fakss 67223801, e-pasts: vis@visc.gov.lv. www.visc.gov.lv

Fizikas Valsts 74. olimpiāde
Otrā posma uzdevumi 10. klasei

10-1 Audiokasete

Audiokasete sastāv no magnētiskās lentes, kas uztīta uz divām spolēm un ievietota korpusā, skat. attēlu 1. Lente pārvietojas ar ātrumu v, turklāt pirmā un otrā spole rotē ar leņķiskajiem ātrumiem ω_1 un ω_2 tā, ka lente vienmēr ir nostiepta. Sākotnēji visa lente ir uztīta uz 1. spoles; atskaņošanas beigās visa lente ir uz 2. spoles. Katras spoles rādiuss bez lentes $r_0 = 5\,\mathrm{mm}$.



Attēls 1: Pa kreisi: audiokasetes ar caurspīdīgu korpusu fotogrāfija (avots: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:CassetteTypes1.jpg); pa labi: audiokasetes shematisks attēls skatā no augšas.

A. Šajā uzdevuma daļā aplūkosim atskaņošanas režīmu, kurā lente pārvietojas ar nemainīgu ātrumu v_a. Lentes garums $L = 128\,\mathrm{m}$, pilnīgi uztītas spoles rādiuss $R = 22\,\mathrm{mm}$ (t.i., atskaņošanas sākumā $r_1 = R$ un $r_2 = r_0$), atskaņošanas laiks $t_a = 45\,\mathrm{min}$ (viena puse).

(A.1) (0.5 punkti) Aprēķināt lentes ātrumu v_a.

Atrisinājums:

Tā kā kustība ir vienmērīga, lentes ātrumu aprēķina, izdalot tās garumu ar atskaņošanas laiku:

$$v_a = \frac{L}{t_a} = 4.74\,\mathrm{cm/s}. \quad (1)$$

(A.2) (1 punkts) Aprēķināt 1. un 2. spoles rotācijas ātrumus ω_1 un ω_2 atskaņošanas sākumā.

Atrisinājums:

Atskaņošanas sākumā uz 1. spoles uztītās lentes rādiuss $r_1 = R$. Tā kā lente vienmēr ir nostiepta, tās ātrums ir vienāds ar lineāro ātrumu rotācijas kustībā:

$$v_a = \omega_1 r_1 = \omega_1 R \tag{2}$$

Izsakot prasīto rotācijas ātrumu, iegūst

$$\omega_1 = \frac{v}{R} = 2.15\,\mathrm{rad/s} = 0.343\,\mathrm{apgr/s}. \quad (\mathbf{0.5p}) \tag{3}$$

Savukārt 2. spolei atskaņošanas sākumā $r_2 = r_0$, tāpēc

$$\omega_2 = \frac{v}{r_0} = 9.48\,\mathrm{rad/s} = 1.51\,\mathrm{apgr/s}. \quad (\mathbf{0.5p}) \tag{4}$$

(A.3) (1.5 punkti) Cik liels ir lentes biezums? Pieņemt, ka, uztīta lente ir bez spraugām un nav saspiesta.

Atrisinājums:

Uz spoles uztītās lentes laukums skatā no augšas ir

$$S = \pi\left(R^2 - r_0^2\right). \quad (\mathbf{0.5p}) \tag{5}$$

To var aprēķināt arī otrā veidā, izmantojot taisnstūra laukuma formulu (to drīkst pielietot, jo biezums ir daudzkārt mazāks par L un r_0):

$$S = Ld. \quad (\mathbf{0.5p}) \tag{6}$$

Pielīdzinot abas izteiksmes, izsaka biezumu:

$$d = \frac{\pi\left(R^2 - r_0^2\right)}{L} = 11.27\,\mu\mathrm{m}. \quad (\mathbf{0.5p}) \tag{7}$$

(A.4) (1.5 punkti) Cik reižu 1. spole apgriežas ap savu asi atskaņošanas laikā?

Atrisinājums:

(R1) Uztītā lente sastāv no plāniem slānīšiem ar biezumu d (lentes biezums). Tā kā r_1 mainās no r_0 līdz R, ir spēkā sakarība

$$R - r_0 = Nd, \quad (\mathbf{R1\ 1.0p}) \tag{8}$$

kur N ir slānīšu skaits, kas vienāds ar spoles apgriezienu skaitu. Izsakot N un izmantojot iepriekš izvestu d formulu, iegūst

$$N = \frac{R - r_0}{d} = \frac{L\left(R - r_0\right)}{\pi\left(R^2 - r_0^2\right)} = \frac{L}{\pi\left(R + r_0\right)} \approx 1509. \quad (\textbf{R1 0.5p}) \tag{9}$$

Uzdevumu iespējams atrisināt arī otrā veidā (R2). Lentes garums, kas atbilst vienam apgriezienam, ja spoles rādiuss vienāds ar r_1, ir

$$L_1 = 2\pi r_1. \quad (\textbf{R2 0.2p}) \tag{10}$$

r_1 mainoties no r_0 līdz R, mainās arī L_1. Tā kā šī atkarība ir lineāra, var aprēķināt vidējo garumu

$$L_{\text{vid}} = 2\pi r_{\text{vid}}, \quad (\textbf{R2 0.4p}) \tag{11}$$

kur vidējais rādiuss ir

$$r_{\text{vid}} = \frac{r_0 + R}{2}. \quad (\textbf{R2 0.4p}) \tag{12}$$

Pilnais lentes garums $L = L_{\text{vid}} N$, tāpēc

$$N = \frac{L}{L_{\text{vid}}} = \frac{L}{2\pi r_{\text{vid}}} = \frac{2L}{2\pi\left(r_0 + R\right)} = \frac{L}{\pi\left(R + r_0\right)}, \quad (\textbf{R2 0.5p}) \tag{13}$$

kas sakrīt ar pirmajā risinājuma metodē iegūto rezultātu.

(A.5) (1.5 punkti) Kādā laikā t_1 no atskaņošanas sākuma 1. spoles rotācijas ātrums ir $\omega_1 = 1.2\,\text{apgr/s}$?

Atrisinājums:
Lentes lineāro un rotācijas ātrumu saista jau izmantotā sakarība

$$v_a = \omega_1 r_1, \tag{14}$$

no kurienes

$$r_1 = \frac{v_a}{\omega_1} = 6.29\,\text{mm}. \quad (\textbf{0.2p}) \tag{15}$$

Laikā t_1 lentes garums uz 1. spoles samazinās par

$$L_1 = v_a t_1, \quad (\textbf{0.2p}) \tag{16}$$

turklāt rādiuss samazinās no R līdz r_1, kur r_1 iespējams aprēķināt analoģiski iepriekš izmantotajai laukuma formulai:

$$S_0 - S_1 = \pi\left(R^2 - r_0^2\right) - \pi\left(r_1^2 - r_0^2\right) = \pi\left(R^2 - r_1^2\right). \quad (\textbf{0.3p}) \tag{17}$$

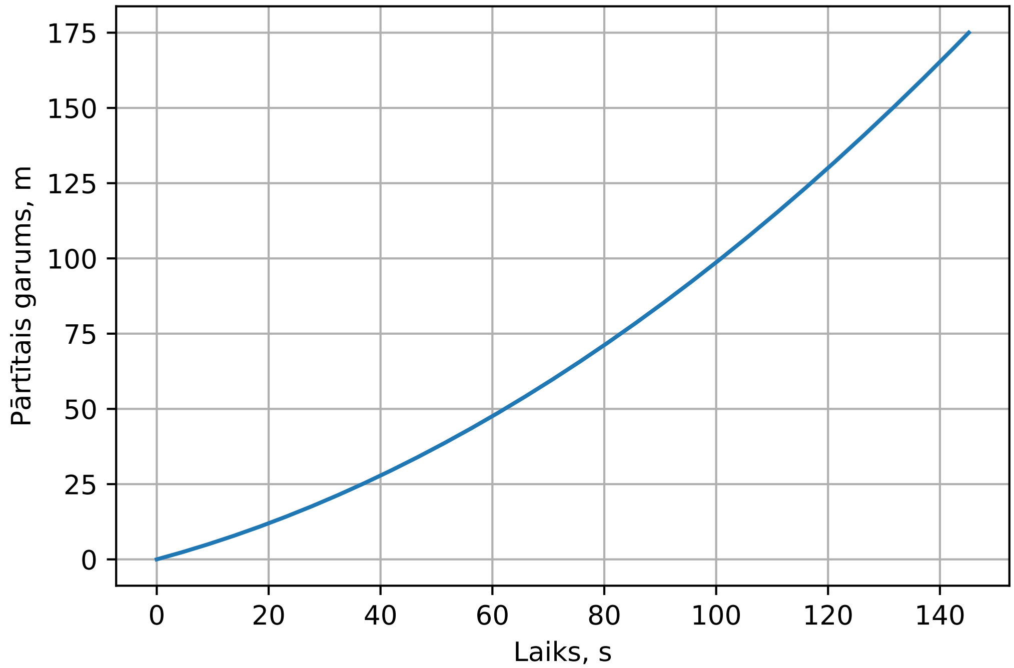
Laukumu izmaiņu starp sākuma stāvokli (S_0) un beigu stāvokli (S_1) var izteikt arī kā

$$S_0 - S_1 = L_1 d = v_a t_1 d. \quad (\textbf{0.3p}) \tag{18}$$

Rezultātā iegūst

$$t_1 = \frac{\pi\left(R^2 - r_1^2\right)}{v_a d} = \frac{L\left(R^2 - r_1^2\right)}{v_a\left(R^2 - r_0^2\right)} = 2614\,\text{s} = 43.6\,\text{min}. \quad (\textbf{0.5p}) \tag{19}$$

B. Lai kaseti atkal varētu atskaņot no sākuma, tā vispirms ir jāpārtin no 2. spoles atpakaļ uz 1. spoli. Lai šo procesu veiktu pēc iespējas ātrāk, tiek iestādīts liels 1. spoles rotācijas ātrums ω_1, kas ir laikā nemainīgs. Attēlā 2 parādīts pārtīšanas process kādai citai audiokasetei (atšķiras lentes garums L un biezums d).



Attēls 2: Lentes garums uz 1. spoles pārtīšanas laikā.

(B.1) (0.5 punkti) Cik liels ir šīs kasetes atskaņošanas laiks, zinot, ka lentes ātrums atskaņošanas režīmā ir vienāds visām kasetēm?

Atrisinājums:

No grafika nolasa lentes garumu

$$L = 175\,\mathrm{m}. \quad (\mathbf{0.1p}) \tag{20}$$

Atskaņošanas ātrumu definē vienādojums

$$v_a = \frac{L}{t_a}, \tag{21}$$

tāpēc, izmantojot dotos no uzdevuma A daļas, var sastādīt proporciju

$$\frac{128\,\mathrm{m}}{45\,\mathrm{min}} = \frac{175\,\mathrm{m}}{t_a}, \quad t_a = \frac{175}{128} \cdot 45\,\mathrm{min} = 61.5\,\mathrm{min}. \quad (\mathbf{0.4p}) \tag{22}$$

(B.2) (0.5 punkti) Cik liels ir pārtīšanas laiks t_p?

Atrisinājums:
No grafika nolasa $t_p \approx 145\,\mathrm{s}$. Lielākai precizitātei ar lineālu izmēra attālumus, kas atbilst 145 s, meklētajam laikam t_p, un sastāda proporciju.

Piezīme vērtēšanai: ieskaita vērtības no 143 s līdz 147 s.

(B.3) (1.5 punkti) Aprēķināt rotācijas ātrumu ω_1.

Atrisinājums:
Grafikā novelk pieskari caur punktu $(0, 0)$; šīs taisnes slīpuma koeficients ir lentes ātrums pārtīšanas sākumā

$$v_1 \approx 0.5\,\mathrm{m/s}. \quad (\mathbf{1.0p}) \tag{23}$$

Tā kā šajā situācijā $r_1 = r_0$, iegūst

$$\omega_1 = \frac{v}{r_1} = \frac{v}{r_0} = 100\,\mathrm{rad/s} = 16\,\mathrm{apgr/s}. \quad (\mathbf{0.5p}) \tag{24}$$

Vērtētājiem: tā kā nolasīšana no grafika nav precīza, ieskaita arī vērtības 10% intervālā.

Piezīme: precīzam pārtīšanas aprakstam ir jārisina vienādojumi, kas ir ārpus skolas programmas:

$$L(t) = \int_0^t v(t)\,\mathrm{d}t \tag{25}$$

$$v(t) = \omega_1 r_1(t) \tag{26}$$

$$\pi\left(r_1^2(t) - r_0^2\right) = L(t)d \tag{27}$$

Šos vienādojumus iespējams atrisināt analītiski, iegūstot

$$r_1(t) = r_0 + \frac{\omega_1 d}{2\pi} t \tag{28}$$

$$L(t) = \omega_1 \left(r_0 t + \frac{\omega_1 d}{4\pi} t^2\right) \tag{29}$$

$$v(t) = \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t} = \omega_1 \left(r_0 + \frac{\omega_1 d}{2\pi} t\right) \tag{30}$$

$$t_p = 2\pi \frac{R - r_0}{\omega_1 d} = \frac{2L}{\omega_1 (R + r_0)} \tag{31}$$

(B.4) (1.5 punkti) Aprēķināt pilnīgi uztītas spoles rādiusu R.

Atrisinājums:
Grafikā novelk pieskari caur labo augšējo punktu; šīs taisnes slīpuma koeficients ir ātrums

pārtīšanas beigās

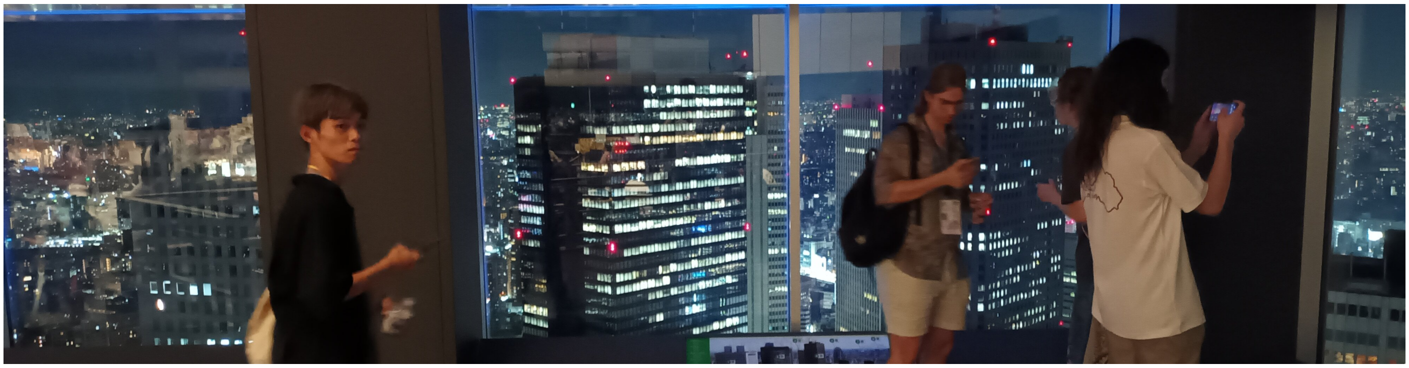
$$v_1 \approx 1.9\,\mathrm{m/s}. \quad (\mathbf{1.0p}) \tag{32}$$

Tā kā šajā situācijā $r_1 = R$,

$$\omega_1 = \frac{v}{r_1}, \quad R = \frac{v}{\omega_1} = 19\,\mathrm{mm}. \quad (\mathbf{0.5p}) \tag{33}$$

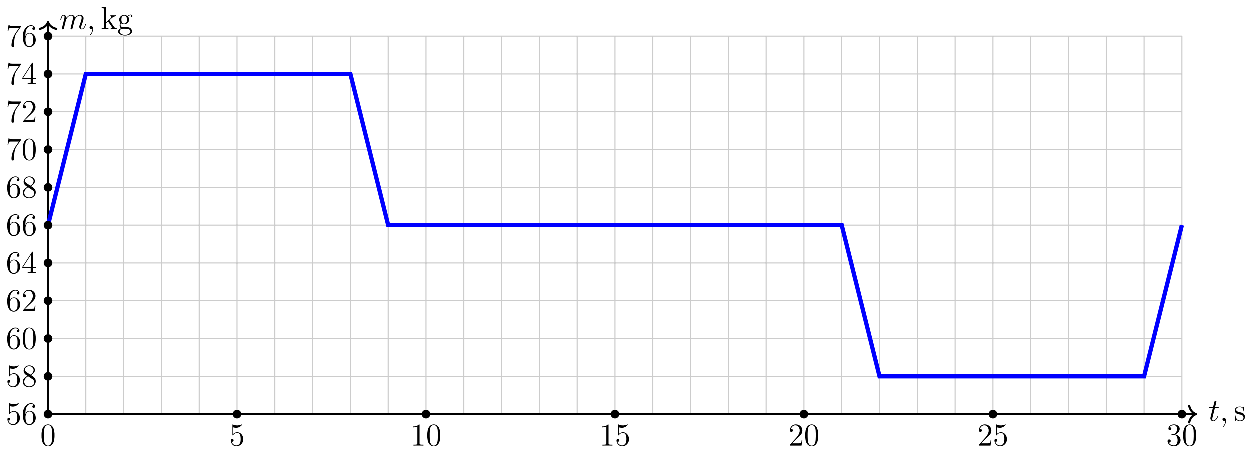
Vērtētājiem: tā kā nolasīšana no grafika nav precīza, ieskaita arī vērtības 10% intervālā.

10-2 Gadījums ar svariem liftā



Pagājušogad Starptautiskā Fizika olimpiāde notika Tokijā, Japānā. Kādā vakarā Latvijas izlase, devās uz kādu Tokijas augstceltni, lai vērotu Tokiju no augšas. Lai nokļūtu līdz skatu platformai bija jābrauc ar liftu. Nez kāpēc, viens no izlases dalībniekiem līdzi bija paņēmis svarus. Pēc iekāpšanas liftā, viens no skolēniem uzkāpa uz svariem.

A. Svaru rādījums m atkarībā no laika t dots grafikā. Izmantojot grafiku atbildi uz zemāk dotajiem jautājumiem! *Zināms, ka sākuma brīdī un beigu brīdī lifts ir nekustīgs.*



(A.1) (2 punkti) Cik liels ir lifta maksimālais paātrinājums?

Atrisinājums:
Uz cilvēku ar masu M liftā vertikālā virzienā darbojas divi spēki: smaguma spēks Mg virzienā uz leju (un tas pielikts masas centrā) un virsmas reakcijas spēks N virzienā uz augšu. Virsa, kas rada reakcijas spēku N, ir svari. Uzrakstot otro Ņūtona likumu, pieņemot, ka pozitīvais virziens ir virzienā uz augšu, iegūstam:

$$Ma = N - Mg \qquad \Rightarrow \qquad a = \frac{N}{M} - g$$

Pēc trešā Ņūtona likuma spēks ar kādu svari iedarbojas uz cilvēku ir tāds pats, kā spēks ar kādu cilvēks iedarbojas uz svariem. Svaru rādījumu iegūstam, ja šo spēku izdalām ar brīvās krišanas paātrinājumu. Svaru rādījums ir:

$$m = \frac{N}{g} \qquad \Rightarrow \qquad N = mg \qquad \Rightarrow \qquad a = \frac{mg}{M} - g$$

Zināms, ka sākuma brīdī (un beigu brīdī) lifts ir nekustīgs, tāpēc varam no grafika nolasīt, ka cilvēka masa $M = 66\,\mathrm{kg}$.

Maksimālo paātrinājumu iegūsim, ja apskatīsim lielāko vai mazāko svaru rādījumu. No grafika nolasām, ka lielākais svaru rādījums ir $m_{\mathrm{max}} = 74\,\mathrm{kg}$ un mazākais svaru rādījums ir $m_{\mathrm{min}} = 58\,\mathrm{kg}$ Ievietojot iegūtās vērtības iegūstam, ka (apskatot maksimālo svaru rādījumu)

$$a_{\mathrm{max}} = \frac{74 \cdot 9.81}{66} - 9.81 = 1.19\,\mathrm{m\,s^{-2}}$$

Ja izmanto minimālo svaru rādījumu, tad iegūst:

$$a_{\mathrm{max}} = \frac{58 \cdot 9.81}{66} - 9.81 = -1.19\,\mathrm{m\,s^{-2}}$$

Ieteikums vērtēšanai:

- Izmanto 2. Ņūtona likumu (0.5 punkti)
- No grafika pareizi nolasīta cilvēka masa un maksimālais vai minimālais svaru rādījums (0.5 punkti)
- Svaru radīto spēku saista ar svaru rādījumu izmantojot g (0.5 punkti)
- Izsaka paātrinājumu un pareizi to aprēķina (0.5 punkti)

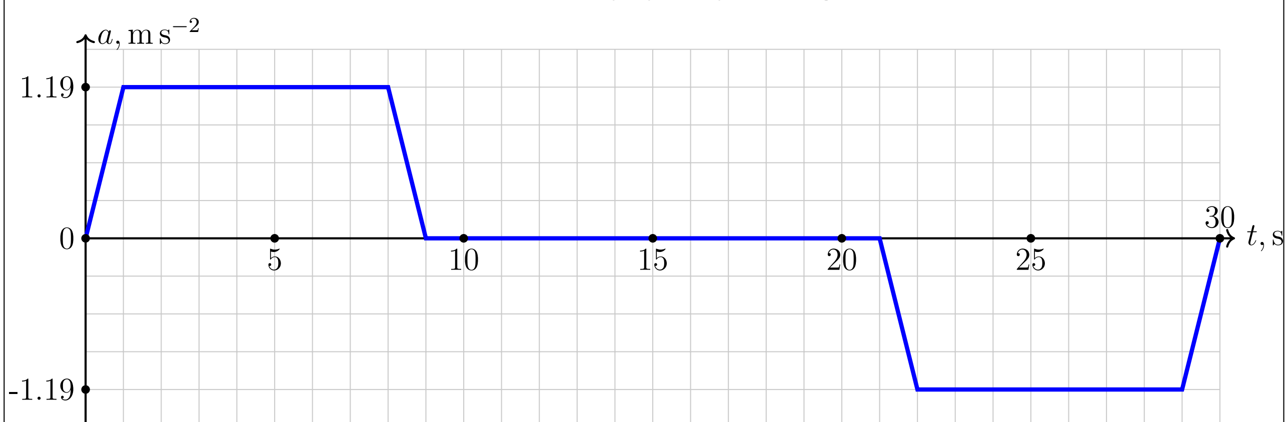
(A.2) (1 punkts) Uzzīmēt paātrinājuma atkarību no laika!

Atrisinājums:

Paātrinājuma grafiku var uzzīmēt no iepriekšējā jautājumā iegūtās sakarības:

$$a = \frac{mg}{M} - g$$

Kā redzams, tad paātrinājums ir lineāri atkarīgs no svaru rādījuma, tāpēc paātrinājuma grafiks izskatīsies tā pat kā svaru rādījuma grafiks, tikai sākuma un beigu vērtības būs 0 un mazākā un lielākā vērtība būs iepriekšējā jautājumā iegūtās vērtības.

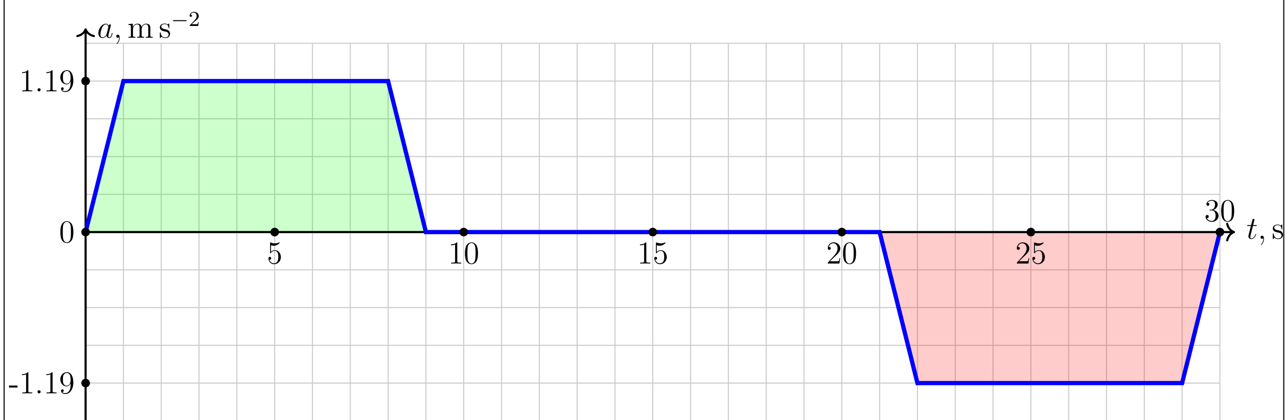


Ieteikums vērtēšanai:

- Norādītas asis, asu apzīmējumi un mērvienības (0.5 punkti)
- Uz asīm norādītas skaitliskās vērtības (0.5 punkti)
- Paātrinājuma grafika forma ir ekvivalenta svaru rādījuma grafikam (0.5 punkti)
- Grafika sākuma un beigu punkts, kā arī grafika vidusdaļa ir uz vērtības $a = 0\,\mathrm{m\,s^{-2}}$(0.5 punkti)

(A.3) (1 punkts) Cik liels ir lifta maksimālais ātrums?

Atrisinājums:
Ātruma izmaiņa ir vienāda ar laukumu, ko ietver paātrinājuma grafiks un laika ass (attēlā zemāk iekrāsots zaļā vai sarkanā krāsā). Tā kā sākuma un beigu ātrumi ir vienādi ar 0, tad abi iekrāsotie laukumi ir vienādi un atliek izrēķināt vienu no tiem.



Iekrāsotā figūra ir trapece. Iekrāsotās figūras laukums ir $v_{\max} = \frac{t_1+t_2}{2} \cdot a_{\max}$, kur $t_1 = 9\,\mathrm{s}$ un $t_2 = 7\,\mathrm{s}$ ir trapeces pamati un $a_{\max} = 1.19\,\mathrm{m\,s^{-2}}$ ir trapeces augstums.
$v_{\max} = 9.51\,\mathrm{m\,s^{-1}}$

Ieteikums vērtēšanai:

- Ja izrēķināts pareizi (1 punkts)
- Par kļūdu aprēķinā, piemēram izmanto formulu $v_{\max} = a_{\max} \cdot t_1$ (katra kļūda -0.5 punkti)

(A.4) (2 punkti) Uzzīmēt ātruma atkarību no laika.

Atrisinājums:
Grafiku var sadalīt 7 daļās:

1. $t \in (0\,\mathrm{s}, 1\,\mathrm{s})$ Paātrinājums vienmērīgi pieaug. Līdzīgi kā vienmērīgi paātrinātā kustībā, kur ātrums, kas vienmērīgi pieauga, deva, ka koordināte mainās kvadrātiski. Šinī gadījumā paātrinājums, kas vienmērīgi pieaug, dod, ka ātrums mainās kvadrātiski pēc

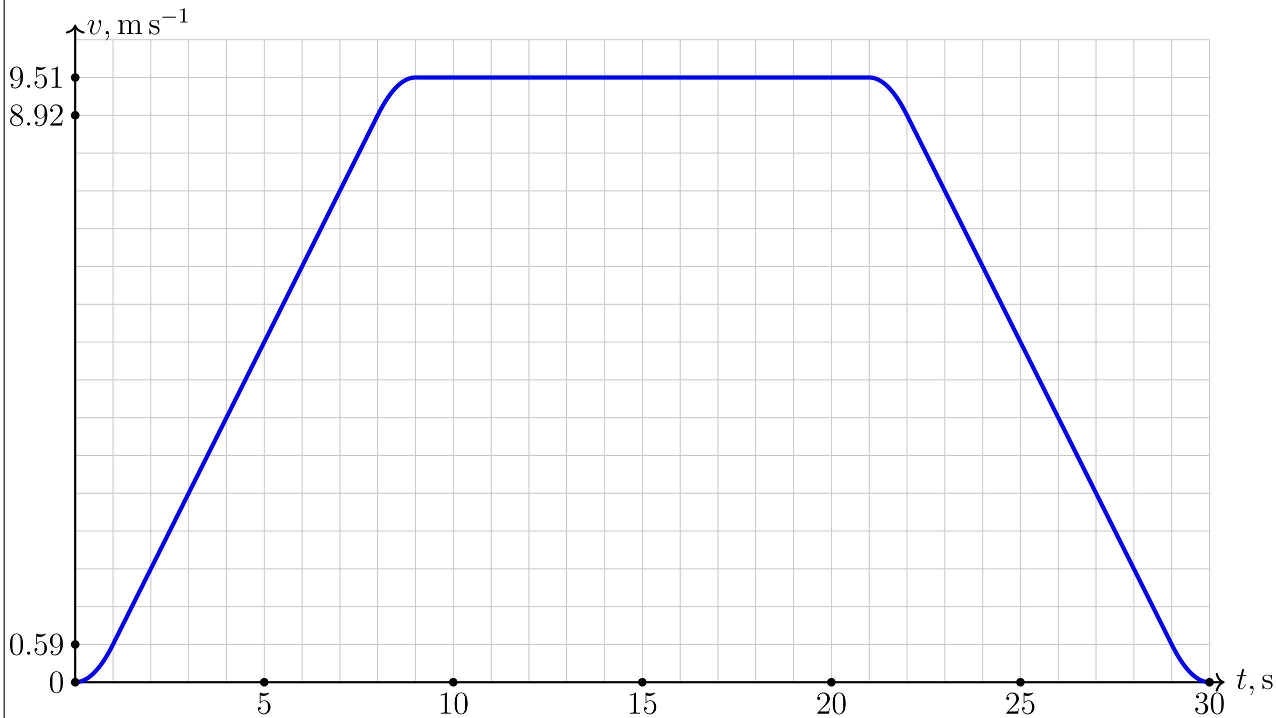
formulas $v = \frac{jt^2}{2}$, kur $j = 1.19\,\mathrm{m\,s^{-3}}$ ir paātrinājuma izmaiņas "ātrums". Parabola ar zariem uz augšu.

2. $t \in (1\,\mathrm{s}, 8\,\mathrm{s})$ Paātrinājums ir nemainīgs un ātrums vienmērīgi (lineāri) pieaug.

3. $t \in (8\,\mathrm{s}, 9\,\mathrm{s})$ Paātrinājums, līdzīgi kā intervālā $t \in (0\,\mathrm{s}, 1\,\mathrm{s})$, ir kvadrātiska funkcija, tikai tagad ar negatīvu $j = -1.19\,\mathrm{m\,s^{-3}}$, jeb parabola ar zariem uz leju.

4. $t \in (9\,\mathrm{s}, 21\,\mathrm{s})$ Ātrums nemainās, jo paātrinājums ir 0.

5. - 7. $t \in (21\,\mathrm{s}, 30\,\mathrm{s})$ grafiks ir spoguuļsimetrisks grafika pirmajai daļai intervālā $t \in (0\,\mathrm{s}, 9\,\mathrm{s})$.



Der pievērst uzmanību, ka ātruma grafikam nav lauzumu, jo paātrinājuma grafikam nav lēcienu.

Ieteikums vērtēšanai:

- Norādītas asis, asu apzīmējumi un mērvienības un skaitliskās vērtības (0.5 punkti)
- Ātruma grafikam ir augoša slīpa taisne, horizontāla taisne un dilstoša slīpa taisne (0.5 punkti)
- Grafika apgabali savienoti ar līkumiem (0.5 punkti)
- Grafikam nav lauzuma vietu (0.3 punkti)
- Grafiks sākas un beidzas ar $v = 0\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ (0.2 punkti)

(A.5) (2 punkti) Uzskicē lifta augstuma virs zemes atkarību no laika!

Atrisinājums:

Tā pat kā ātruma grafiku, arī pārvietojuma grafiku var sadalīt 7 daļās, bet fundamentāli atšķirīgas ir 4 daļas, kuras iztirzāšu sīkāk:

1. Sākšu ar vienkāršāko: $t \in (8\,\mathrm{s}, 9\,\mathrm{s})$. Šajā apgabalā ātrums ir nemainīgs un vertikālā koordināte vienmērīgi (lineāri jeb pa taisnu līniju) pieaug.
2. Apgabalā $t \in (1\,\mathrm{s}, 8\,\mathrm{s})$ ātrums vienmērīgi pieaug, tāpēc koordinātes grafiks būs parabolas daļa ar zariem uz augšu (vienmērīgi paātrināta kustība).
3. Apgabalā $t \in (8\,\mathrm{s}, 9\,\mathrm{s})$ ātrums vienmērīgi samazinās, tāpēc koordinātes grafiks būs parabolas daļa ar zariem uz leju (vienmērīgi palēnināta kustība).
4. Tad vēl ir 4 apgabali, kuros ātrums mainās kvadrātiski: $t \in (0\,\mathrm{s}, 1\,\mathrm{s})$, $t \in (8\,\mathrm{s}, 9\,\mathrm{s})$, $t \in (21\,\mathrm{s}, 22\,\mathrm{s})$ un $t \in (29\,\mathrm{s}, 30\,\mathrm{s})$. Tā kā grafiks nav jāuzzīmē precīzi, bet tikai jāieskicē, tad pietiek zināt, ka šajā apgabalā funkcija nav taisne, bet ir līka līnija, kas nedaudz atšķiras no kvadrātiskās funkcijas apgabalos $t \in (1\,\mathrm{s}, 8\,\mathrm{s})$ un $t \in (8\,\mathrm{s}, 9\,\mathrm{s})$. Kā arī jāņem vērā, ka šajā laikā ātrums daudz neizmainās. Izmantojot matemātisko analīzi, ir iespējams parādīt, ka ātrums šajos apgabalos mainās kā kubiska funkcija.

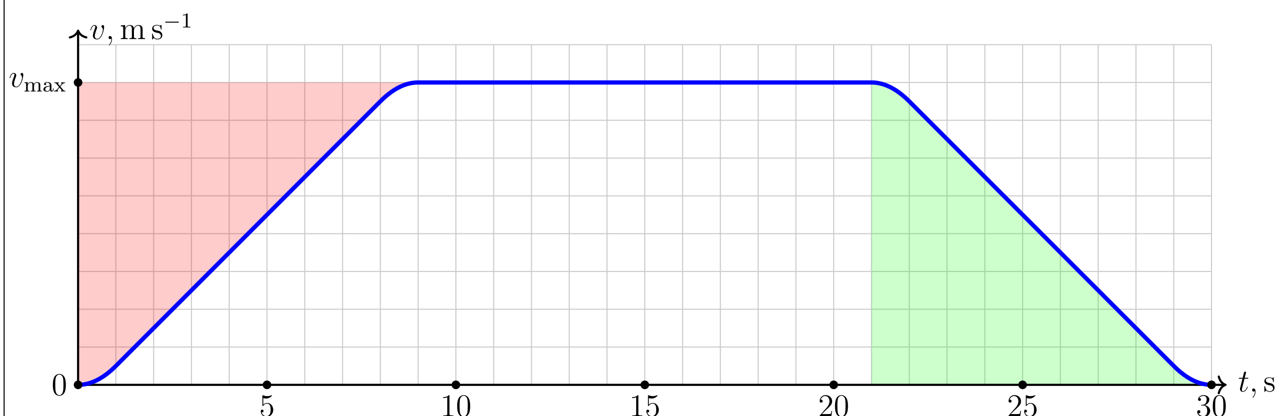
Šeit atrisinājumā ir precīzs grafiks, bet skice var nesaturēt skaitliskās vērtības (un arī mērvienības), tomēr jānorāda, kas ir attēlots uz asīm.

Ieteikums vērtēšanai:

- Norādītas asis, asu apzīmējumi (0.5 punkti)
- Koordinātes grafiks ir monotoni augoša funkcija (0.3 punkti)
- Grafikam nav lauzumu (0.4 punkti)
- Grafika vidusdaļa ir taisne (0.3 punkti)
- Grafika sākums un beigas ir horizontālas (0.5 punkti)

(A.6) (1.5 punkti) Cik lielu attālumu veica lifts vertikālā virzienā?

Atrisinājums:
Lai izrēķinātu veikto attālumu, ir jāizrēķina laukums, ko ietver laika ass un ātruma grafiks. Var pamanīt, ka zaļi iekrāsotā daļa ir vienāda ar sarkani iekrāsoto daļu (skatīt grafiku zemāk).



Iegūstam, ka veiktais attālums vertikālajā virzienā ir: $h_{\text{kop}} = V_{\max} \cdot t_3 = 9.51 \cdot 21 = 200\,\mathrm{m}$

Ieteikums vērtēšanai:

- Rēķina veikto attālumu, kā laukumu zem ātruma grafika (0.5 punkti)
- Izmanto, ka laukumi ar līkām līnijām ir vienādi (0.5 punkti)
- Skaitliskā vērtība atšķiras mazāk par 1% (2 m) no pareizās atbildes (0.5 punkti)

(A.7) (0.5 punkti) Kurā virzienā pārvietojas lifts? Uz augšu vai uz leju?

Atrisinājums:
Tā kā sākumā masas rādījums pieauga, bet pēc tam samazinājās, tas nozīmē, ka sākumā paātrinājums bija vērsts uz augšu un beigās uz leju, kas nozīmē, ka lifts pārvietojās **uz**

augšu.

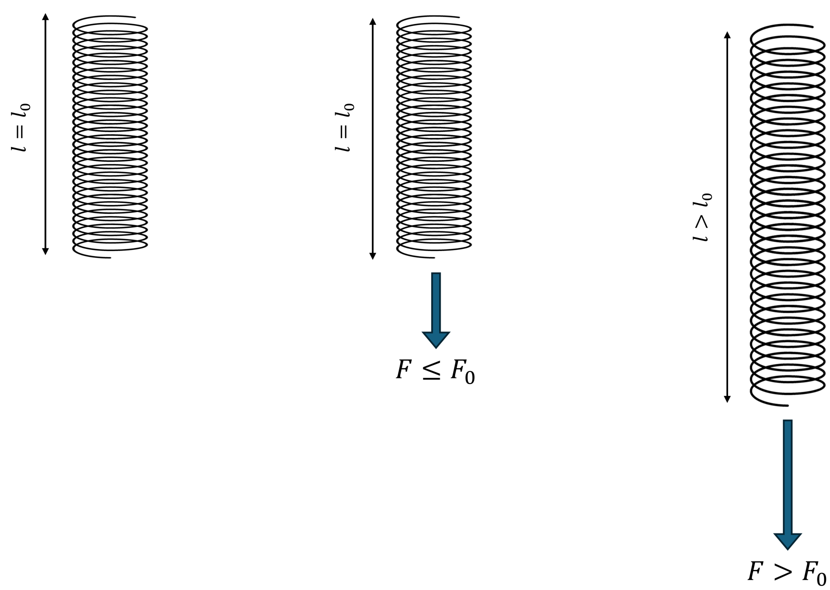
10-3 Slinkijs

Slinkijs ir īpaša atspere, kas ir pirmsspriegota – miera stāvoklī bez pieliktiem spēkiem tā ieņem minimālo garumu l_0 un nepagarinās līdz pieliktais spēks pārsniedz F_0, kā parādīts attēlā 3.

Slinkiju raksturo vienādojums

$$F = F_0 + kx \qquad (x > 0), \tag{34}$$

kur F ir slinkija sastiepuma spēks un x ir tā pagarinājums.



Attēls 3

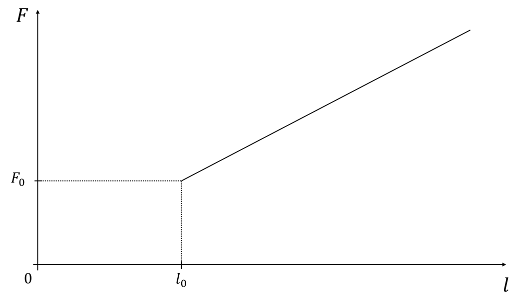
A. Apskatīsim slinkiju bez masas.

(A.1) (1 punkts) Uzraksti vienādojumu, kas izsaka slinkija garumu l atkarībā no pieliktā spēka F un uzskicē atbilstošo grafiku! Kādās F robežās izpildās šis vienādojums?

Atrisinājums:

$$l = l_0 + \frac{F - F_0}{k} \qquad (F > F_0) \tag{35}$$

(0,5 p) par pareizi uzrakstītu vienādojumu un piebildi, ka vienādojums ir patiess tikai pie $F > F_0$.



(0,5 p) par pareizu grafiku: lineāra taisne, sākas punktā (l_0, F_0), neturpinās zem $F < F_0, l < l_0$

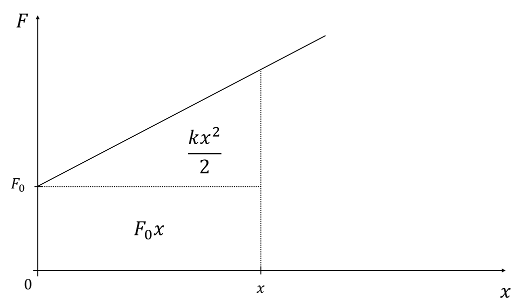
(A.2) (2 punkti) Uzraksti vienādojumu, kas apraksta slinkija potenciālo enerģiju atkarībā no pagarinājuma!

Atrisinājums:

$$E = F_0 x + \frac{kx^2}{2} \tag{36}$$

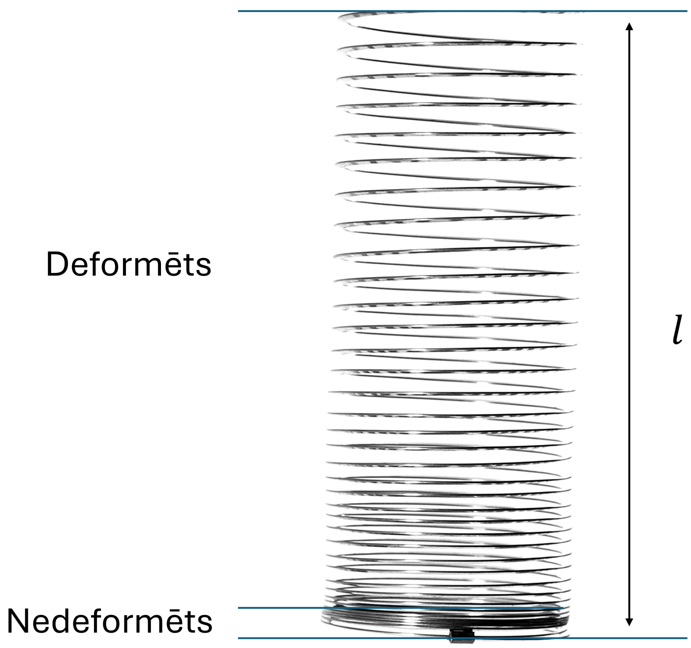
(1 p) par pareizu atbildi.

(1 p) par izvedumu un skaidrojumu.



B. Ja slinkijs ir iekārts griestos, un tam ļauj brīvi karāties tikai savas masas ietekmē, tad daļa no tā būs izstiepta, bet daļa – nedeformēta, kā redzams attēlā.

Šajā un turpmākos uzdevumos var pieņemt, ka brīvās krišanas paātrinājuma vērtība ir $g = 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$



(B.1) (1 punkts) Nosaki, kāda daļa slinkija sākuma garuma ir nedeformēta, ja slinkija masa $m = 100$g, un pirmsspriegums $F_0 = 0.5$N.,

Atrisinājums:
Katrā punktā slinkija sastiepuma spēks ir vienāds ar visas slinkija daļas, kas atrodas zem tā, smaguma spēku. Nedeformētās daļas augšējā punktā sastiepuma spēks ir tieši vienāds ar pirmsspriegumu. Tātad

$$F_0 = \alpha mg, \tag{37}$$

kur αm ir nedeformētās daļas masa. Tātad nedeformēta ir $\alpha = \frac{F_0}{mg} = 0.5$, jeb puse no slinkija.

(B.2) (2 punkti) Tajā pašā slinkijā tagad iekārts atsvars ar masu $M = 30$g. Nosaki kopējo slinkija garumu, ja slinkija stinguma koeficients $k = 10$N/m un sākuma garums $l_0 = 10$cm. (Atsperes ar masu m un pielikto spēku F pagarinājums uzrakstāms kā $x = \frac{F+\frac{1}{2}mg}{k}$.)

Atrisinājums:
Slinkija nedeformētās daļas garumu var noteikt līdzīgi kā iepriekšējā uzdevumā, tikai jāņem vērā arī spēks, ko rada atsvara masa

$$F_0 = \alpha mg + Mg, \tag{38}$$

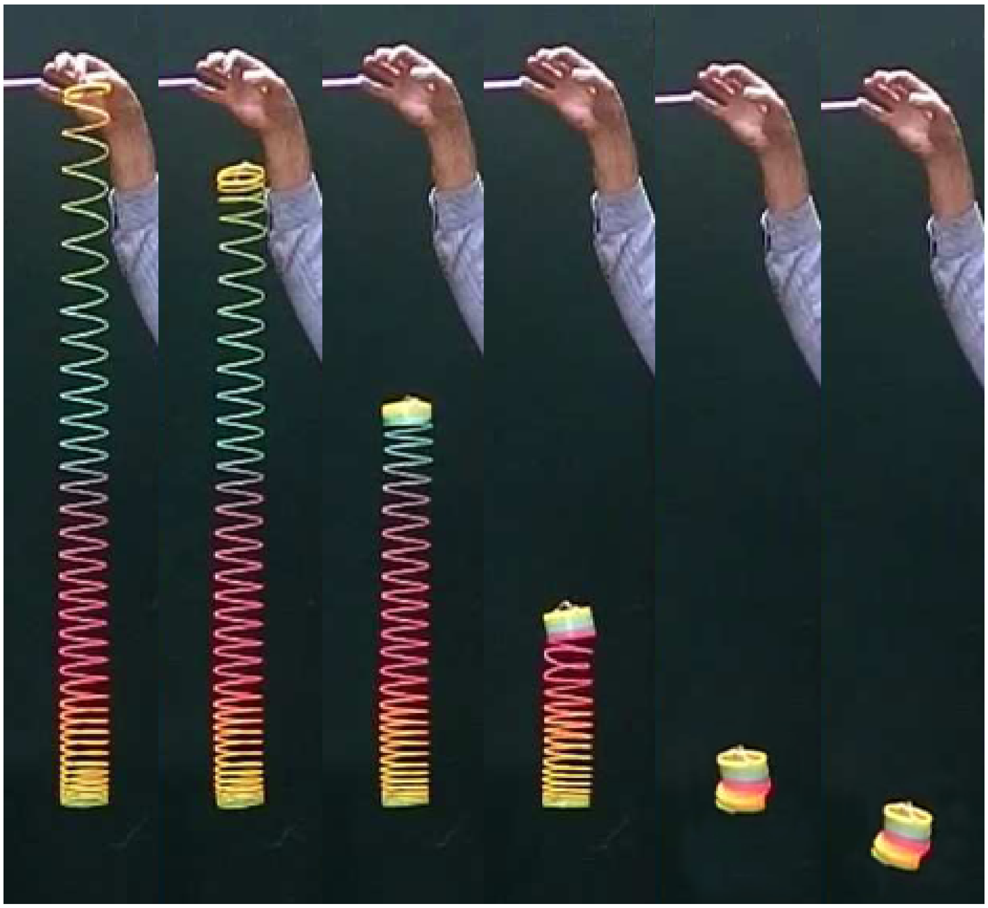
tātad $\alpha = 0.2$. (1p) Slinkija deformētā daļa uzvedas kā atspere ar pašmasu, kurai pielikts spēks, kas vienāds ar nedeformētās daļas smaguma un atsvara smaguma summu. Deformētās daļas pagarinājums ir

$$x = \frac{Mg + \alpha mg + \frac{1}{2}(1-\alpha)mg}{k} = 9\text{cm} \tag{39}$$

Kopējais slinkija garums ir tā sākotnējais garums, saskaitīts ar deformētās daļas pagarinājumu (1p)

$$l = l_0 + x = 19\text{cm} \tag{40}$$

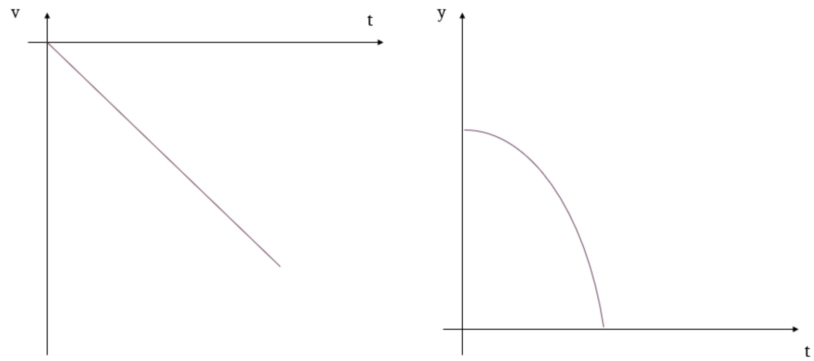
C. Ja iekārtu slikiju bez atsvara palaiž vaļā, tad tā apakšējā daļa nekustās līdz augšējā daļa to ir sasniegusi ar skaņas ātrumu atsperē, kā norādīts attēlā.



(C.1) (1 punkts) Apraksti un uzskicē atsperes kā materiāla punkta (masas centra) ātrumu un pārvietojumu laikā.

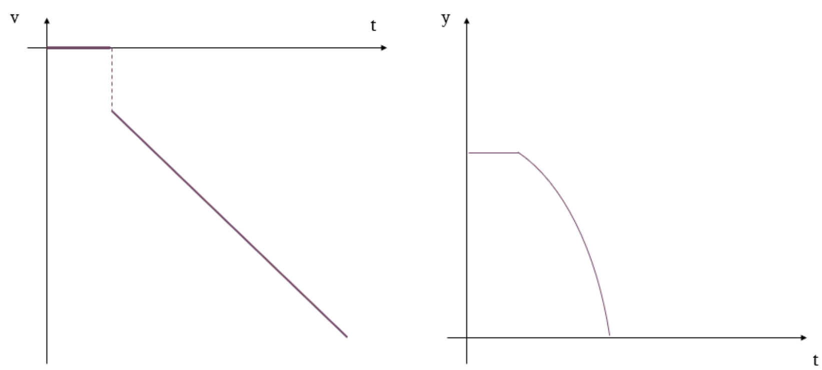
Atrisinājums:

Kad atspere tiek atlaista uz to darbojas tikai smaguma spēks, attiecīgi atsperes masas centrs ir brīvā kritienā. Ātrums ir dilstoša taisne, augstums ir parabola ar zariem uz leju.



(C.2) (1 punkts) Apraksti un uzskicē atsperes apakšējā punkta ātrumu un pārvietojumu laikā.

Atrisinājums:
Apakšējās daļas ātrums ir nulle līdz augša to ir sasniegusi, bet pēctam tā kustās ar tādu pašu ātrumu, kādu ir sasniedzis atsperes masas centrs. Augstums nemainās līdz tam pašam brīdim, pēc tam seko paraboliskai trajektorijai.



(C.3) (2 punkti) Aprēķini laiku, kādā slinkijs sasniegs zemi, ja tā attālums līdz zemei $h = 10$m, deformētās daļas garums $b = 280$cm nedeformētās daļas garums $d = 20$cm, skaņas ātrums slinkijā $v_s = 8$m/s

Atrisinājums:
Pirmais etaps ir slinkija sarukšana līdz sākuma garumam ar skaņas ātrumu v_s

$$t_1 = \frac{b}{v_s} = \frac{2.8}{8} = 0.35\text{s} \tag{41}$$

Pa šo laiku atsperes masas centrs ir ieguvis ātrumu

$$v = gt = 10 \cdot 0.35 = 3.5\text{m/s} \tag{42}$$

Tālāk visa atspere kustās vienoti ar masas centra ātrumu un brīvās krišanas paātrinājumu, turklāt masas centrs atrodas sarukuša slinkija centrā, jeb $h = 11.5$m augstumā

$$0 = h - vt - g\frac{t^2}{2} = 11.5 - 3.5t - 5t^2 \tag{43}$$

$$t = 1.206\text{s} \tag{44}$$

(1p) par pareizi identificētiem krišanas etapiem (sarukšana; krišana ar sākuma ātrumu).
(1p) par pareizu atbildes vērtību.