Valsts izglītības satura centrs

Vaļņu iela 2, Rīga, LV-1050, tālr. 67216500, fakss 67223801, e-pasts: vis@visc.gov.lv. www.visc.gov.lv

Fizikas Valsts 74. olimpiāde
Otrā posma uzdevumi 9. klasei

9-1 Laupītāja ķeršana

Policijas mašīna dzenas pa ceļu pakaļ laupītājam - sākumā ceļš bija pa asfaltētu šoseju un policists ir atpalicis par 3 kilometriem no laupītāja (policists atrodas punktā A, bet laupītājs C). Policists jau zin šo laupītāju un viņš saprot, ka ceļš, pa kuru laupītājs brauc, ved uz lidostu (kartē punkts B). Policists nolēma riskēt un braukt pa īsāku ceļu - cauri sāls ezeram. Ir vasara, tāpēc ezers ir izžuvis.

Zināms, ka statiskās berzes koeficients starp riepām un sāli ir $\mu_s = 0.2$ un riepām un asfaltu — $\mu_a = 0.7$. Abas mašīnas sver 1500 kg. Laupītājs brauc ar ātrumu 180 km/h, policists pa asfaltu brauc ar ātrumu 160 km/h, bet pa sāls ezeru 190 km/h. Rites berze šajā uzdevumā nav jāņem vērā.

Attēls 1: Nobrauktā ceļa karte.

A. Vai policists panāks laupītāju?

(A.1) (0.5 punkti) 1. Cik minūtes kopā pavadīja ceļā policists no punkta A līdz punktam B?

Atrisinājums:

$$t_p = \frac{3}{160} + \frac{4}{190} = 0.0398\,\mathrm{h} = 2.39\,\mathrm{min} \tag{1}$$

Ieteikums vērtēšanai:

- t gala atbilde ir dota minūtēs (0.5 punkts)

(A.2) (0.5 punkti) Cik minūtes kopā pavadīja ceļā laupītājs no punkta C līdz punktam B?

Atrisinājums:

$$t_l = \frac{3 + 2.5 + 3}{180} = 0.047\,\mathrm{h} = 2.83\,\mathrm{min} \tag{2}$$

Ieteikums vērtēšanai:

- t gala atbilde ir dota minūtēs (0.5 punkts)

(A.3) (0.5 punkti) Vai policists panāca laupītāju?

Atrisinājums:

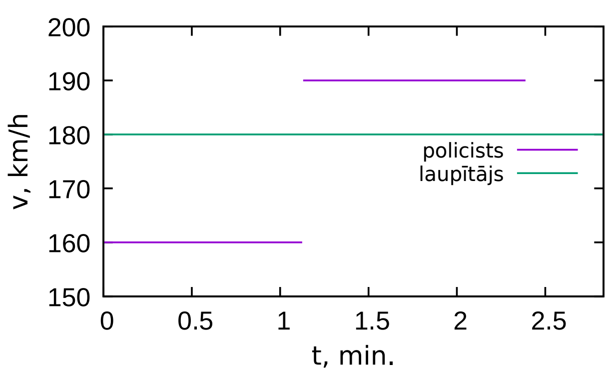
Jā, jo policists punktā B ieradīsies par $\Delta t = t_l - t_p = 2.39 - 2.83 = 0.44\,\mathrm{min}$ minūtēm ātrāk.

Ieteikums vērtēšanai:

- Pamatots, kāpēc jā. (0.5 punkts)

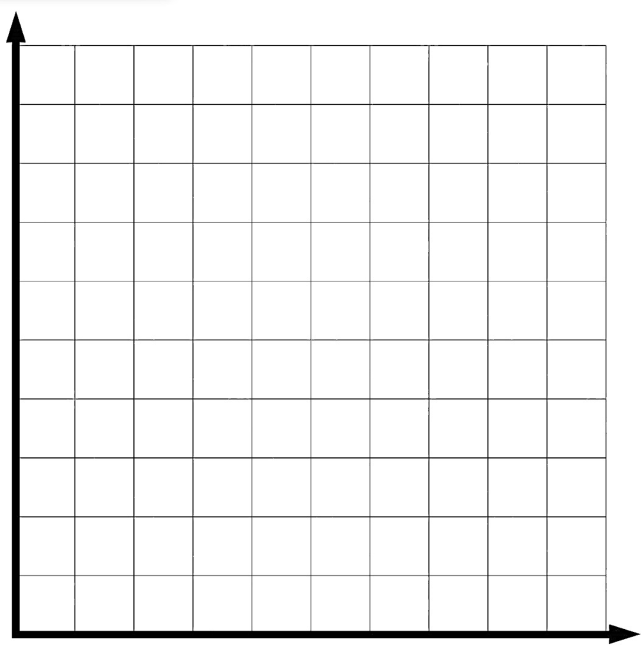
B. (1.5 punkti) Uzzīmē ātruma atkarībā no laika grafiku abām mašīnām.

Atrisinājums:



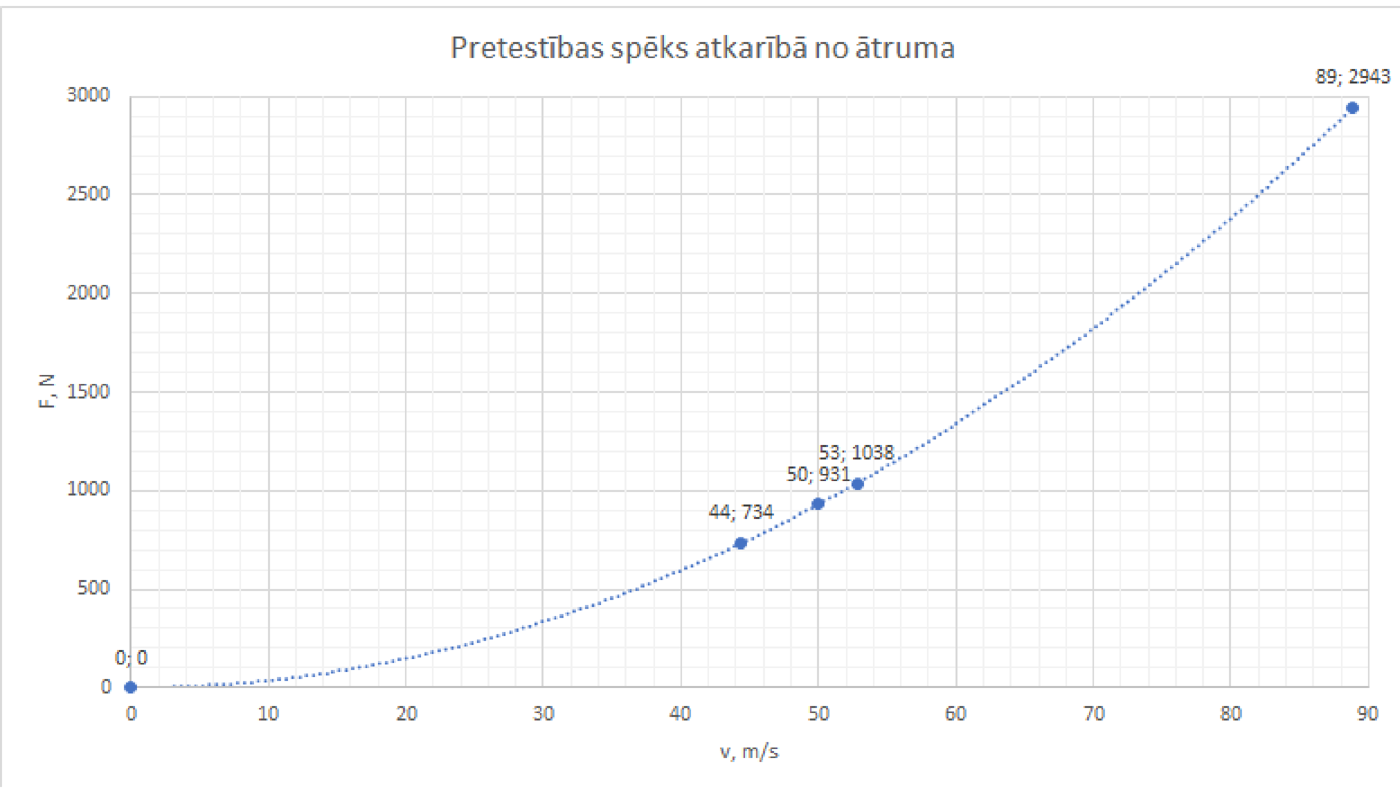
Ieteikums vērtēšanai:

- nosaukumi uz abām asīm (0.5 punkts)



- grafiks atbilst nosacījumiem (1 punkts)

C. Visu uz automašīnu darbojošos pretestības spēku summas atkarība no ātruma dota grafikā



(C.1) (1 punkts) Cik liels ir kopējais spēks kas darbojas uz mašīnu, kad tā brauc ar nemainīgu ātrumu 180 km/h?

Atrisinājums:
Spēku summa ir 0 N, jo nav paātrinājuma (automašīna brauc ar nemainīgu ātrumu).

Ieteikums vērtēšanai:
- Pareizi noteikts spēks (1 punkts)

(C.2) (2 punkti) Cik liels ir statiskās berzes spēks starp riepām un ceļa virsmu katrā posmā policijas mašīnai?

Atrisinājums:
Statiskās berzes spēks ir vienāds ar gaisa pretestības spēku, jo spēku summa kas darbojas uz mašīnu ir 0 N.

- Posmā, kad mašīna brauc ar ātrumu 160 km/h = 44.4 m/s. No grafika nolasām 734 N.
- Posmā, kad mašīna brauc ar ātrumu 190 km/h = 52.8 m/s. No grafika nolasām 1038 N.

Ieteikums vērtēšanai:
- Noteikta pareiza sakarība starp spēkiem (1 punkts)
- No grafika pareizi nolasītas spēka vērtības. Par katru (0.5 punkts)

(C.3) (2 punkti) Cik liels ir maksimālais ātrums ar kuru varētu braukt pa sālsezeru, ja pieņemam, ka automašīnas dzinējs var attīstīt neierobežotu jaudu?

Atrisinājums:
Spēks, kas paātrina automašīnu ir statiskās berzes spēks. Maksimālo ātrumu iegūst, kad statiskās berzes spēks sasniedz savu maksimālo vērtību.

$$F_{b_s} = \mu m g = 2943\,\mathrm{N} \tag{3}$$

No grafika nolasa ātrumu:

$$v = 89\,\mathrm{m/s} = 320\,\mathrm{km/h} \tag{4}$$

Ja automašīnas dzinējs attīsta lielāku lietderīgo jaudu par $A_l = F_{b_s} v$, riteņi sāks izslīdēt, tas samazinās berzes koeficientu starp riepām un ceļa virsmu un līdz ar to maksimālo berzes spēku. Šajā gadījumā automašīnā brauks pat lēnāk un papildus jauda tiks novirzīta riepu un ceļa seguma sasildīšanai, riepu nodeldēšanai, utt.

Ieteikums vērtēšanai:
- Noteikta pareiza sakarība starp spēkiem (1 punkts)
- Pareizi aprēķināts berzes spēks (0.5 punkts)
- Pareizi nolasīts ātrums no grafika (0.5 punkts)

D. Kāds ir laupītāja un policista mašīnas vidējā attīstītā jauda?

(D.1) (1 punkts) Cik liela ir laupītāja mašīnas attīstītā jauda?

Atrisinājums:

$$N_l = \frac{A}{t} = \frac{F_{b_a} \cdot s}{t} = F_{b_a} v = 931 \cdot 50 = 46\,550\,\mathrm{W} = 47\,\mathrm{kW}\,, \tag{5}$$

kur A ir mašīnas veiktais darbs, t — laiks kurā darbs veikts, F_{b_a} ir berzes spēks, s ir veiktais ceļš, v ir ātrums.

Ieteikums vērtēšanai:

- Izmantota pareizā sakarība jaudas aprēķināšanā (0.5 punkts)
- Pareizi aprēķināts laupītāja mašīnas attīstītā jauda (0.5 punkts)

(D.2) (2 punkti) Cik liela ir policista mašīnas attīstītā vidējā jauda visā ceļā?

Atrisinājums:

$$N_p = \frac{A}{t} = \frac{A_a + A_s}{t_a + t_s} = \frac{F_{b_a} \cdot s_a + F_{b_s} \cdot s_s}{s_a/v_a + s_s/v_s} = \frac{F_{b_a} \cdot s_a + F_{b_s} \cdot s_s}{s_a v_s + s_s v_a} v_a v_s \tag{6}$$

$$N_p = \frac{734 \cdot 3 + 1038 \cdot 4}{44 \cdot 4 + 53 \cdot 3} \cdot 44 \cdot 53 = 44\,231\,\mathrm{W} = 44\,\mathrm{kW}, \tag{7}$$

kur A ir mašīnas veiktais darbs, t — laiks kurā darbs veikts, A_a un $A_s$ir mašīnas veiktais darbs, braucot pa asfaltu un sālsezeru, t_a un t_s — laiks kurā darbs tika veikts, braucot pa asfaltu un sālsezeru, F_{b_a} un F_{b_s} ir berzes spēks, braucot pa asfaltu un sālsezeru, s_a un s_s ir veiktais ceļš,braucot pa asfaltu un sālsezeru, v_a un v_s ir ātrums, braucot pa asfaltu un sālsezeru.

Ieteikums vērtēšanai:

- Aprēķināts berzes spēka darbs (0.5 punkts)
- Izmantota pareiza vidējās jaudas sakarība vidējās jaudas aprēķinam (1 punkts)
- Aprēķināta vidējā jauda (0.5 punkts)

(D.3) (1 punkts) Kāds būs policista mašīnas dzinēja lietderības koeficients procentos, brīdī, kad tā brauc pa sāls ezeru? Pieņemt, ka dzinējs, posmā, kad mašīna brauc pa sāls ezeru, patērē 144 166 W.

Atrisinājums:

Ceļa posmā pa sāls ezeru:

$$N_l = \frac{A}{t} = \frac{F_{b_s} \cdot s}{t} = F_{b_s} \cdot v_s = 1038 \cdot 53 = 55.014\,\mathrm{kW} \tag{8}$$

Lietderības koeficients:

$$\eta = \frac{N_l}{N_p} = \frac{55014}{144166} = 38\,\%, \tag{9}$$

kur N_p ir dzinēja patērētā jauda un N_l ir mašīnas lietderīgā jauda.

Ieteikums vērtēšanai:

- Aprēķināta policista mašīnas attīstītā jauda (0.5 punkti)
- Aprēķināts lietderības koeficients (0.5 punkti)

9-2 Akvārijs

Kārlis ir iegādājies jaunu taisnstūra paralēlskaldņa formas akvāriju. To piepildot ar ūdeni, Kārlis novēroja, ka zemūdens objektu attēli tiek izkropļoti. Šie optiskie efekti Kārli ieintriģēja, tāpēc viņš uzņēma pāris fotogrāfijas, kurās redzami sagrozītie attēli.

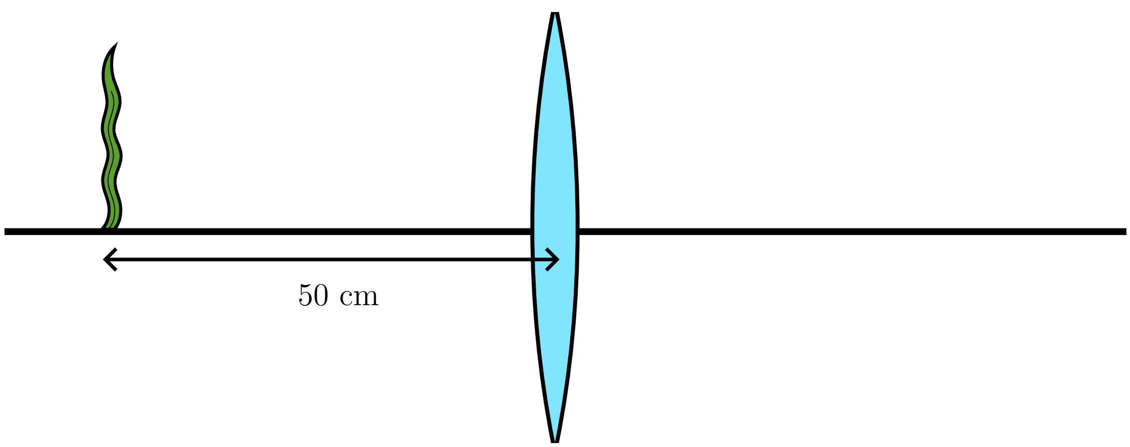
Lai labāk izprastu aplūkotos efektus, Kārlis nolēma izpētīt fiziku, kas saistīta ar gaismas laušanu, un tās pielietojumu lēcās.

A. Kārlim ir plāna stikla savācējlēca ar fokusa attālumu $f = 10\,\text{cm}$, kurai blakus Kārlis novieto jūraszāli. Otrpus lēcai Kārlis novieto ekrānu tā, ka uz tā veidojas jūraszāles attēls.

Stikla gaismas laušanas koeficients n_{stikla} ir lielāks par ūdens gaismas laušanas koeficientu $n_{\text{H}_2\text{O}}$, kas savukārt ir lielāks par gaisa gaismas laušanas koeficientu $n_{\text{gaisa}} = 1$:

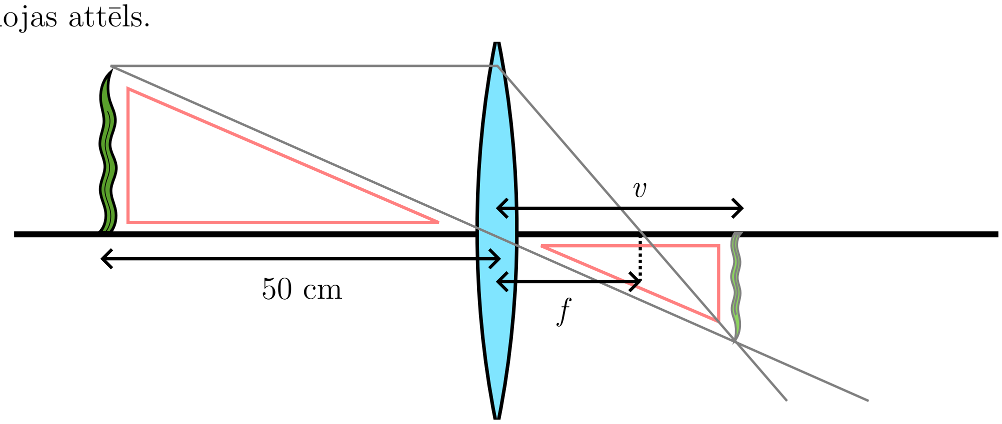
$$n_{\text{stikla}} > n_{\text{H}_2\text{O}} > n_{\text{gaisa}}$$

(A.1) (2 punkti) Apraksti veidoto attēlu, ja jūraszāle ir novietota attālumā $u = 50\,\text{cm}$ no lēcas! Cik reizes attēls ir palielināts (vai samazināts)? Vai veidotais attēls ir īsts vai šķietams? Vai attēls ir apgriezts?



Atrisinājums:

Risinot uzdevumus par lēcām, vienmēr ir noderīgi uzzīmēt staru diagrammu, kas parāda, kur veidojas attēls.



Apzīmēsim attālumu no jūraszāles līdz lēcai ar u, savukārt attālumu no lēcas līdz veidotajam attēlam ar v. Plānas lēcas formula apvieno šos lielumus ar fokusa attālumu sekojoši:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v} \tag{10}$$

No šīs izteiksmes izsakot nezināmo lielumu v iegūstam:

$$v = \frac{uf}{u-f} \tag{11}$$

Lai noteiktu attēla palielinājumu (vai samazinājumu), ērti pamanīt, ka staru diagrammā ir divi līdzīgi trijstūri (iezīmēti ar sarkanu krāsu). Tātad, attēla un jūraszāles izmēru attiecība ir vienāda ar v/u:

$$M = \frac{v}{u} \tag{12}$$

$$= \frac{f}{u-f} \tag{13}$$

$$= \boxed{1/4} \tag{14}$$

Secinām, ka veidotais attēls ir **četras reizes mazāks** nekā pati jūraszāle.

Zināms, ka, ja objekts novietots tālāk par fokusa attālumu no lēcas, tad savācējlēcas veido **īstu un apgrieztu attēlu**. Tas ir nosakāms arī no staru diagrammas.

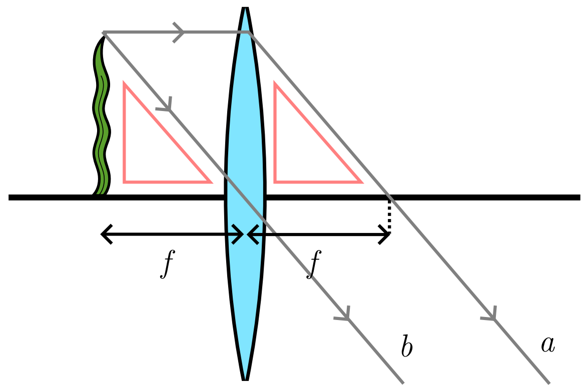
Ieteikums vērtēšanai:

- Pareizi noteikts attēla palielinājums (1.5 punkti).
- Pareizi noteikts, ka attēls ir īsts un apgriezts (0.5 punkti).

(A.2) (1 punkts) Paskaidro un pamato, kas notiek ar attēlu, ja jūraszāle ir novietota fokusa attālumā no lēcas.

Atrisinājums:

Šajā uzdevumā noderīgi uzzīmēt staru diagrammu. Aplūkosim divus gaismas starus no jūras zāles gala – stars a iet cauri lēcas centram; stars b krīt perpendikulāri lēcai, un tātad iet cauri lēcas fokusa attālumam.



Ievērosim, ka diagrammā veidojas divi vienādi trijstūri (iezīmēti ar sarkanu krāsu), jo abi trijstūri ir taisnleņķa un to katetes ir vienāda garuma. Stari a un b iet gar abu trijstūru hipotenūzām, un tātad veido vienādus leņķus ar horizontu. No šī varam secināt, ka stari a un b ir paralēli, kad tie pamet lēcu.

Lai veidotos attēls, visiem stariem, kas sākas no viena un tā paša objekta punkta un iet cauri lēcai, ir jākrustojas vienā punktā otrpus lēcai. Tā kā stari a un b ir paralēli, tie nevar krustoties. Tātad, **attēls netiek veidots**.

Ieteikums vērtēšanai:

- Minēts, ka attēls neveidojas (0.5 punkti).
- Paskaidrots kāpēc attēls neveidojas (0.5 punkti).

(A.3) (1 punkts) Kur jānovieto jūraszāle, lai veidotais attēls uz ekrāna būtu pēc iespējas lielāks?

Atrisinājums:
Pirmajā uzdevuma daļā noteicām, ka attēla palielinājums ir izsakāms kā

$$M = \frac{f}{u - f} \tag{15}$$

Mainīgais, ko Kārlis var kontrolēt ir jūraszāles attālums līdz lēcai, u. Tātad, lai palielinājums M būtu pēc iespējas lielāks, saucējs $u - f$ ir jāpadara pēc iespējams mazāks. Attiecīgi, u ir jābūt līdzīgam ar fokusa attālumu, f.

Rūpīgi jāaplūko divi īpaši gadījumi:

- Ja $u = f$, tad M nav definēts. Tas atbilst iepriekšējā uzdevuma daļā aprakstītajai situācijai, kur jūraszāle novietota fokusa attālumā, un attēls netiek veidots.
- Ja $u < f$, tad veidotais attēls būs šķietams, un tas nebūs redzams uz ekrāna.

Attiecīgi, ja $u \leq f$, tad netiek veidots īsts attēls. Tātad, lai veidotais attēls uz ekrāna būtu pēc iespējas lielāks, jūraszāle no lēcas jānovieto attālumā, kas ir **nedaudz lielāks par fokusa garumu**.

Ieteikums vērtēšanai:

- Pareizi noteikts gan, ka jūraszāle jānovieto tuvu fokusa attālumam, gan arī, ka ne tieši fokusa attālumā no lēcas un ne tuvāk par fokusa attālumu (1 punkts).

(A.4) (1 punkts) Kā mainās lēcas optiskais stiprums D, ja lēca ir novietota zem ūdens? Atbildi pamato!

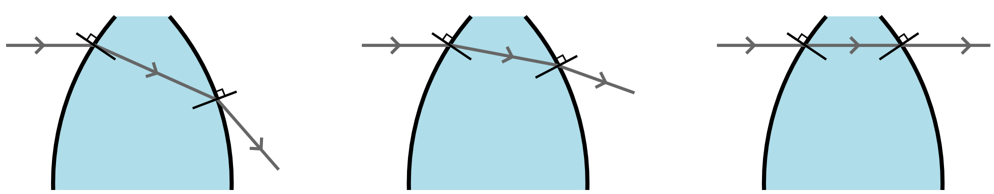
a. Lēcas optiskais stiprums pieaug
b. Lēcas optiskais stiprums nemainās
c. Lēcas optiskais stiprums samazinās
d. Atkarīgs no sākotnējā lēcas optiskā stipruma

Atrisinājums:

Lēcu pamatprincips ir gaismas laušana. Kad gaismas stars krusto robežu starp divām vidēm ar atšķirīgiem gaismas laušanas koeficientiem, gaisma tiek lauzta. Gaismas laušanas stiprums ir atkarīgs no tā cik atšķirīgi ir gaismas laušanas koeficienti. Jo lielāka ir atšķirība, jo spēcīgāk gaisma tiek lauzta.

Savācējlēca izmanto gaismas laušanas principu tā, ka visi stari, kas perpendikulāri krīt uz lēcu, tiek virzīti uz lēcas fokusu. Ja lēcas fokusa attālums ir mazs, staru gaita ir jāmaina vairāk, nekā tad, ka lēcas fokusa attālums ir liels. Tātad, jo mazāks lēcas fokusa attālums, jo spēcīgāka gaismas laušana ir nepieciešama, lai savāktu visus starus fokusa attālumā.

Iepriekš nosecinājām, ka gaismas laušana ir spēcīgāka, ja atšķirība starp lēcas un apkārtējās vides gaismas laušanas koeficientiem ir liela. Tātad, jo lielāka atšķirība starp lēcas gaismas laušanas koeficientu un vides gaismas laušanas koeficientu, jo mazāks lēcas fokusa attālums.



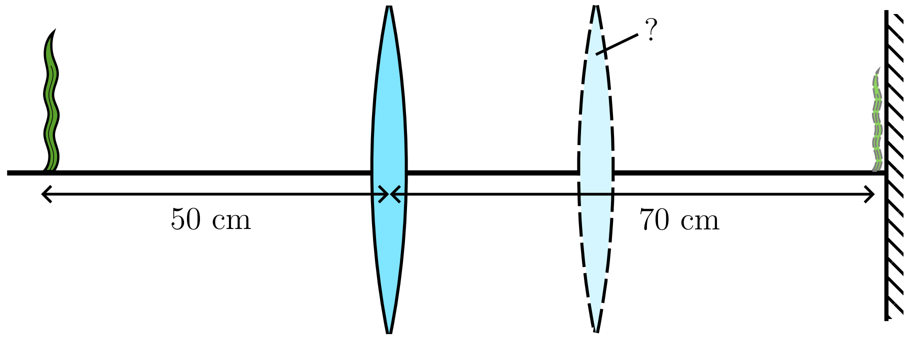
$n_{\text{vide}} \ll n_{\text{lēca}}$ $n_{\text{vide}} < n_{\text{lēca}}$ $n_{\text{vide}} = n_{\text{lēca}}$

Atšķirība starp n_{stikla} un n_{H_2O} ir mazāka nekā starp n_{stikla} un n_{gaisa}. Tātad, lēcas fokusa attālums zem ūdens ir lielāks nekā gaisā. Lēcas optiskais stiprums ir dots kā $D = 1/f$, tātad, ja lēca ir novietota zem ūdens, tās **optiskais stiprums samazinās**.

Ieteikums vērtēšanai:

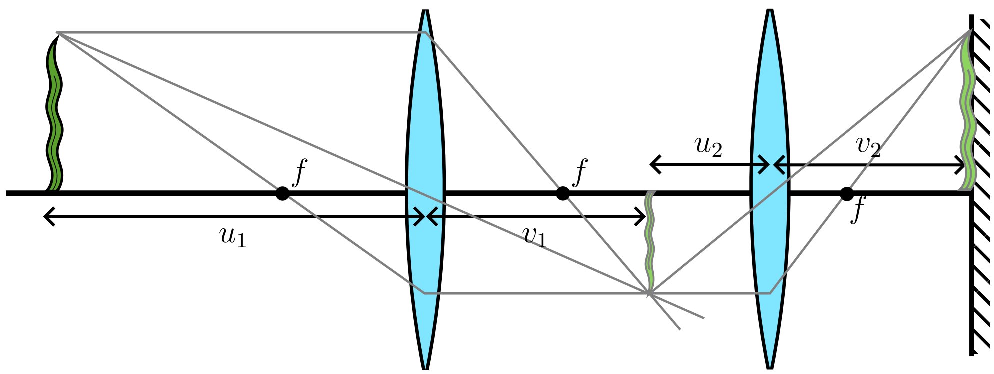
- Minēts, ka lēcas optiskais stiprums samazinās, un atbilde ir pamatota (1 punkts).

(A.5) (3 punkti) Vai iespējams novietot vēl vienu identisku lēcu (ar fokusa attālumu $f = 10\,\text{cm}$) starp esošo lēcu un ekrānu tā, ka attēls veidojas uz ekrāna 70 cm attālumā no pirmās lēcas? Nosaki, kur jānovieto otra lēca, vai pamato, ka to izdarīt nevar.



Atrisinājums:

Vispirms aplūkosim situāciju, kur novietota tikai pirmā lēca. Ar u_1 apzīmēsim attālumu no jūraszāles līdz šai lēcai, bet ar v_1 apzīmēsim attālumu no lēcas līdz veidotajam attēlam.



Izmantojot lēcu formulu, varam atrast nezināmo attālumu v_1:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{u_1} + \frac{1}{v_1} \tag{16}$$

$$v_1 = \frac{u_1 f}{u_1 - f} \tag{17}$$

$$= \boxed{12.5\,\mathrm{cm}} \tag{18}$$

Tā kā attēls veidojas tur, kur gaismas stari tiek fokusēti, tas efektīvi var tikt uzskatīts kā objekts otrai lēcai. Ar u_2 apzīmēsim šī attēla attālumu līdz otrai lēcai, bet ar v_2 apzīmēsim attālumu no otrās lēcas līdz ekrānam. Dots, ka attālums no pirmās lēcas līdz ekrānam ir 70 cm, tātad,

$$v_1 + u_2 + v_2 = 70\,\mathrm{cm} \tag{19}$$

$$u_2 + v_2 = 57.5\,\mathrm{cm} \tag{20}$$

Apzīmēsim attālumu no pirmās lēcas attēla līdz ekrānam ar $a \equiv u_2 + v_2$. Atkal, izmantojot lēcu formulu otrai lēcai, iegūstam vēl vienu izteiksmi, kas saista nezināmos u_2 un v_2:

$$\begin{cases} \frac{1}{u_2} + \frac{1}{v_2} = \frac{1}{f} \\ u_2 + v_2 = a \end{cases} \tag{21}$$

No šīs vienādojumu sistēmas iegūstam kvadrātisku vienādojumu:

$$v_2^2 - v_2 a + fa = 0 \tag{22}$$

Šim vienādojumam ir divi atrisinājumi:

$$v_2 = \begin{cases} 44.6\,\text{cm} \\ 12.9\,\text{cm} \end{cases} \tag{23}$$

Ja otrās lēcas objekts (pirmās lēcas attēls) ir tuvāk par fokusa attālumu f otrajai lēcai, tad attēlu uz ekrāna iegūt nevar, jo otrās lēcas veidotais attēls būs šķietams. Pārbaudot abus iegūtos variantus, secinām, ka abos gadījumos veidotais attēls būs īsts, un to varēs ieraudzīt uz ekrāna. Tātad, **otra lēca jānovieto 44.6 cm vai 12.9 cm attālumā no ekrāna**, lai uz tā tiktu veidotos jūraszāles attēls.

Ieteikums vērtēšanai:

- Aprakstīta ideja, ka pirmās lēcas attēlu var izmantot kā objektu otrai lēcai, un atrasta pirmās lēcas attēla pozīcija (1 punkts).
- Atrastas abas iespējamās pozīcijas otrai lēcai (2 punkti).

B. Kārlis ir piepildījis savu taisnstūra paralēlskaldņa formas akvāriju ar ūdeni. Viņš ievēroja, ka, apskatot akvāriju no pāris konkrētiem skatu punktiem, ir redzami attēla kropļojumi. Šajā uzdevuma daļā mēģināsim paredzēt, kādus optiskos efektus Kārlis novēroja, skatoties uz akvāriju.

Ūdens gaismas laušanas koeficients $n_{\mathrm{H_2O}}$ ir lielāks par gaisa gaismas laušanas koeficientu $n_{\text{gaisa}} = 1$:

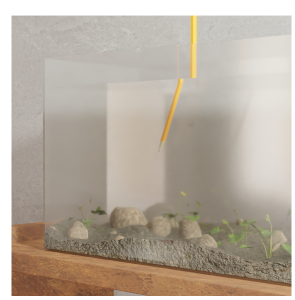
$$n_{\mathrm{H_2O}} > n_{\text{gaisa}} \tag{24}$$

(B.1) (1 punkts) Vispirms Kārlis apskatīja akvāriju no sāna, nelielā leņķī pret vienu no akvārija stikla sienām (skatīt attēlus). Tad, Kārlis perpendikulāri ūdens virsmai akvārijā iemērca zīmuli. Kurš no sekojošajiem attēliem vislabāk apraksta to, kādu zīmuļa attēla kropļojumu novēroja Kārlis? Atbildi pamato!


(a)

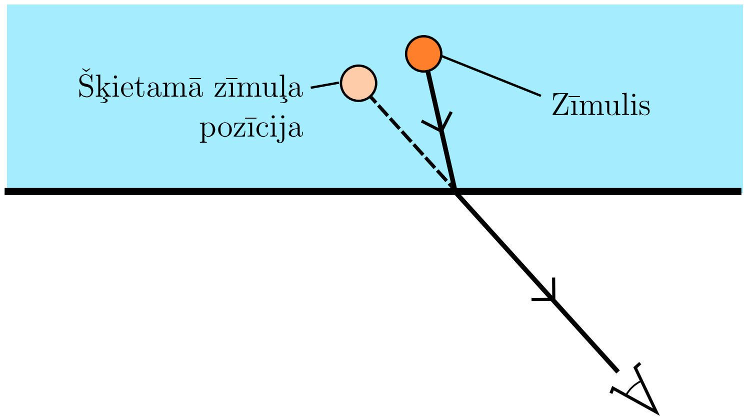

(b)


(c)


(d)

Atrisinājums:

Lai atrisinātu šo uzdevumu, ir noderīgi uzzīmēt staru diagrammu. Apskatīsim gaismas staru, kas iet no acs uz zīmuli zem ūdens:



Tā kā ūdens gaismas laušanas koeficients ir lielāks par gaisa gaismas laušanas koeficientu, gaismas staram ieejot ūdeni, tas tiks lauzts perpendikula virzienā. Tātad, lai ieraudzītu zīmuli zem ūdens, ir jāskatās nedaudz pa kreisi (no Kārļa skatupunkta), lai zīmuli ieraudzītu. Attiecīgi, tā zīmuļa daļa, kas ir zem ūdens, šķietami izskatīsies, ka atrodas nedaudz pa kreisi no īstās zīmuļa pozīcijas.

Tā kā akvārija sienas ir plakanas un ūdens gaismas laušanas koeficients nemainās ar ūdens dziļumu, šis efekts būs vienlīdz stiprs visā zīmuļa garumā. Tātad, attēls, kas apraksta Kārļa novēroto zīmuļa attēla kropļojumu vis labāk ir **attēls (b)**.

Ieteikums vērtēšanai:

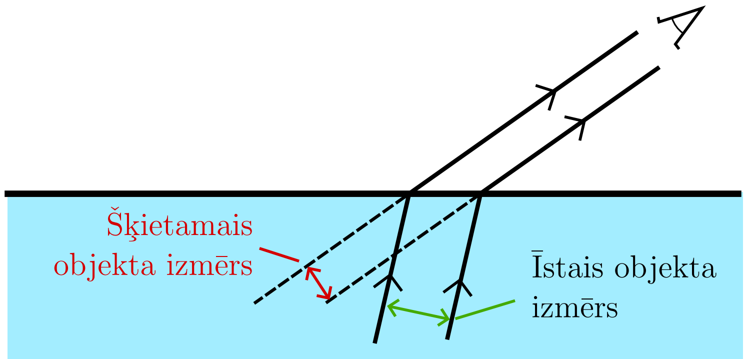
- Pareizi noteikts atbilstošais attēls (0.5 punkti).
- Pareizi pamatots attēla kropļojums (0.5 punkti).

(B.2) (1 punkts) Vēlāk Kārlis akvārijā nogremdēja sfērisku granātābolu un aplūkoja akvāriju no augšpuses nelielā leņķī pret ūdens virsmu (skatīt attēlus). Kurš no sekojošajiem attēliem vislabāk apraksta to, kādu granātābola attēlu kropļojumu novēroja Kārlis? Atbildi pamato!

(a) (b) (c)

Atrisinājums:

Aplūkosim staru diagrammu plaknē, kas perpendikulāra ūdens virsmai un satur Kārļa aci (vai kameru). Konkrēti apskatīsim divus paralēlus starus, tiem nākot no diviem pretējiem granātābola galiem zem ūdens.



Gaismas laušanas rezultātā, šiem stariem krustojot ūdens virsmu, tie tiek lauzti ūdens virsmas virzienā. Ievērosim, ka tā rezultātā, attālums starp gaismas stariem ārpus ūdens ir mazāks. Tātad, granātābols šķietami izskatīsies mazāks šajā virzienā.

Tā kā gaisma tiek lauzta tikai apskatītajā plaknē, perpendikulārā virzienā attēla šķietamais izmērs netiks mainīts. Tātad, granātābola attēls tiks "saspiests" vertikālā virzienā no Kārļa skatupunkta, bet horizontālā virzienā tā izmērs nemainīsies. Šim aprakstam atbilst **attēls (a)**.

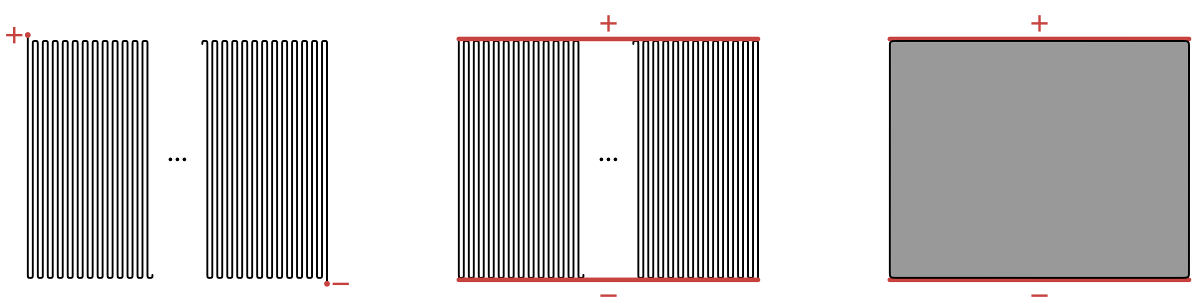
Ieteikums vērtēšanai:

- Pareizi noteikts atbilstošais attēls (0.5 punkti).
- Pareizi pamatots attēla kropļojums (0.5 punkti).

9-3 Eksperimenti ar stiepli

A. No metāla X veidots vads ir izlocīts attēlā (a) redzamajā formā, kuras augstums ir $a = 10\,\text{cm}$, bet platums b nav zināms. No vada izveidotā figūra atrodas starp divām siltumizolējošām plāksnēm, tāpēc varam uzskatīt, ka siltuma zudumu nav (tas ir, viss vadā izdalītais siltums tiek izmantots vada sildīšanai). Figūrai tika pievienots sprieguma avots divos dažādos veidos: (a) avota spailēm esot kontaktā tikai ar vada diviem galiem un (b) avota spailēm esot vienlaikus kontaktā ar katru vada locījuma punktu. Vēlāk vads izkusa, izveidojot homogēnu plāksni (c), kuras augstums un platums vēl joprojām ir a un b, un kuras blīvums ir vienāds ar vada blīvumu pirms izkušanas. Arī tai pievienoja sprieguma avotu tā, ka divas plāksnes pretējās malas ir viscaur kontaktā ar sprieguma avotu. *Var pieņemt, ka materiāla X īpatnējā pretestība nav atkarīga no temperatūras*

Visos trīs aprakstītajos gadījumos figūras sākotnējā temperatūra bija $T_0 = 20\,°\text{C}$ un tai tika pievienots sprieguma avots. Pēc noteikta laika (visām trim figūrām vienāda), sprieguma avotu atvienoja un izmērīja metāla temperatūru. Figūras (a) temperatūra bija $T_a = 20.1\,°\text{C}$, figūras (b) temperatūra bija $T_b = 180\,°\text{C}$.



(a) (b) (c)

(A.1) (4 punkti) Nosaki kopējo vada garumu, kas tika izmantots figūras veidošanai (neņem vērā vada garumu, ko veido vada locījuma punkti)!

Atrisinājums:
Strāvai plūstot cauri vadam, izdalās siltuma daudzums $Q = \frac{U^2}{R}t$ **(0.5p)**, kur U ir spriegums starp avota spailēm un R ir elementa pretestība un t ir laiks. Rezultātā vads uzsilst un temperatūras starpību varam aprēķināt kā $\Delta T = \frac{Q}{cm}$ **(0.5p)**. Vada pretestība gadījumā (a) ir $R_a = \rho\frac{l}{S}$ **(0.5p)**, kur ρ ir metāla X īpatnējā pretestība, l ir vada kopējais garums un S ir vada šķērsgriezuma laukums. Gadījumā (b) sprieguma avota spailes ir savienotas ar N vada posmiem paralēlā slēgumā. Katra posma garums ir a, tātad $N = \frac{l}{a}$ **(0.5p)**, un kopējā pretestība figūrai (b) is $R_b = \frac{1}{N}\rho\frac{a}{S} = \rho\frac{a^2}{lS}$ **(0.5p)**. Tātad temperatūru starpību dalījums

ļaus mums noteikt vada kopējo garumu:

$$\frac{\Delta T_b}{\Delta T_a} = \frac{Q_b}{Q_a} = \frac{R_a}{R_b} = \frac{l^2}{a^2} \ \textbf{(1p)}$$

$$l = a\sqrt{\frac{\Delta T_b}{\Delta T_a}} = 0.1 \cdot \sqrt{\frac{180-20}{20.1-20}} = 4\,\mathrm{m} \ \textbf{(0.5p)}$$

(A.2) (1 punkts) Nosaki temperatūru T_c, ko sasniedza metāla plāksne (c)!

Atrisinājums:
Tā kā plāksnes blīvums ir vienāds ar vada blīvumu, vada kopējais tilpums ir vienāds ar plāksnes tilpumu. Tāpēc vada posmu kopējais šķērsgriezuma laukums gadījumā (b) ir vienāds ar plāksnes šķērsgriezuma laukumu **(0.5p)**. Tātad gadījums (c) ir ekvivalents gadījumam (b) – pretestības elementa garums un šķērsgriezuma laukums ir vienāds. Tātad plāksnes pretestība ir tāda pati, kāda tā bija pirms izkušanas un arī temperatūras izmaiņa būs tāda pati kā iepriekš, un $T_c = 180\,°\mathrm{C}$ **(0.5p)**.

(A.3) (2 punkti) Izkusušo plāksni varam izmantot, lai salīdzinātu vēl divas situācijas – tai varam sprieguma avotu pievienot otram pretējo malu pārim. Pievienojot to otram pretējam malu pārim uz tikpat ilgu laiku kā iepriekšējos gadījumos (un pieņemot, ka plāksnes sākotnējā temperatūra jau atkal ir T_0), tās beigu temperatūra bija $T_c' = 82.5\,°\mathrm{C}$. Nosaki plāksnes platumu b!

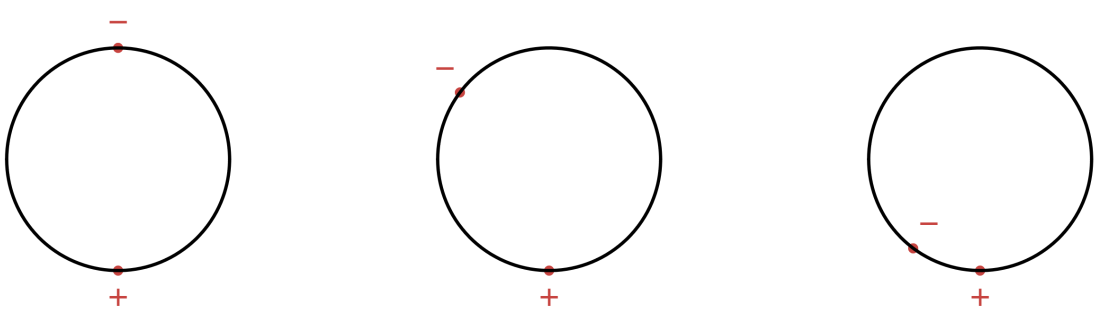
Atrisinājums:
Plāksnes pretestība, pieslēdzot spriegumu avotu pretējo malu pārim gadījumā (c), ir $R = \rho\frac{a}{S}$ **(0.5p)**, kur S ir plāksnes šķērsgriezuma laukums šajā virzienā. To varam izteikt, izmantojot plāksnes tilpumu: $S = V/a$ **(0.5p)**, tātad $R = \rho\frac{a^2}{V}$. Līdzīgi varam izteikt arī pretestību gadījumā, kad sprieguma avotus pieslēdzam otram pretējo malu pārim: $R' = \rho\frac{b^2}{V}$ **(0.5p)**. Līdzīgi kā pirmā jautājuma risinājumā elementa pretestību attiecību varam izteikt, izman-

tojot temperatūru starpību attiecību:

$$\frac{\Delta T}{\Delta T'} = \frac{R'}{R} = \frac{b^2}{a^2}$$

$$b = a\sqrt{\frac{\Delta T}{\Delta T'}} = 0.1 \cdot \sqrt{\frac{180 - 20}{82.5 - 20}} = 0.16\,\mathrm{m}\ \textbf{(0.5p)}$$

B. No metāla Y veidots vads ir izlocīts riņķa līnijas formā, tam trijos dažādos veidos pievienoja sprieguma avotu (skatīt attēlu zemāk). Šo vadu, pieslēgtu pie sprieguma avota trijos dažādos veidos, izmantoja kā sildelementu, lai uzvārītu ūdeni (visos trīs gadījumos ūdens daudzums bija vienāds). Vienā no gadījumiem ūdens sāka vārīties pēc $t_1 = 4\,\mathrm{min}$, otrā pēc $t_2 = 2\,\mathrm{min}$, bet trešajā pēc $t_3 = 8\,\mathrm{min}$. *Pieņemsim, ka visos gadījumos ūdens sākotnējā temperatūra bija vienāda, ka vads ūdenim nodod visu siltumu, kas tajā izdalās, un ka vada siltumietilpību varam neņemt vērā. Siltuma zudumus neņemt vērā.*



(a) (b) (c)

(B.1) (1 punkts) Nosaki, kurš no ūdens uzvārīšanās laikiem atbilda kuram sprieguma avota pieslēgšanas veidam!

Atrisinājums:

Vads starp sprieguma avota kontaktiem veido paralēlu slēgumu, tātad kopējo pretestību varam aprēķināt šādi:

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{\rho}{S}\frac{l_1 l_2}{l_1 + l_2}$$

kur R_1 un R_2 ir katra posma pretestība un l_1, l_2 ir katra posma garums. Tā kā vada kopējais garums nemainās, $l = l_1 + l_2$ ir vienāds visos gadījumos. Lai salīdzinātu pretestības, mums jāsalīdzina lielums

$$l_1 l_2 = l_1(l - l_1)$$

Šīs funkcijas maksimumu varam noteikt dažādos veidos, piemēram, uzzīmējot parabolas grafiku. To izdarot, iegūstam, ka pretestība ir vislielākā, ja $l_1 = l_2 = l/2$ **(0.5p)**, un tā samazinās, jo atšķirīgāki ir abu posmu garumi.

Ūdens uzvārīsies, ja jauda, ar kādu vadā izdalās siltums $P = U^2/R$ ir lielāka, tātad, ja pretestība ir mazāka. Tātad visilgākais laiks t_2 atbilst gadījumam (c), laiks t_1 atbilst gadījumam (b) un laiks t_3 atbilst gadījumam (a) **(0.5p)**.

(B.2) (2 punkti) Ja zināms, ka gadījumā (a) sprieguma avota kontakti atrodas diametrāli pretējos punktos, nosaki attiecību starp posmu, kuros vadu sadala sprieguma kontakti, garumiem gadījumos (b) un (c)!

Atrisinājums:

Tā kā ūdens daudzums visos gadījumos ir vienāds, laiks kādā ūdens sāks vārīties, ir proporcionāls vadā izdalītajai jaudai $P = U^2/R$ **(0.5p)**. Tātad pretestība gadījumā (b) ir 2 reizes mazāka nekā gadījumā (a) un pretestība gadījumā (c) ir 4 reizes mazāka nekā gadījumā (a). No iepriekšējā jautājuma zinām, ka pretestība ir proporcionāla lielumam $l_1(l - l_1)$, kur l_1 ir posma garums, kas savieno avota kontaktus **(0.5p)**. Tātad gadījumā (b)

$$2l_1(l - l_1) = \frac{l}{2}\frac{l}{2}$$

$$8\left(\frac{l_1}{l}\right)^2 - 8\frac{l_1}{l} + 1 = 0$$

$$\frac{l_1}{l} = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{4}$$

Šie divi atrisinājumi atbilst garākajam un īsākajam no diviem posmiem, kuros vadu sadala avota kontakti, tātad to attiecība ir $\frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$ **(0.5p)**.

Tieši šādu pašu risinājumu varam pielietot gadījumam (c), kur posmu garumi ir kvadrātvienādojuma risinājumi

$$16\left(\frac{l_1}{l}\right)^2 - 16\frac{l_1}{l} + 1 = 0$$

$$\frac{l_1}{l} = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{4}$$

Tātad posmu garumu attiecība ir $\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ **(0.5p)**.