



## Valsts izglītības satura centrs

Valņu iela 2, Rīga, LV-1050, tālr. 67216500, fakss 67223801, e-pasts: vis@visc.gov.lv. www.visc.gov.lv

### Fizikas Valsts 74. olimpiāde Otrā posma uzdevumi 10. klasei

#### 10-D Klibais svārsts (demonstrējums)

Video ar demonstrējumu var atrast: <https://youtu.be/B5u5ZlqryWE>

Lodīte iekārtā auklā, kuras gals iestiprināts nekustīgā stienī augstumā  $H$  virs lodītes. Aukla pieskaras otram nekustīgam stienim augstumā  $h$  virs lodītes. Eksperimentos A un B lodīti atvirza atšķirīgos leņķos no līdzvara stāvokļa un palaiž valā.

*Auklas masu, auklas niecīgo elastību un stieņu diametrus aprēķinos nav jāņem vērā.*

A. Vērojiet demonstrējumu A un atbildiet uz jautājumiem!

(A.1) (1 punkts) Kādā intervālā jābūt lodītes pacelšanās augstumam  $y_1$  virs līdzvara stāvokļa (atvirzot lodīti pirms palaišanas valā), lai lodīte kustētos kā vērojams eksperimentā A? Kādas izmaiņas eksperimenta norisē būtu vērojamas, nedaudz pārsniedzot noteikto pacelšanās intervālu?

#### Atrisinājums:

Lai varētu sākties un turpināties "klibās" svārstības, auklas kreisās pusēs novirze no līdzvara stāvokļa nedrīkst pārsniegt  $90^\circ$ . Tāpēc lodītes pacelšanās augstums pirms palaišanas labajā pusē nedrīkst pārsniegt augstumu  $h$  virs līdzvara stāvokļa augstuma. Apakšējo robežu nosaka vienkārši tas, ka lodīte ir kaut nedaudz jāatvirza, lai svārstības sāktos.

$$0 < y_1 \leq h$$

(Pamatojums: lodītes potenciālajai energijai augstākajos trajektorijas punktos abās pusēs no līdzvara stāvokļa jābūt vienādai, bet 1 punktu var piešķirt arī bez šī skaidrojuma).

Ja atvirzīšanas augstums vienā pusē pirms starta pārsniegtu augstumu  $h$ , tad otrā pusē drīz pēc šī augstuma sasniegšanas aukla vairs nebūtu nostiepta, lodīte sāktu krist, neveikusi pat vienu pilnu svārstību. (1 punkts)

(A.2) (2 punkti) Uzraksti formulu eksperimenta A svārstību frekvences aprēķināšanai. Paskaidro savu risinājuma gaitu!

**Atrisinājums:**

Ērtāk vispirms noteikt svārstību periodu un tad izmantot to, ka

$$f = \frac{1}{T}$$

”Klibo” svārstību periodu veido summa no matemātiskā svārsta ar auklas garumu  $H$  pusperioda un svārsta ar auklas garumu  $h$  pusperioda: (1 punkts)

$$T = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{H}{g}} + \frac{1}{2} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{h}{g}} = \pi \left( \sqrt{\frac{H}{g}} + \sqrt{\frac{h}{g}} \right)$$

$$f = \frac{1}{\pi \left( \sqrt{\frac{H}{g}} + \sqrt{\frac{h}{g}} \right)}$$

(1 punkts)

B. Vērojet demonstrējumu B un atbildiet uz jautājumiem!

- (B.1) (2 punkti) Kāpēc lodīte ap zemāko stieni riņķo arvien ātrāk? Vai tās lineārais ātrums palielinās katrā labās puses pusaplī? Kā? Kāpēc?

**Atrisinājums:**

Lodītes vidējais lineārais ātrums, ar kādu tā veic katru nākamo apli, paliek tāds pats. Taču auklas ap stieni neaptītais posms kļūst arvien īsāks, tāpēc aprīņķošanas periods samazinās, rotācijas frekvence un leņķiskais ātrums pieaug. (1 punkts)

Lodītes lineārais ātrums katrā labās puses pusaplī palielinās, bet kreisajā samazinās, jo uz lodīti darbojas smaguma spēks virzienā uz leju. Tāpēc apakšējā pusaplī vidējais ātrums ir lielāks nekā augšējā. Tā lineārais ātrums svārstās arvien ātrāk, bet svārstību amplitūda samazinās. (1 punkts)

- (B.2) (4 punkti) Kādā intervālā jābūt lodītes pacelšanās augstumam  $y_2$  virs līdzsvara stāvokļa (atvirzot lodīti pirms palaišanas valā), lai lodīte kustētos kā vērojams eksperimentā B? Atbildi pamato ar formulu izvedumu!

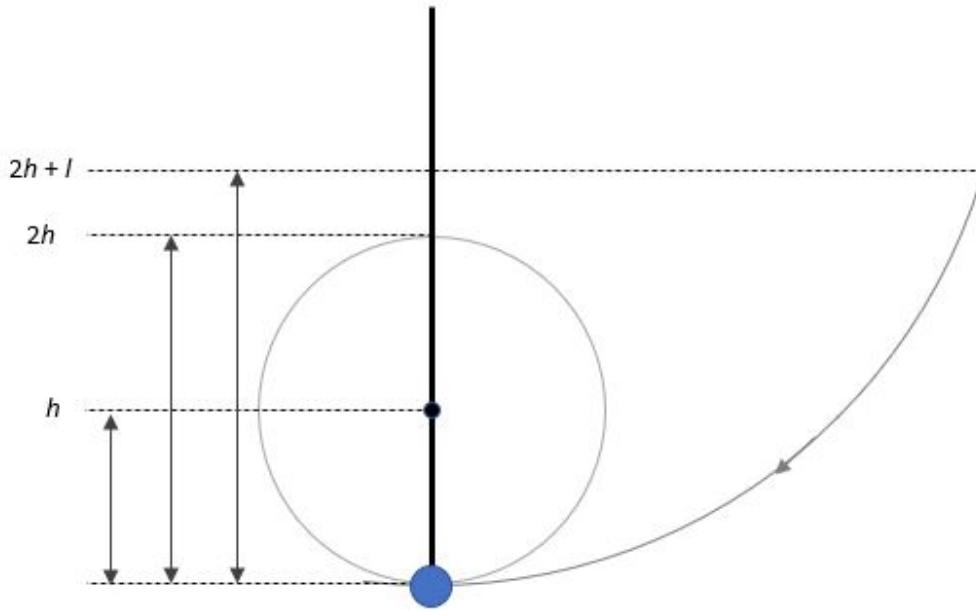
**Atrisinājums:**

Pirms palaišanas lodīte nedrīkst pārsniegt augstumu  $H$  virs līdzsvara stāvokļa, citādi tā sāks kustību ar kritienu; auklai vēlāk nostiepjoties, lodīte sāks nedaudz lēkāt kaut arī niecīgās, bet nezināmās elastības dēļ (uzdevuma nosacījumos nav dota, tāpēc precīzi paredzēt kustību nav iespējams).

Intervāla apakšējās robežas noteikšana ir sarežģītāka. Nepietiek ar to, ka pirmā rotācijas apla augstākajā punktā lodītei jāsasniedz augstums  $2h$ . (1 punkts)

Šajā punktā lodītes horizontāli vērstajam momentānajam ātrumam jābūt pietiekoši lielam, lai kustībai pa riņķa līnijas loku nepieciešamais centrītieces spēks nebūtu mazāks par lodītes

smaguma spēku. Centrīces paātrinājums  $a_c$  nedrīkst būt mazāks par lodītes brīvās krišanas paātrinājumu  $g$ . Citādi kustība pa riņķa līniju nemaz nenotiks, bet sāksies krišana. (1 punkts)



Robežgadījumā  $F_c = F_{sm}$ ;  $m \cdot a_c = mg$ ;  $a_c = g$

Pirms starta lodīte ir jāatvirza virs augstuma  $2h$  vēl vismaz par attālumu  $l$  un jāiegūst papildus potenciālā enerģija  $mgl$  ne mazāka par lodītei nepieciešamo kinētisko enerģiju riņķa līnijas augstākajā punktā  $\frac{mv^2}{2}$

Robežgadījumā

$$\frac{mv^2}{2} = mgl$$

$$\frac{v^2}{2} = gl$$

(1 punkts)

$$a_c = \frac{v^2}{h}$$

jo trajektorijas rādiuss ir  $h$ .

$$g = \frac{v^2}{h}$$

$$l = \frac{v^2}{2g} = \frac{v^2 h}{2v^2} = \frac{h}{2} = 0,5h$$

$$2,5h \leq y_2 \leq H$$

(1 punkts)

- (B.3) (1 punkts) Kādas atšķirības un kāpēc varētu vērot, ja lodītes atvirzīšanas laikā pirms palaišanas nedaudz nesasniegtu noteikto pacelšanās intervālu? Pa kādas formas trajektorijām lodīte kustētos kopš palaišanas brīža?

**Atrisinājums:**

Ja nedaudz nesasniegtu šo intervālu pirms lodītes starta, tad kreisajā pusē lodīte nesasniegtu arī augstumu  $2h$ , kaut arī pirms palaišanas būtu pacelta virs šāda augstuma. Kādā punktā starp augstumiem  $h$  un  $2h$  lodīte pārieta no kustības pa riņķa līniju uz slīpi pret horizontu sviesta ķermeņa kustību.

Tātad lodītes kustētos pa sekojošām trajektorijām: 1) riņķa līnijas loks ar rādiusu  $H$ ; 2) riņķa līnijas loks ar rādiusu  $h$  (pēc līdzvara punkta sasniegšanas); 3) parabola ar virsotni zem augstuma  $2h$ , tālāk vērojama nenoteikta lēkāšana. (1 punkts)

## 10-E Bumbiņa un lineāls (eksperiments)

### Darba materiāli un mērinstrumenti

- Bumbiņa;
- Lineāls;
- Papīra lapa.

A. Pēc iespējas precīzāk nosaki bumbiņas rādiusu!

(A.1) (1 punkts) Apraksti **procedūru** bumbiņas rādiusa noteikšanai!

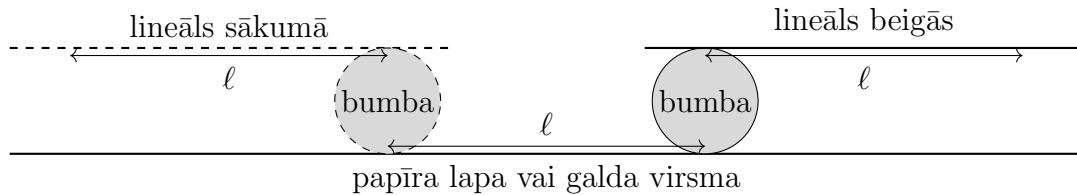
(A.2) (1 punkts) Veic mērijumus un aprēķini **bumbiņas rādiusu**!

(A.3) (1 punkts) Nosaki iegūtā bumbiņas rādiusa **kļūdu** jeb precizitāti!

#### Atrisinājums:

Bumbiņas rādiusu var noteikt veicot atzīmi uz bumbiņas. Tad paripinot bumbiņu vienu pilnu apgriezienu, lai atzīmētais punktiņš būtu tajā pašā virzienā, kā ripināšanas sākumā. Izmēri attālumu  $\ell$ , ko veica bumbiņa, starp šiem diviem stāvokļiem.

Tā kā lineāls ir caurspīdīgs, tad var bumbiņu ripināt pa balto papīru turot lineālu piespiestu pie bumbiņas. Tad var precīzi redzēt, kad uz bumbiņas uzzīmētais punkts ir precīzi uz augšu (pieskaras lineālam)



Bumbiņas rādiusu  $R$  izrēķinām no riņķa līnijas garuma formulas:

$$\ell = 2\pi R \quad \Rightarrow \quad R = \frac{\ell}{2\pi}$$

Galvenais kļūdu avots ir lineāla precizitāte. Kā lieluma  $\ell$  kļūdu var ņemt lineāla vienu iedaļu ( $\Delta\ell = 1 \text{ mm}$ ). Rādiusa kļūdu var aprēķināt pēc formulas  $\Delta R = \frac{\Delta\ell}{2\pi}$ .

Rezultātā iegūstam ( $\ell = (126 \pm 1) \text{ mm}$ ):

$$R = (20.05 \pm 0.16) \text{ mm}$$

Izmērot diametru ar bīdmēru iegūstam, ka rādiuss ir:

$$R_{\text{precīzais}} = (20.20 \pm 0.05) \text{ mm}$$

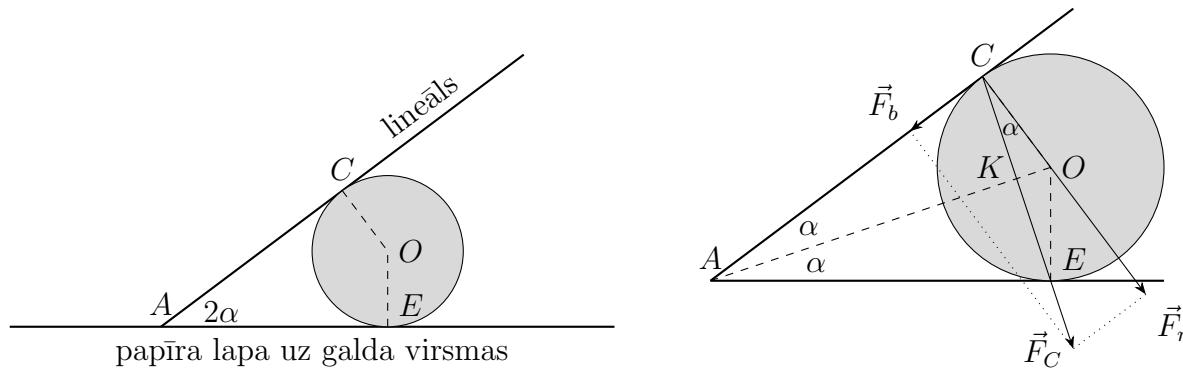
**Ieteikums vērtēšanai:**

- Ja ar aprakstīto metodi ir iespējams izmērīt bumbiņas rādiusu (1 punkts)
- Ja bumbiņas rādiuss ir norādītajā intervālā (1 punkts)
- Ja bumbiņas rādiuss nav norādītajā intervālā, bet ir 5% intervālā (0.5 punkti)
- Klūda ir  $\approx 0.16$  mm (1 punkts)
- Klūda nav  $\approx 0.16$  mm, bet klūdas aprēķins ir daļēji pareizs (0.5 punkti)

B. Pēc iespējas precīzāk nosaki berzes koeficientu starp bumbiņu un lineālu!

- (B.1) (4 punkti) Apraksti **procedūru** berzes koeficienta noteikšanai starp bumbiņu un lineālu!
- (B.2) (2 punkti) Veic mērijumus un aprēķini **berzes koeficientu** starp bumbiņu un lineālu!
- (B.3) (1 punkts) Nosaki iegūtā berzes koeficienta **klūdu** jeb precizitāti!

#### Atrisinājums:



Novieto papīra lapu uz galda. Pēc tam uzliek bumbiņu uz papīra lapas, bet lineālu uz bumbiņas. Ar pirkstu notur, ka viens lineāla gals vienmēr ir kontaktā ar papīru un atrodam lielāko leņķi  $2\alpha$ , pie kura šī sistēma ir stabila (skatīt attēlu augstāk).

Uz bumbiņu darbojas tikai 3 spēki: Papīrs iedarbojas uz bumbiņu punktā  $E$  (šo spēku var sadalīt normālajā reakcijas spēkā un berzes spēkā); lineāls uz bumbiņu iedarbojas punktā  $C$  (šo spēku var sadalīt normālajā reakcijas spēkā un berzes spēkā); un smaguma spēks punktā  $O$ . Apskatot spēka momentu līdzsvaru (bumbiņai) ap punktu  $E$  iegūstam, ka: visu spēku, kas pielikti punktā  $E$  nerada spēka momentu; arī smaguma spēks nerada spēka momentu ap punktu  $E$ , tāpēc arī spēkiem, kas pielikti punktā  $C$ , summā jādod spēka moments, kas vienāds ar 0. Tas nozīmē, ka  $C$  punktā pielikto spēku vektoriāla summa  $\vec{F}_C$  ir vērsta punkta  $E$  virzienā.

Spēku  $\vec{F}_C$  veido divas perpendikulāras komponentes: normālais virsmas reakcijas spēks  $\vec{F}_r$ , kas vēsta  $CO$  virzienā, un berzes spēks  $\vec{F}_b$ , kas vērstis  $CA$  virzienā ( $\vec{F}_C = \vec{F}_r + \vec{F}_b$ ). No līdzīgiem trijstūriem  $\Delta ACO$  un  $\Delta CKO$  (trijstūri ir līdzīgi, jo viens leņķis ir taisns un leņķis  $C$  ir kopīgs) iegūstam, ka arī leņķis  $\angle ECO = \alpha$ .

No iegūtā, varam aprēķināt, ka berzes koeficients:

$$\mu = \frac{F_b}{F_r} = \tan \alpha = \frac{|AO|}{|AC|} = \frac{R}{|AC|}$$

Atkārtojot mēriju mu 10 reizes katru reizi bumbiņu novietojot nedaudz citādi pagrieztu iegūstam, ka  $|AC| = (59 \pm 5)$  mm un berzes koeficients ir:

$$\mu = (0.353 \pm 0.035)$$

Ja berzes koeficients starp galda virsmu un bumbiņu ir mazāks nekā starp bumbiņu un lineālu, tad slīdēšana notiks punktā  $E$  un iegūtā vērtība būs mazāka nekā uzdevumā prasītā vērtība. Lai to novērstu, jāizmanto papīra lapa, pa kuru bumbiņa neslīd tik labi.

### Ieteikums vērtēšanai:

- Identificēts, ka liekot lineālu uz bumbiņas un veidojot šādā veidā leņķi ir iespējams noteikt berzes koeficientu (1 punkts)
- Identificēts, ka jālieto spēka momentu līdzsvars (1 punkts)
- Identificēts, ka bumbiņa nedrīkst slīdēt pa galdu (izmantots papīrs kā pretslīdes līdzeklis) (1 punkts)
- Pareizi izvesta sakarība berzes koeficiente noteikšanai (1 punkts)
- Iegūtā berzes koeficiente vērtība ir norādītajā intervālā (1 punkts)
- Veikti vairāki mēriji (0.2 punkti par katru mēriju (max 1 punkts))
- Klūdu intervālā ietilpst visi mēriji (ja mēriju skaits mazāks par 10) (1 punkts)

Lineāls nesākas no 0, bet ir nobīde  $\approx 4$  mm. Ja lineāls daudz svārstās, tad bumbiņas līdzsvara stāvoklis ir ievērojami tālāk par sagaidāmo. Uz bumbiņas ir uzdruka, kuras berzes koeficients, šķiet, ir nedaudz mazāks kā pārējai bumbiņai, bet nobīde nav būtiska.

### Piezīmes

- Uz bumbiņas drīkst veikt atzīmes ar pildspalvu, zīmuli vai flomāsteri.
- Eksperiments ir jūtīgs: pat neliela atšķirība garuma mēriju mos var novest pie ievērojamām atšķirībām aprēķināto lielumu vērtībās, — tāpēc rūpīgi pārdomā mēriju procedūru.
- Berzes koeficientu var ietekmēt netīrumi uz bumbiņas vai lineāla, kas tur var nonākt pieskaroties. Dažādās bumbiņas vietās berzes koeficients var būt atšķirīgs, tāpēc veic pietiekami daudz mēriju, lai iegūtu statistiku un vari novērtēt berzes koeficiente klūdu intervālu.