Valsts izglītības satura centrs

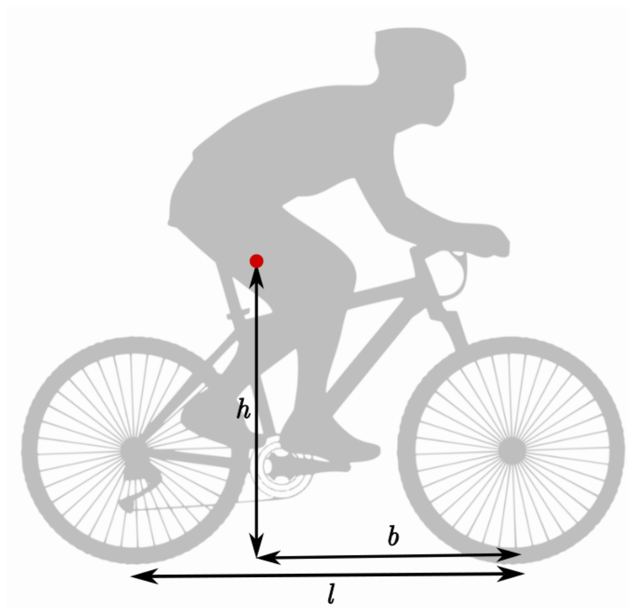
Valņu iela 2, Rīga, LV-1050, tālr. 67216500, fakss 67223801, e-pasts: vis@visc.gov.lv. www.visc.gov.lv

Fizikas Valsts 74. olimpiāde
Otrā posma uzdevumi 12. klasei

12-1 Divriteņa kustība

Šajā uzdevumā apskatīsim dažādus ar divriteņa kustību saistītus jautājumus.

Pieņemsim, ka divriteņa veido tikai divas daļas – rāmis un riepas. Spieķu, ķēdes, ātrumpārslēga, pedāļu un citu detaļu masu neņemsim vērā. Divriteņa riepu rādiuss ir $r = 30\,\text{cm}$, riepu biezumu neņemsim vērā. Katras riepas masa ir $m = 1.5\,\text{kg}$, rāmja masa ir $M_1 = 10\,\text{kg}$. Uz divriteņa sēž riteņbraucējs, kura masa ir $M_2 = 70\,\text{kg}$.



Divriteņa un riteņbraucēja kopējās sistēmas masas centrs atrodas $h = 80\,\text{cm}$ virs zemes un $b = 60\,\text{cm}$ no vertikālās taisnes, kas iet caur priekšējā riteņa saķeres punktu ar zemi. Attālums starp priekšējā un aizmugurējā riteņa saķeres punktiem ar zemi ir $l = 1\,\text{m}$.

Visās uzdevuma daļās neņemsim vērā ne gaisa pretestību, ne rites berzi, ne ķēdē vai citās detaļās radušos enerģijas zudumus.

A. Šajā uzdevuma daļā aplūkosim vienmērīgi paātrinātu divriteņa kustību.

   Divritenis ar riteņbraucēju vienmērīgi paātrinās no nekustīga stāvokļa līdz ātrumam $v = 20\,\text{km}\,\text{h}^{-1}$, tā laikā nobraucot attālumu $d = 10\,\text{m}$. Berzes koeficients starp virsmu un riepām ir pietiekams, lai šīs kustības laikā slīdēšana nenotiktu.

(A.1) (1 punkts) Aprēķini priekšējā riteņa inerces momentu (kg$\cdot$ m^2) (ap riteņa asi)!

(A.2) (0.5 punkti) Nosaki riteņbraucēja lineāro paātrinājumu a (m/s^2) aprakstītās kustības laikā!

(A.3) (0.5 punkti) Aprēķini kopējo berzes spēku (N) starp riepām un ceļa segumu, kas darbojās šīs kustības laikā!

(A.4) (0.5 punkti) Cik liels ir abu riteņu leņķiskais paātrinājums (rad/s^2), ja lineārais braucēja paātrinājums ir $a = 1\,\mathrm{m\,s^{-2}}$ (šī paātrinājuma vērtība var atšķirties no iepriekš iegūtās)?

(A.5) (1 punkts) Cik liels ir minimālais berzes koeficients starp riepām un zemi, lai braucēja paātrinājums varētu būt $a = 1\,\mathrm{m\,s^{-2}}$ (riepām neizslīdot)?

(A.6) (1 punkts) Aprēķini, cik procentus no divriteņa (kopā ar riteņbraucēju) kopējās kinētiskās enerģijas sastāda riteņu rotācijas kinētiskā enerģija!

B. Šajā uzdevuma daļā aplūkosim divriteņa kustību pa slīpu plakni.

(B.1) (1 punkts) Riteņbraucējs vienmērīgi brauc augšup pa slīpu plakni ar ātrumu $v = 7\,\mathrm{km\,h^{-1}}$. Slīpās plaknes leņķis ar horizontu ir $\theta = 10°$.

Nosaki braucēja pielikto jaudu P (W)!

(B.2) (0.5 punkti) Kā mainītos nepieciešamā jauda, lai vienmērīgi ar to pašu ātrumu brauktu augšup pa slīpu plakni, ja divriteņa riteņu inerces moments būtu 0?

- palielinātos
- nemainītos
- samazinātos

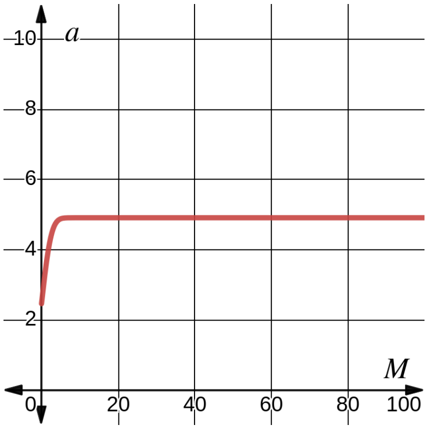
(B.3) (1 punkts) Lejup pa slīpu plakni gravitācijas ietekmē no nekustīga stāvokļa sāk kustēties 5 ķermeņi:

(a) homogēns cilindrs, ripojot;
(b) homogēns kubs, bez berzes slīdot;
(c) divritenis ar riteņbraucēju, riteņiem saglabājot saķeri;
(d) divriteņa riepa, ripojot;
(e) divritenis bez braucēja, riteņiem saglabājot saķeri.

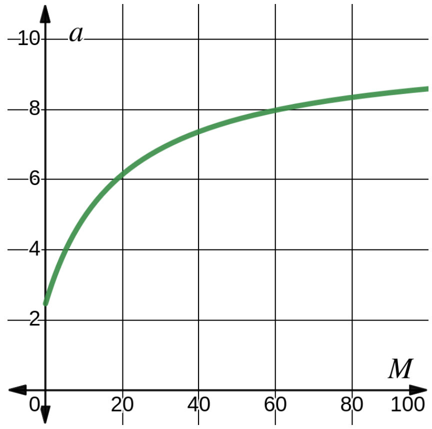
Divritenis un riepa pārvietojas neapgāžoties un riteņbraucējs nemin pedāļus.

Sakārto ķermeņus no lēnākā līdz ātrākajam, salīdzinot to paātrinājumus, kustoties lejup pa plakni!

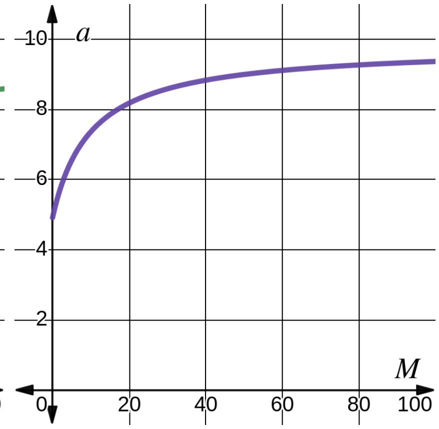
(B.4) (1 punkts) Līdzīgi kā iepriekšējā jautājumā, apskatīsim divriteni ar braucēju, kas gravitācijas ietekmē neminoties brauc lejup pa slīpu plakni, kuras leņķis ir $\theta = 30°$. Šajā jautājumā pieņemsim, ka abu riepu kopējā masa ir $m_{\mathrm{rot}} = 5\,\mathrm{kg}$, bet rāmja un braucēja kopējā masa ir M_{lin}. Izvēlies grafiku, kurā pareizi ieskicēta divriteņa paātrinājuma atkarība no M_{lin}! (Uz grafiku asīm masas mērvienība ir kg, paātrinājuma mērvienība ir $\mathrm{m\,s^{-2}}$.)



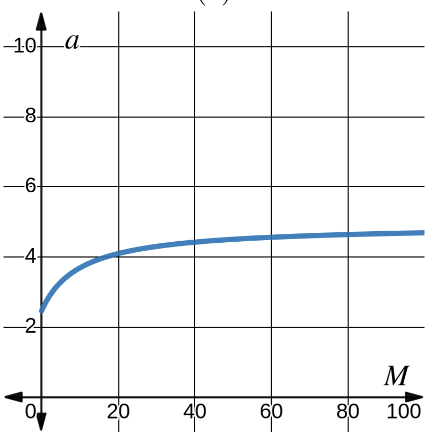
(a)



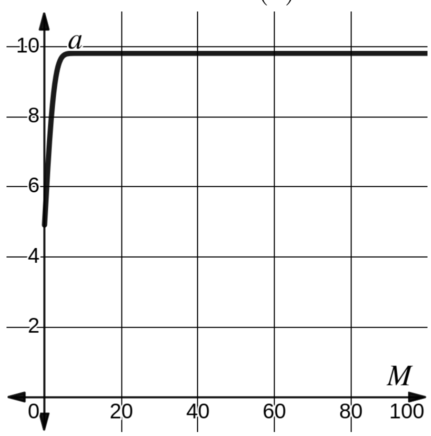
(b)



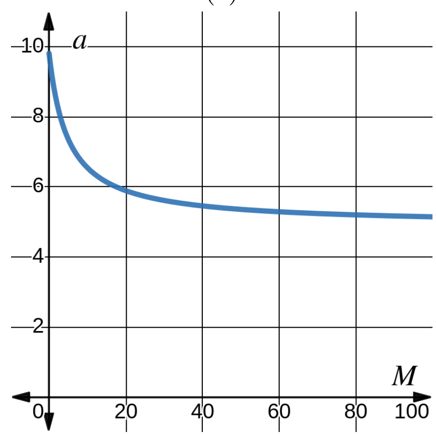
(c)



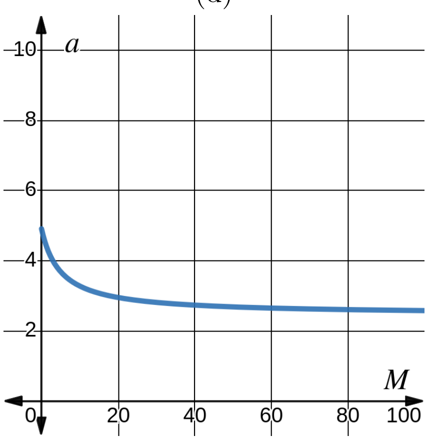
(d)



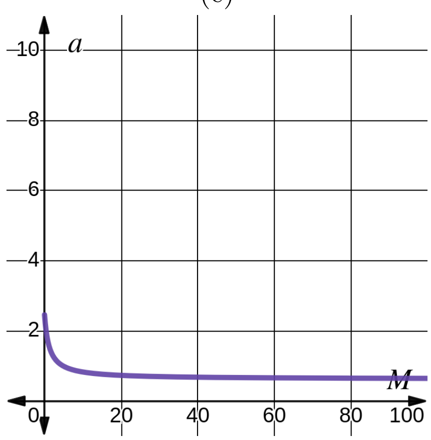
(e)



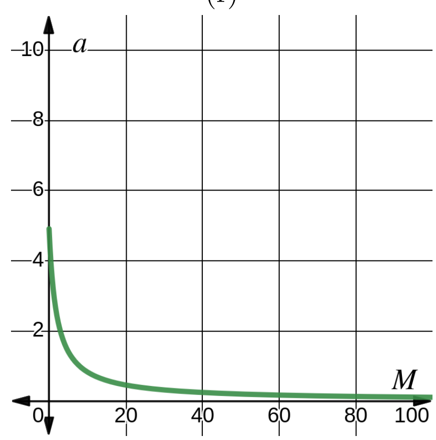
(f)



(g)



(h)



(i)

C. Šajā uzdevuma daļā aplūkosim ar bremzēšanu saistītus jautājumus.

(C.1) (1 punkts) Riteņbraucējs kustības laikā strauji nospiež gan priekšējās, gan aizmugurējās bremzes. Šeit pieņemsim, ka uzreiz pēc bremžu nospiešanas abi riteņi pārstāj griezties un riepu, rāmja un riteņbraucēja veidoto sistēmu varam uzstatīt par cietu ķermeni.

Aprēķini minimālo berzes koeficientu μ starp riteņiem un zemi, kas nepieciešams, lai aizmugurējais ritenis sāktu atrauties no zemes!

(C.2) (1 punkts) Tagad aplūkosim situāciju, kur riteņbraucējs izmanto tikai aizmugurējā riteņa bremzes. Viņš tās piespiež viegli, tāpēc šoreiz nevaram pieņemt, ka aizmugurējais ritenis uzreiz pēc bremžu nospiešanas pārstāj griezties. Riteņbraucējs vēlas apstāties pēc iespējas straujāk, bet izdarīt to tā, lai riteņi saglabātu saķeri ar zemi, tas ir, neizslīdētu. Statiskais berzes koeficients starp zemi un riteņiem ir $\mu = 0.5$ un abu riteņu inerces momentus uzskatīsim par nenozīmīgi maziem.

Nosaki maksimālo paātrinājumu a (m/s^2), kāds ir iespējams, riteņiem neizslīdot!

12-2 Galilejs un orbītas

Visuma izzināšanā neviens cilvēku radīts objekts nav aizgājis tik tālu no Zemes, kā kosmiskie aparāti Voyager 1 un Voyager 2 (turpmāk Ceļotājs 1 un Ceļotājs 2). Šīs zondes, kas bija palaistas 1977. gadā, vēl joprojām strādā, jau ir pārlidojušas pāri heliosfēras robežai, un nonākušas starpzvaigžņu telpā. Ir zināms, ka, lai izlidotu no Saules sistēmas, vajag pārvarēt Saules radīto gravitācijas lauku. To var izdarīt tikai pārsniedzot noteikto ātruma robežu, ko mēs uzdevuma tekstā sauksim par **Trešo kosmisko ātrumu**. Šajā uzdevumā mēs uzzināsim, kā var paātrināt kosmiskos aparātus izmantojot planētu gravitāciju jeb tā sauktos "gravitācijas manevrus".

Pieņemsim, ka Zeme kustās ap Sauli pa riņķveida orbītu, kuras rādiuss ir $r_{\text{Zeme}} = 1.50 \cdot 10^{11}\,\text{m}$, ka Saules masa ir $M_{\text{Saule}} = 1.99 \cdot 10^{30}\,\text{kg}$. Ir vērts zināt, ka starpību starp sākuma un beigu ātrumiem Δv aparātam, kas paātrinās izmantojot reaktīvo kustību var aprakstīt ar Ciolkovska vienādojumu

$$\Delta v = U \cdot \ln\left(1 + \frac{m_{\text{degviela}}}{m_0}\right), \tag{4}$$

kur U ir gāzu izplūdes ātrums, kas izlido no raķetes dzinēja, izmērīts attiecībā pret raķeti, m_{degviela} ir paātrināšanai iztērētā degvielas masa un m_0 ir aparāta masa pēc paātrinājuma pabeigšanas. Ir noderīgi atcerēties, ka aparātam, kas atrodas Saules gravitācijas laukā piemīt potenciāla enerģija

$$E_{\text{pot}} = -G\,\frac{M_{\text{Saule}} \cdot m_{\text{aparāts}}}{r}, \tag{5}$$

kur $m_{\text{aparāts}}$ ir kosmiskā aparāta masa, r ir attālums no Saules centra līdz kosmiskajam aparātam un $G = 6.67 \cdot 10^{-11}\,\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ ir gravitācijas konstante.

A. Pieņemsim, ka savu lidojumu Ceļotājs uzsāk, riņķojot pa orbītu ap Sauli ar tādu pašu rādiusu kā Zemes orbītai $r_0 = r_{\text{Zeme}}$, aparāta lietderīga masa (tas pats, kas beigu masa) ir $m_0 = 750\,\text{kg}$, un no aparāta dzinēja izejošo gāzu ātrums ir $U = 2.0 \cdot 10^3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

(A.1) (1 punkts) Cik liels ir aparāta ātrums v_0 attiecībā pret Sauli sākuma laika brīdī pirms dzinēju ieslēgšanas?

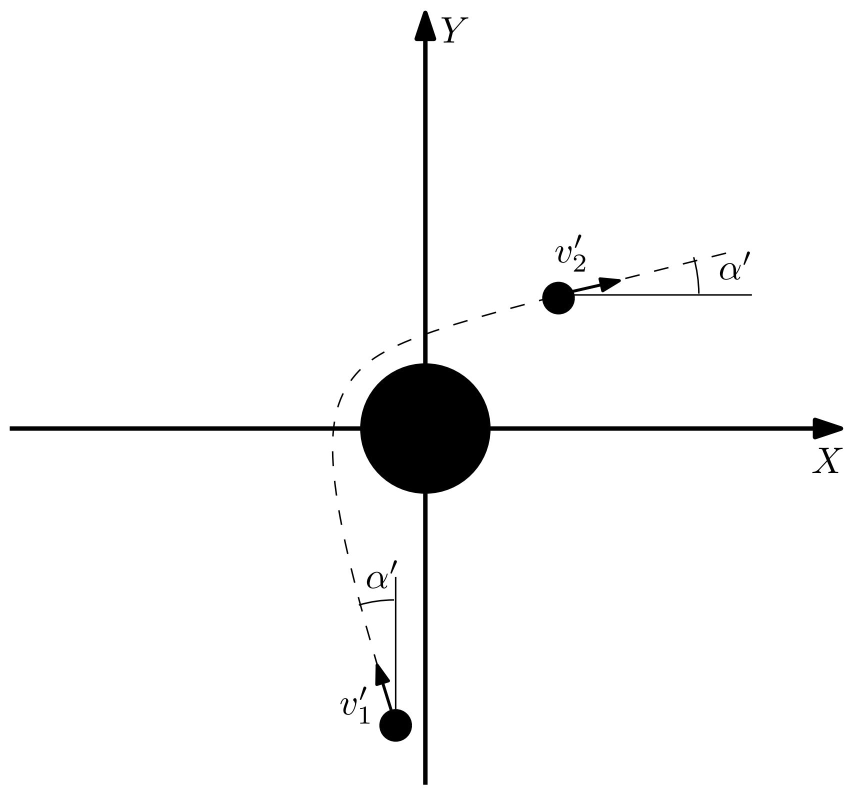
(A.2) (1 punkts) Cik liels ir nepieciešamais minimālais ātrums $v_{\text{trešais}}$ aparātam, kas atrodas attālumā r_0 no Saules, lai izlidotu no Saules sistēmas?

(A.3) (1 punkts) Cik liela ir minimālā degvielas masa m_{degviela}, kas ir jāpatērē Ceļotājam, lai sasniegtu $v_{\text{trešais}}$? (Pieņemt, ka paātrinājums ir pietiekami liels, lai varētu ignorēt kustību pa orbītu). Pieņemiet, ka $v_{\text{trešais}} = 4.50 \cdot 10^4\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ un $v_0 = 3.00 \cdot 10^4\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$. (vērtības var atšķirties no iepriekš izrēķinātā).

B. Bet, par laimi, degvielas dedzināšana nav vienīgais veids, kā paātrināt aparātus līdz $v_{\text{trešais}}$. Izmanto arī metode, kuru sauc par **gravitācijas manevru**.

Iedomāsimies vienkāršotu gravitācijas manevra modeli, kurā mūsu Ceļotājs tuvojas masīvai planētai. Šajā modelī ir svarīgas divas atskaites sistēmas: saistīta ar planētu un saistīta ar Sauli. Ar Sauli saistītā atskaites sistēmā planēta kustās ar ātrumu $V = 1.5 \cdot 10^4\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ pozitīvajā X ass virzienā (Y ass ir vērsta prom no Saules), savukārt ar planētu saistītā atskaites sistēmā X un Y ass virzieni ir tie paši kā iepriekš, bet planēta ir nekustīga un atrodas koordinātu sistēmas centrā. Lielumus ar planētu saistītā atskaites sistēmā mēs apzīmēsim ar "prim" simbolu, piemēram, v' norāda uz to, ka šis ir ātrums attiecībā pret **planētu**, savukārt v norāda to pašu ātrumu attiecībā pret **Sauli**.

Šīs uzdevuma daļas jautājumos jūs varat pieņemt, ka uz Ceļotāju iedarbojas tikai gravitācijas spēks no masīvas planētas. Ir zināms, ka Ceļotājs tuvojas planētai ar ātrumu (sākuma un beigu ātrumi tiek mērīti pietiekami tālu no planētas, lai tās gravitācijas efekti būtu tik mazi, ka tos varētu neņemt vērā), kurš ir vienāds ar $v_1' = 5.0 \cdot 10^3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ un kura vektors veido leņķi $\alpha = 30°$ ar Y asi planētas atskaites sistēmā. Mūsu aparāta orbītas parametri tika izvēlēti tā, lai aparāta ātruma vektors attālumā, kad planētas gravitācijas efekti jau ir neievērojami (pēc planētas pārlidošanas) v_2' (planētas atskaites sistēmā) būs **perpendikulārs** pēc virziena un vienāds pēc moduļa ar sākuma ātruma vektoru v_1' (skat. Attēlu 1).



Attēls 2

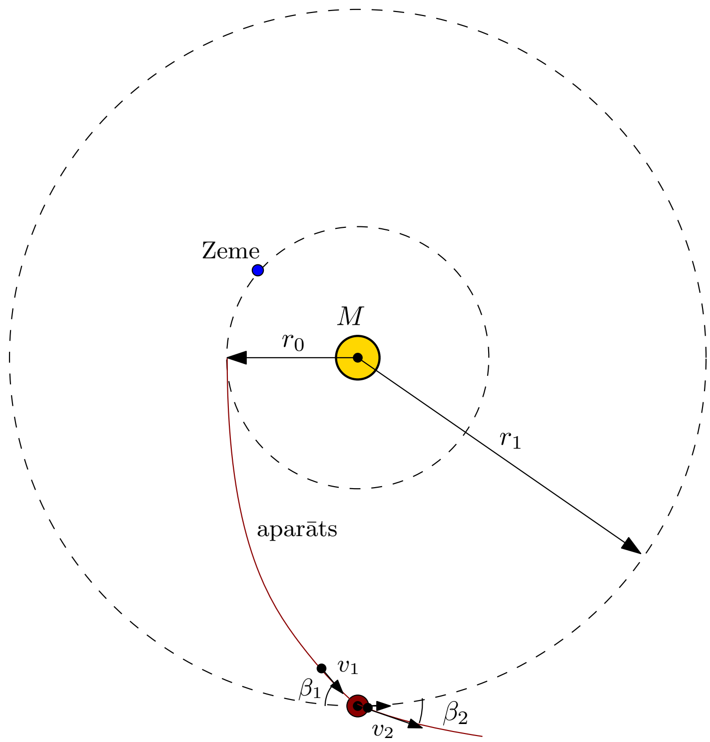
(B.1) (1 punkts) Cik lielas ir Ceļotāja sākuma ātruma vektora projekcijas uz X un Y asīm v_{1X} un v_{1Y} ar Sauli saistītā atskaites sistēmā. Cik liels ir aparāta sākuma ātruma modulis $|v_1|$ attiecībā pret Sauli?

(B.2) (1 punkts) Ar ko būs vienāds leņķis, ko ātruma vektors v_1 veido ar **pozitīvo** Y **ass virzienu** ar Sauli saistītajā atskaites sistēmā?

(B.3) (1 punkts) Cik liela ir ātruma v_2 absolūtā vērtība, ar kuru aparāts, pēc planētas pārlidojuma (kad aparāts ir pietiekami tālu, lai planētas gravitācijas efektus varētu neņemt vērā), lidos prom no tās, ar Sauli saistītajā atskaites sistēmā?

(B.4) (1 punkts) Ar ko būs vienāds leņķis α_1, ko aparāta beigu ātrums veido ar **pozitīvo** X **asi**, ar Sauli saistītajā atskaites sistēmā?

C. Tagad apskatīsim, kā Ceļotājs varētu izmantot gravitācijas manevru, lai ietaupītu degvielu. Pieņemsim, ka Ceļotājs uzsāk savu lidojumu no riņķveida orbītas, kuras rādiuss sakrīt ar Zemes orbītu ap Sauli. Tad aparāts ieslēdz dzinējus, un tā ātrums kļūst vienāds ar $v_0 = 4.0 \cdot 10^4 \, \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ un ir vērsts tieši pa pieskari riņķveida orbītai. Pēc kāda laika aparāts sasniedz masīvu planētu, kas atrodas attālumā $r_1 = 3.0 \cdot 10^{11}$ m no Saules un veic gravitācijas manevru ar sākuma leņķi β_1 ar Sauli saistītā atskaites sistēmā (skat. 2. attēlu).



Attēls 3

(C.1) (1 punkts) Cik liels būs aparāta ātrums v_1, brīdī tieši pirms gravitācijas manevra (aparāts ir pietiekami tālu no planētas, lai tās gravitāciju varētu neņemt vērā, tomēr $r_{\text{līdz planētai}} << r_1$)?

(C.2) (1 punkts) Cik lielu leņķi β_1 aparāta ātruma vektors v_1 veido ar **pozitīvo** X **ass virzienu** ar Sauli saistītajā atskaites sistēmā tieši pirms gravitācijas manevra? Pieņemt, ka $v_1 = 2.975 \cdot 10^4 \, \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ un aparāta $v_0 = 4.207 \cdot 10^4 \, \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, ($r_{\text{līdz planētai}} << r_1$) .

(C.3) (1 punkts) Vai tas, vai aparāts varēs izlidot no Saules sistēmas, ir atkarīgs no beigu leņķa β_2?

- Nē, atkarīgs tikai no beigu ātruma absolūtās vērtības.
- Nē, atkarīgs tikai no beigu ātruma absolūtās vērtības un lidaparāta masas.
- Jā, varēs izlidot tikai, ja izpildīsies šāds nosacījums: $\dfrac{(v_2 \cdot \cos(\beta_2))^2}{2} > \dfrac{G \cdot M_{\text{Saule}}}{r_1}$
- Jā, varēs izlidot tikai, ja izpildīsies šāds nosacījums: $\dfrac{(v_2 \cdot \sin(\beta_2))^2}{2} > \dfrac{G \cdot M_{\text{Saule}}}{r_1}$
- Jā, varēs izlidot tikai, ja izpildīsies šāds nosacījums: $\dfrac{(v_2 \cdot \cos(\beta_2))^2}{2} > \dfrac{G \cdot M_{\text{Saule}} \cdot m}{r_1}$
- Jā, varēs izlidot tikai, ja izpildīsies šāds nosacījums: $\dfrac{(v_2 \cdot \sin(\beta_2))^2}{2} > \dfrac{G \cdot M_{\text{Saule}} \cdot m}{r_1}$

- Jā, varēs izlidot tikai, ja izpildīsies šāds nosacījums: $\frac{(v_2 \cdot \tan(\beta_2))^2}{2} > \frac{G \cdot M_{\mathrm{Saule}} \cdot m}{r_1}$
- Jā, varēs izlidot tikai, ja izpildīsies šāds nosacījums: $-\frac{(v_2 \cdot \cot(\beta_2))^2}{2} > \frac{G \cdot M_{\mathrm{Saule}} \cdot m}{r_1}$

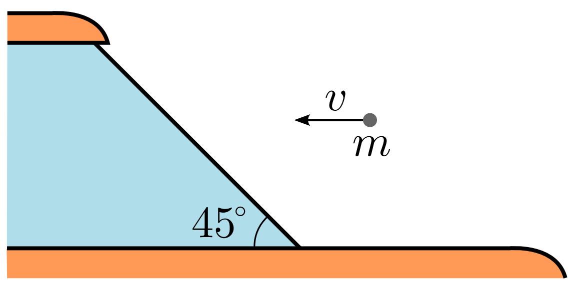
12-3 Rūdīts stikls

Rūdītu stiklu bieži izmanto tur, kur ir paaugstināta iespēja, ka stikls plīsīs. Viens šāds piemērs, kur rūdīts stikls tiek plaši izmantots, ir automašīnu vējstikli. Lai stiklu rūdītu, tas tiek termiski apstrādāts, kā rezultātā konkrētos stikla slāņos tiek ieviests mehāniskais spriegums. Mehāniskā sprieguma rezultātā rūdītam stiklam ir divas noderīgas mehāniskās īpašības.

Pirmkārt, tam ir paaugstināta izturība pret mazu plaisu augšanu. Tādēļ ir mazāka iespēja, ka stikls plīsīs, piemēram, sadursmē ar mazu akmentiņu. Otrkārt, kad rūdīts stikls spēcīgas sadursmes rezultātā tomēr sāk plīst nekontrolēti, tas saplīst daudz, daudz mazos gabalos nevis lielās lauskās. Cilvēkam, saskaroties ar maziem stikla gabaliem, ir mazāka iespēja savainoties, nekā saskaroties ar lielām, asām stikla lauskām. Tāpēc rūdīti stikli ir drošāki.

Šajā uzdevumā aplūkosim stikla plīšanas un rūdīšanas procesus.

A. **Elastīga sadursme.** Divas automašīnas brauc pa grants ceļu ar ātrumu $u = 60\,\mathrm{km/h}$. Priekšējās mašīnas aizmugurējā riepa uzrauj gaisā mazu akmentiņu ar masu $m = 10\,\mathrm{g}$. Šis akmentiņš trāpa pa aizmugurējās mašīnas vējstiklu un absolūti elastīgi pret to atsitas. Tieši pirms sadursmes, akmentiņš kustējās paralēli zemei pretēji braukšanas virzienam ar ātrumu $v = 5\,\mathrm{m/s}$. Automašīnas vējstikls ar zemi veido $45°$ lielu leņķi (skatīt Att. 4).



Attēls 4: Akmentiņš pirms sadursmes ar vējstiklu.

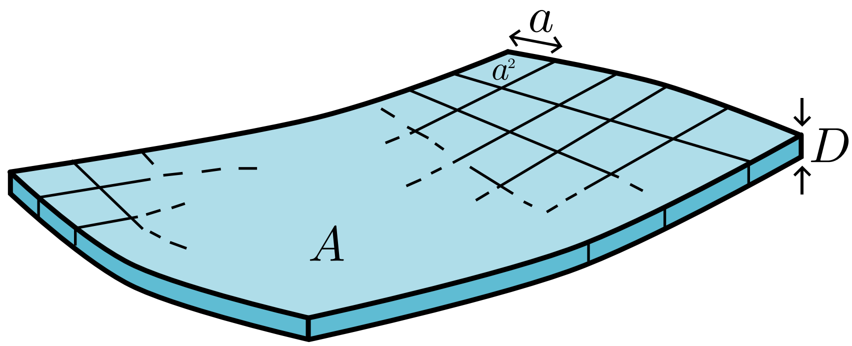
(A.1) (1 punkts) Cik lielá leņķī pret horizontu kustēsies akmentiņš pēc sadursmes ar vējstilku?

B. **Neelastīga sadursme.** Tagad aplūkosim gadījumu, kur akmentiņš saduras ar vējstiklu neelastīgi, un stikls saplīst. Trauslu materiālu plīšanu var aprakstīt, izmantojot ideju par virsmas enerģiju, γ. Kad materiāls plīst, gar katru plaisu tiek izveidotas divas jaunas virsmas. Tā kā plīšanas procesā tiek sarautas ķīmiskās saites, šo virsmu izveidei ir nepieciešama enerģija. Ja kopējais jaunizveidoto virsmu laukums ir S, tad kopējā enerģija, kas bija nepieciešama plīšanas procesā, ir $E = \gamma S$.

Stikla virsmas enerģija ir $\gamma = 281\,\mathrm{mJ/m^2}$.

Pa horizontālu ceļu brauc automašīna, kas atšķiras no iepriekšējā uzdevumā aplūkotās automašīnas. Tās vējstikls ir plakans, bet neregulāras formas. Vējstikla laukums ir $A = 2.6\,\mathrm{m^2}$, biezums $D = 5.0\,\mathrm{mm}$, bet perimetrs $P = 8.2\,\mathrm{m}$.

Mašīnai braucot, pa vējstiklu trāpa akmentiņš ar masu $m = 1\,\mathrm{g}$. Šoreiz sadursme notiek neelastīgi – akmentiņš zaudē daļu kinētiskās enerģijas, kas tiek novirzīta plaisu augšanai uz vējstikla. Pēc sadursmes vējstikls saplīsa vairākās vienāda izmēra, aptuveni kvadrātiskās lauskās (attiecīgi, ja katras lauskas laukums ir a^2, tad tās perimetrs ir $4a$). Visas plaisas iet cauri pilnam vējstikla biezumam (skatīt att. 5), jeb visas lauskas ir biezumā D.



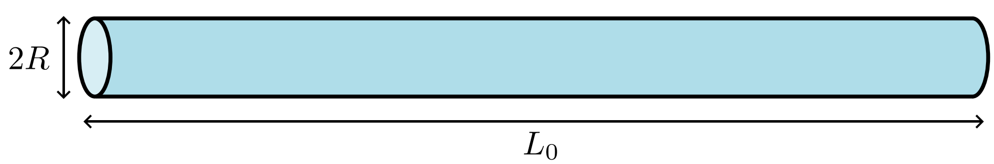
Attēls 5: Vējstikls ar pāris iezīmētām plaisām.

(B.1) (1 punkts) Automašīna pa ceļu pārvietojas ar ātrumu $u = 60\,\mathrm{km/h}$. Tieši pirms sadursmes, akmentiņš kustējās paralēli zemei pretēji braukšanas virzienam ar ātrumu $v = 5.6\,\mathrm{m/s}$. Taču pēc sadursmes akmentiņš palika iesprūdis stiklā (kustējās kopā ar automašīnu). Cik daudz enerģijas (mJ) tika novirzītas plaisu augšanai uz vējstikla sadursmes rezultātā?

(B.2) (1 punkts) Pieņem, ka sadursmes rezultātā $E = 42.1\,\mathrm{mJ}$ enerģijas tiek novirzītas plaisu augšanai (šī vērtība var atšķirties no iepriekš iegūtās!). Cik lauskās saplīsa vējstikls sadursmes rezultātā?

C. **Termiskā apstrāde.** Pirms ķeramies klāt pie stikla rūdīšanas, apskatīsim vienkāršākus termiskās apstrādes procesus.

Tieva, gara cilindriska stikla nūjiņa ar šķērsgriezuma rādiusu $R = 3.0\,\mathrm{mm}$ ir uzkarsēta līdz temperatūrai $T_1 = 600\,^\circ\mathrm{C}$. Tad, stikla nūjiņa tiek nogriezta garumā $L_0 = 50\,\mathrm{cm}$ un atdzesēta līdz istabas temperatūrai $T_0 = 20\,^\circ\mathrm{C}$.



Attēls 6: Stikla nūjiņa

Stikla termiskās izplešanās koeficients ir $\alpha = 8.5 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1}$, silumietilpība, $c = 840\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$, bet blīvums $\rho = 2300\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$.

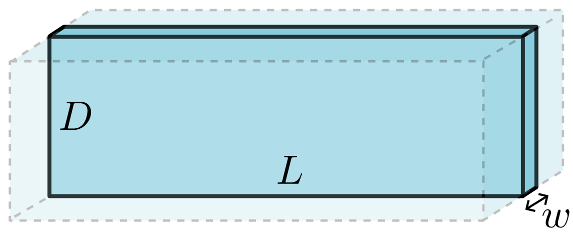
(C.1) (1 punkts) Par kādu garumu ΔL (mm) mainījās stikla nūjiņas garums atdzišanas rezultātā? Norādi pozitīvu ΔL vērtību, ja stikla nūjiņa izpletās, bet negatīvu, ja sarāvās!

(C.2) (1 punkts) Cik ilgā laikā (min) stikla nūjiņa atdzisīs līdz istabas temperatūrai, ja no tās siltums tiek aizvadīts ar konstantu jaudu $P = 24\,\mathrm{W}$? *Piezīme: iekšējās enerģijas izmaiņu stikla nūjiņas garuma maiņas rezultātā var ignorēt.*

D. **Stikla rūdīšana**

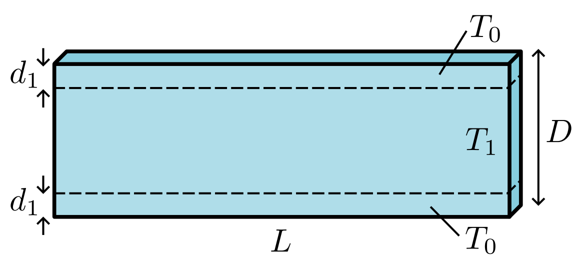
Šajā uzdevuma daļā atgriezīsimies pie stikla plāksnēm, un aplūkosim rūdīšanas procesus. Lai tās rūdītu, stikla plāksnes tiek termiski apstrādātas tā, ka tajās tiek apzināti ieviests mehāniskais spriegums.

Sastiepuma spēku ir sarežģīti aplūkot trīsdimensionālos materiālos. Tāpēc kā modeli apskatīsim tikai stikla plāksnes šķērsgriezumu, kā parādīts att. 7—plāksnes biezums ir $D = 5.00\,\mathrm{mm}$, garums L, bet pats šķērsgriezums ir ļoti plāns: $w = 0.01\,\mathrm{mm}$ ($w \ll D \ll L$).



Attēls 7: Stikla plāksnes šķērsgriezums

Lai iegūtu rūdītu stiklu, lielas stikla plāksnes (ar garumu lielāku par L) vispirms tiek apstrādātas augstā temperatūrā, kur stikls ir plūstošs: $T_1 = 600\,°\mathrm{C}$. Tad, ārējie slāņi tiek strauji dzesēti ar gaisa vai ūdens plūsmu tā, ka abas puses stikla plāksnei dziļumā d_1 tiek atdzesētas līdz istabas temperatūrai, $T_0 = 20\,°\mathrm{C}$. Šīs apstrādes laikā, stikla plāksnes iekšpuse saglabā nemainīgu temperatūru T_1. Tāpēc ārējie slāņi spēj sarauties/izplesties līdz savam līdzsvara garumam.



Attēls 8: Rūdītas stikla plāksnes šķērsgriezums

Kad ārējie slāņi ir sasnieguši savu līdzsvara garumu, stikla plāksne tiek nogriezta garumā $L_0 = 150\,\mathrm{cm}$ un tiek strauji atdzesēta. Dzesēšanas procesā visi slāņi saglabā savstarpēji vienādu garumu (kas var atšķirties no L_0).

Tā kā šajā modelī $D \ll L$, tad var pieņemt, ka visi sastiepuma spēki darbojas gareniski (tas ir, paralēli šķērsgriezuma malai ar garumu L). Tāpat pieņem, ka iekšēji katrā slānī sastiepuma spēki ir homogēni (vienādi visos konkrētā slāņa punktos). Nobeidzot, vari pieņemt, ka termiskā izplešanās paralēli malām ar garumiem D un w ir nenozīmīga un to var ignorēt (tas ir, slāņu termiskā izplešanās vai saraušanās notiek tikai paralēli malai ar garumu L).

Šeit un turpmāk ar σ ir apzīmēts mehāniskais spriegums. Pozitīvs σ apzīmē saspiedumu, bet negatīvs – sastiepumu. Ar ε apzīmēts relatīvais pagarinājums – ja objekts, kura līdzsvara garums ir L_0 tiek izstiepts līdz garumam L, tā relatīvais pagarinājums ir $\varepsilon = (L - L_0)/L_0$.

Iespējams, uzdevumā noderīgas sekojošās sakarības. Mehāniskais spriegums σ un relatīvais pagarinājums ϵ ir saistīti caur Junga moduli E kā $\sigma = \varepsilon E$. Mehāniskā sprieguma izraisītais spēks ir vienāds ar $F = \sigma A$, kur A ir laukums uz kuru darbojas mehāniskais spriegums.

Stikla termiskās izplešanās koeficients ir $\alpha = 8.5 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1}$.

(D.1) (0.5 punkti) Kad pēc šīs termiskās apstrādes viss stikls ir atdzesēts, kāds ir mehāniskā sprieguma stāvoklis, σ_1, ārējos slāņos?

a. Abi ārējie slāņi ir sastiepumā $\sigma_1 < 0$
b. Abi ārējie slāņi ir saspiedumā $\sigma_1 > 0$
c. Abi ārējie slāņi ir līdzsvara garumā $\sigma_1 = 0$
d. Viens no ārējiem slāņiem ir sastiepumā, otrs saspiedumā $\sigma_1 < 0 < \sigma_1'$
e. No dotās informācijas nevar noteikt

(D.2) (0.5 punkti) Kad pēc šīs termiskās apstrādes viss stikls ir atdzesēts, kāds ir mehāniskā sprieguma stāvoklis, σ_2, iekšējā slānī?

a. Iekšējais slānis ir sastiepumā $\sigma_2 < 0$
b. Iekšējais slānis ir saspiedumā $\sigma_2 > 0$
c. Iekšējais slānis ir līdzsvara garumā $\sigma_2 = 0$
d. No dotās informācijas nevar noteikt

(D.3) (1 punkts) Kurš vai kuri nosacījumi noteikti izpildās, ja viss šķērsgriezums pēc atdzesēšanas ir līdzsvarā (tas ir, bez ārējas iedarbības šķērsgriezuma garums L' nemainās)?

a. Visiem slāņiem ir pēc moduļa vienāds mehāniskais spriegums, $|\sigma_1| = |\sigma_2|$.
b. Mehāniskais spriegums ārējos slāņos ir vienāds ar nulli, $\sigma_1 = 0$.
c. Mehāniskais spriegums visos slāņos ir vienāds ar nulli, $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$.
d. Visiem slāņiem ir pēc moduļa vienāda relatīvā deformācija, $|\varepsilon_1| = |\varepsilon_2|$.
e. Relatīvā deformācija visos slāņos ir vienāda ar nulli, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$.
f. Visiem slāņiem ir pēc moduļa vienāda absolūtā deformācija no to līdzsvara garuma.
g. Kopējais visu slāņu sastiepuma izraisītais spēks ir vienāds ar nulli.
h. Ārējos slāņos glabātā sastiepuma enerģija ir vienāda ar iekšējā slānī glabāto sastiepuma enerģiju.
i. Ārējos slāņos glabātā sastiepuma enerģija ir vienāda ar nulli.

(D.4) (1 punkts) Termālās apstrādes procesā ārējie slāņi tiek atdzesēti biezumā $d_1 = 0.5\,\mathrm{mm}$ (attiecīgi iekšējā slāņa biezums ir $d_2 = D - 2d_1 = 4.0\,\mathrm{mm}$). Par kādu garumu ΔL atšķiras šķērsgriezuma līdzsvara garums L' no L_0?

(D.5) (1 punkts) Ja ārējo slāņu biezums d_1 ir ievērojami mazāks nekā kopējais stikla biezums D, tad lielākā daļa sastiepuma enerģijas ir glabāta tieši ārējos slāņos (sastiepuma enerģiju iekšējajā slānī var ignorēt). Šajā uzdevuma daļā pieņemsim, ka ārējo slāņu biezums ir $d_1 = 0.01\,\mathrm{mm}$. Zināms, ka pēc plāksnes atdzesēšanas ārējo slāņu relatīvais sastiepums ir vienāds ar $\varepsilon_1 = 4.91 \cdot 10^{-3}$. Cik liels ir vidējais mehāniskās enerģijas blīvums, u $(\mathrm{J/m^3})$, pa visu stiklu? (*Piezīme: rēķinot vidējo enerģijas blīvumu, vari pieņemt, ka vidējā slānī mehāniskās enerģijas blīvums ir tuvu nullei.*)

Stikla Junga modulis ir $E = 20\,\mathrm{GPa}$.

E. **Neelastīga sadursme ar rūdītu stiklu.**

Tagad aplūkosim stikla plīšanas procesu rūdītā stiklā. Pa grants ceļu brauc automašīna ar rūdītu vējstiklu. Vējstikls ir konstantā biezumā D, un tajā glabājas sastiepuma enerģija ar vidējo enerģijas blīvumu $u = 48\,\mathrm{J\,m^{-3}}$. Pa vējstiklu trāpa mazs akmentiņš un vējstikls salūst daudz mazās vienāda izmēra kvadrātiskās stikla lauskās ar malas garumu a. Visas plaisas iet cauri pilnam vējstikla biezumam, jeb visas lauskas ir biezumā D.

Pēc plīšanas vējstiklā vairs neglabājas sastiepuma enerģija, jo, stiklam saplīstot vairākās mazās daļās, tajā glabātais mehāniskais spriegums tiek atbrīvots. Šajā gadījumā plaisu augšanu veicina vējstiklā glabātā sastiepuma enerģija u. Var pieņemt, ka kopējā stiklā glabātā sastiepuma enerģija ir ievērojami lielāka par to, ko stikls absorbē sadursmē ar akmentiņu. Visa sastiepuma enerģija tiek virzīta plaisu augšanai.

Stikla virsmas enerģija ir $\gamma = 83.4\,\mathrm{mJ/m^2}$.

(E.1) (1 punkts) Cik liels ir katras lauskas malas garums a (mm)?