Valsts izglītības satura centrs
NACIONĀLAIS ATTĪSTĪBAS PLĀNS 2020
EIROPAS SAVIENĪBA
Eiropas Sociālais fonds
IEGULDĪJUMS TAVĀ NĀKOTNĒ

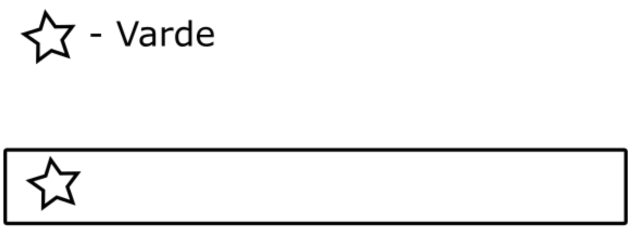
Projekta numurs: 8.3.2.1/16/I/002

Nacionāla un starptautiska mēroga pasākumu īstenošana izglītojamo talantu attīstībai

Fizikas valsts 72. olimpiāde
12. klase

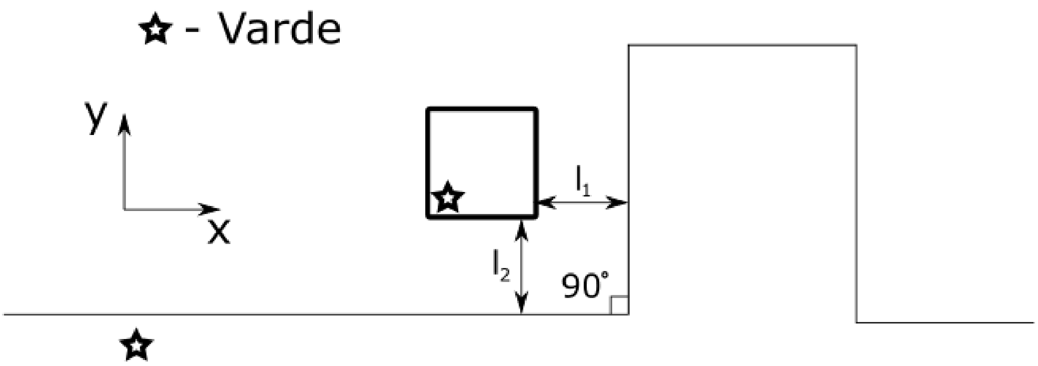
12 – 1 Varde

A Mazā varde, kuras masa ir m, sēž uz dēļa viena gala, kas peld dīķī. Dēļa garums ir d, bet masa ir M.



Vienā brīdī varde lec ar ātrumu v leņķī θ pret horizontu un piezemējas dēļa otrā galā. Berzes spēkus dēlim attiecībā pret ūdeni un vardei pret gaisu neņemt vērā. Ar kādu ātrumu v attiecībā pret nekustīgo dēli vardei bija jālec? Dēļa kustību vertikālā virzienā neievērot! **(3 p)**

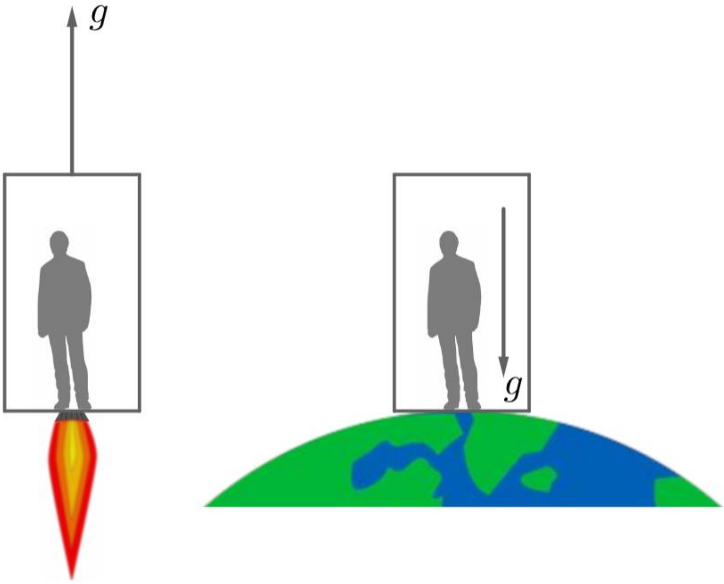
B Varde sēž kvadrāta dēļa vienā stūrī. Dēlis peld dīķī. Dēļa mala ir $d = 0.5$ m. Dēļa otrā mala atrodas attālumā $l_1 = 20$ cm no piestātnes un attālumā $l_2 = 20$ cm no krasta (skat. zīmējumu).



Varde lec 45 grādu leņķī pret horizontu no sākumā nekustīgā dēļa līdz piestātnes tuvākajam punktam paralēli krastam. Cik ilgā laikā dēlis pēc vardes aizlekšanas veiks vienu pilnu apgriezienu? Dēļa masa ir $M = 0.5$ kg un vardes masa ir $m = 0.1$ kg. Berzes spēkus dēlim attiecībā pret ūdeni un vardei pret gaisu neņemt vērā. Dēļa inerces moments ir $I = 2.08 \cdot 10^{-2}$kg·m^2. **(3 p)**

C Šajā uzdevumā ir jāizmanto rezultāti no iepriekšējā punkta (B).
Otrā varde no krasta, kad dēļa centrs atrodas vistuvāk tai, sāk lēcienu 45 grādu leņķī pret horizontu un trāpa dēļa centrā. Kāds būs dēļa centra ātrums pēc tam, kad varde piezemēsies? Berzes spēkus dēlim attiecībā pret ūdeni un vardei pret gaisu neņemt vērā. **(4 p)**

Viens no vispārīgās relativitātes teorijas pamatprincipiem ir *ekvivalences princips*. Tas saka, ka ķermeņa paātrinājums brīvā telpā nav atšķirams no paātrinājuma, ko tas "izjūt", esot nekustīgam gravitācijas laukā.



Ja objekta masa ir m, un tā gravitācijas potenciālā enerģija ir U, tad sakām, ka tas atrodas gravitācijas potenciālā $\Phi = U/m$. Zemes gravitācijas potenciāls ir $\Phi = -GM/r$, kur M ir Zemes masa un r ir attālums līdz Zemes centram.

Apskatīsim torni, kura augstums ir z, homogēnā gravitācijas laukā, kura brīvās krišanas paātrinājums ir g. Fotons ar frekvenci f tiek izstarots torņa pakājē un ceļo uz augšu. Torņa augšā detektors izmēra fotona frekvenci kā $f + \Delta f$.

A Pēc ekvivalences principa varam uzskatīt, ka uztvērējs torņa augšā paātrinās prom no starojuma avota ar paātrinājumu g. Pierādi, ka

$$\Delta f = -f\frac{\Delta\Phi}{c^2} \qquad (\ast)$$

kur $\Delta\Phi$ ir gravitācijas potenciāla starpība starp torņa pakāji un augšu. **(2.5 p)**

B Šo pašu rezultātu ($\ast$) iegūst pieņemot, ka fotons ir klasiska daļiņa, kam piemīt "gravitācijas masa" m_γ. Tad fotona kinētiskā enerģija ir hf. Izmantojot enerģijas saglabāšanās likumu, aprēķini m_γ. **(1.5 p)**

Vienādojumu ($\ast$) var arī interpretēt tā, ka fotona frekvence mainās, jo laiks rit lēnāk, zemākā potenciālā. Tātad pulkstenis torņa pakājē pēc ilga laika atpaliks no identiska pulksteņa torņa augšā.

C Pēc cik ilga laika pulkstenis uz zemes virsmas atpaliks no globālās pozicionēšanās sistēmas (GPS) pulksteņa par sekundi Zemes gravitācijas dēļ? Zināms, ka GPS satelīti apriņķo Zemi pa riņķveida orbītu tieši divas reizes diennaktī. Zemes rādiuss ir 6357 km un gravitācijas paātrinājums uz tās virsmas ir 9.81 m/s^2. **(6 p)**

Šo efektu ir svarīgi ņemt vērā, lai nodrošinātu precīzu GPS darbību.

Šajā uzdevumā mēs apskatīsim vienkāršotu modeli atomu kodoliem. Visi kodoli sastāv no nukloniem (protoniem un neitroniem), ko kopā satur stiprais kodolspēks. Kodola atomskaitlis Z ir tā kopējais protonu skaits, neitronu skaitlis N ir tā kopējais neitronu skaits un kodola masas skaitlis A = Z + N ir tā kopējais nuklonu skaits.

Starp nukloniem pastāv lokalizēts, taču ļoti stiprs spēks, kura īpašības virspusīgi ir līdzīgas spēkiem starp nesaspiežama šķidruma daļiņām. Šo līdzību izmantosim, lai modelētu kodolus - visa šī uzdevuma garumā pieņem, ka kodols sastāv no nuklonu veidota nesaspiežama šķidruma, kurš pieņem lodveida piliena formu.

A Ja protonu un neitronu rādiuss ir R_0, atrodi kodola ar masas skaitli A rādiusu R. **(1 p)**

B Lai raksturotu kodolreakciju enerģētiku, ir vērtīgi ieviest ideju par kodola saites enerģiju. Kodola saites enerģija E_{sait} (A,Z) ir kopējā enerģija, kas jāpievada kodolam, lai kodolu sadalītu to veidojošajos nuklonos. Nozīmīgākais (taču ne vienīgais) šīs enerģijas avots ir stiprā kodolspēka veidotās saites starp blakus esošiem nukloniem. Ir skaidrs, ka šī enerģija E_{kod} (A) būs proporcionāla kopējam nuklonu skaitam A, taču nukloniem, kuri atrodas uz kodola virsmas, būs mazāk kaimiņu, tātad pastāv arī virsmas spraigumam līdzīga enerģija, kas ir proporcionāla $A^{2/3}$. Kopējo no kodolspēka nākošo enerģiju varam uzrakstīt kā

$$E_{kod}(A) = a_t A - a_v A^{2/3}$$

kur eksperimentālās vērtības šīm konstantēm ir $a_t = 15.8\ \text{MeV}$ un $a_v = 18.3\ \text{MeV}$. Šajā vienādojumā a_t raksturo ar tilpumu saistīto saišu enerģiju, savukārt a_v raksturo ar virsmu saistīto enerģijas samazinājumu un $1\ \text{MeV} = 1.602 \times 10^{-13}$ J ir kodolreakcijām raksturīga enerģijas skalas vienība.

Ja saites enerģija būtu noteikta tikai no stiprā kodolspēka (t.i. $E_{sait}(A,Z) = E_{kod}(A)$), kuri kodoli dabā būtu stabili? **(2 p)**

C Ir zināms, ka protoni ir pozitīvi lādēti ar lādiņu $e = 1.60 \times 10^{-19}$ C, savukārt neitroni ir neitrāli. Protoni viens no otra elektriski atgrūžas un tā rezultātā padara kodolu nestabilāku, samazinot tā saites enerģiju. To varam aprakstīt ar formulu $E_{prot}(A,Z) = -a_p Z^\alpha A^\beta$, kur α, β un a_p ir nezināmas konstantes.
Izmantojot faktu, ka lodes ar rādiusu R, kas homogēni uzlādēta ar lādiņu Q, elektrostatiskā enerģija ir

$$E_{ele} = \frac{3}{5}\frac{kQ^2}{R}$$

kur $k = 8.99 \times 10^9\ \text{Nm}^2/\text{C}^2$ ir Kulona konstante, atrodi pakāpes α un β.

Ja nuklonu rādiuss ir $R_0 = 1.25 \times 10^{-15}$ m, aprēķini koeficientu a_p, izsakot savu atbildi MeV. **(2 p)**

D Iespējams eksperimentāli novērot, ka stabilākajos kodolos protonu un neitronu skaits ir aptuveni vienāds. Lai šo faktu izskaidrotu, nepieciešams kvantu mehānisks kodola modelis, taču varam to ņemt vērā mūsu enerģijas formulā, pievienojot tai "simetrijas" locekli

$$E_{sim}(A,Z) = -a_s \frac{(A-2Z)^2}{A}$$

kur $a_s = 23.2$ MeV. Apvienojot iepriekšējos punktos aprakstītos efektus, iegūstam formulu

$$E_{sait}(A,Z) = E_{kod}(A) + E_{prot}(A,Z) + E_{sim}(A,Z) \qquad (*)$$

D1 Atrodi $^{238}_{92}U$ kodola (kurš sastāv no 92 protoniem un 146 neitroniem) masu. Protona masa ir $m_p = 938\ \mathrm{MeV/c^2}$ un neitrona masa ir $m_n = 940\ \mathrm{MeV/c^2}$, kur $c = 2.998 \times 10^8\ \mathrm{m/s}$ ir gaismas ātrums. Izsaki savu atbildi atommasas vienībās $u = 1.661 \times 10^{-27}$ kg. **(2 p)**

D2 Izmantojot formulu (*), pierādi, ka stabilākajam elementam ar atommasu A būs neitronu/protonu attiecība

$$\frac{N}{Z} \approx 1 + \frac{a_p}{2a_s} A^{2/3}$$

(3 p)