Valsts izglītības satura centrs

NACIONĀLAIS ATTĪSTĪBAS PLĀNS 2020

EIROPAS SAVIENĪBA
Eiropas Sociālais fonds

IEGULDĪJUMS TAVĀ NĀKOTNĒ

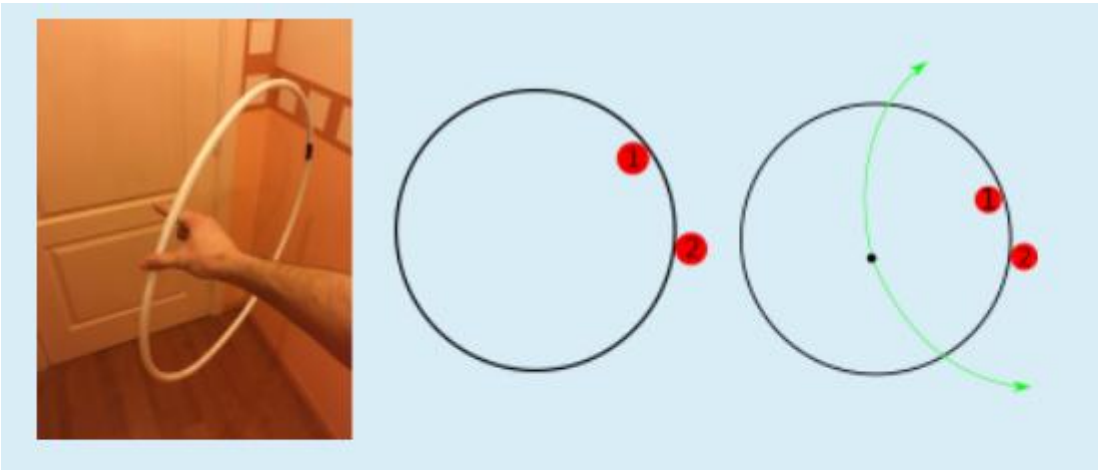
Projekta numurs: 8.3.2.1/16/I/002

Nacionāla un starptautiska mēroga pasākumu īstenošana izglītojamo talantu attīstībai

Fizikas valsts 70. olimpiāde
Trešā posma uzdevumi 11. klasei

11 – 1 Rotācija

Ievēro mērvienības, kādās jāizsaka atbildes. Dažus uzdevuma apakšpunktus var risināt neatkarīgi no pārējiem.



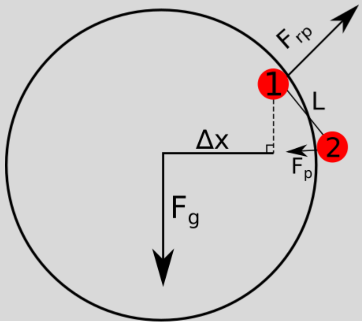
Vingrošanas riņķis ir plaši pielietots instruments sporta aktivitātēs, taču tas sevī slēpj interesantus fizikas konceptus, par kuriem mēs mēdzam neaizdomāties. Dotajā situācijā, sportists vēlas kustināt riņķi tikai ar diviem pirkstiem. Lai labāk izprastu situāciju, aplūkosim to shematiski. Attēlā pa vidu sarkanais punkts (1) ir rādītājpirksts, bet sarkanais punkts (2) ir īkšķis. Uzdevumā uzskatīsim, ka rādītājpirksts nepārvietojas telpā, un ka lielais riņķis rotē tieši ap šo pirkstu (tā, kā parādīts attēlā pa labi), kā arī attālums starp pirkstu pieskāršanās punktiem visa uzdevuma laikā paliek nemainīgs un vienāds ar L (arī brīdī, kad riņķis tiek rotēts). Uzskatīt, ka berzes spēki dotajā situācijā ir nenozīmīgi mazi, un tos var neņemt vērā. Dotā riņķa masa ir m un tā rādiuss ir R, brīvās krišanas paātrinājums ir g, riņķa inerces momentu aprēķina pēc formulas $I = m R^2$.

1.

A. Dotajā uzdevumā, apraksti visus spēkus, kas darbojas uz sistēmu līdzsvara stāvoklī, kā arī paskaidro, kuri spēki rada griezes momentu ap rādītājpirkstu aprakstītajā situācijā. **[1.5 p]**

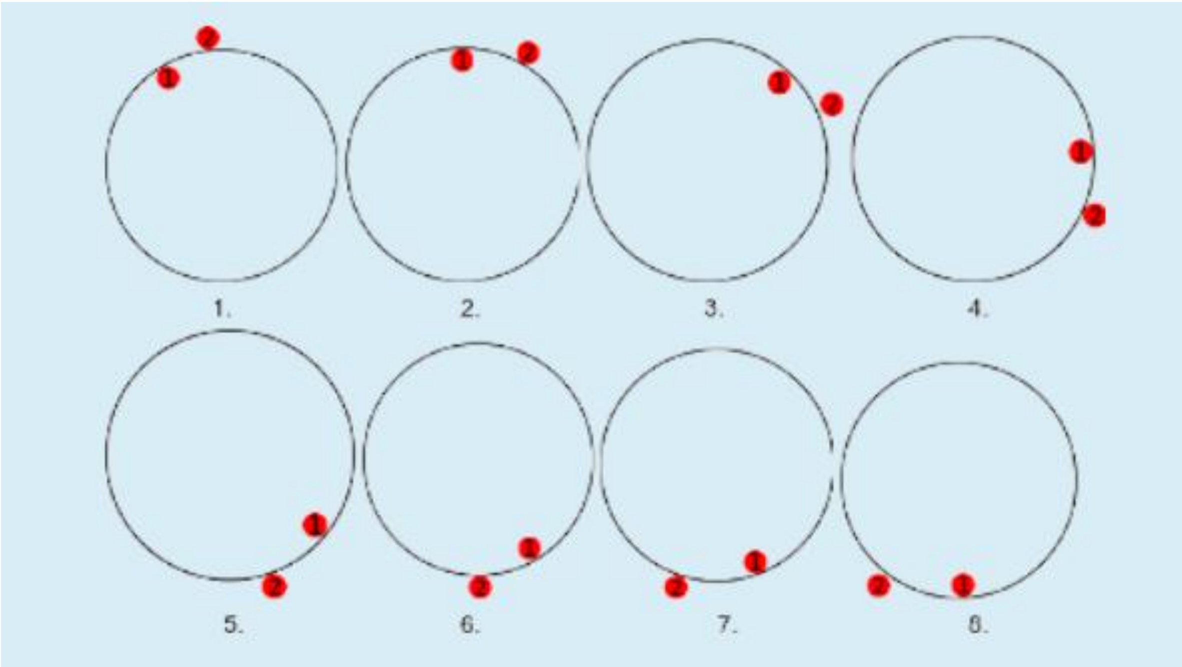
Dotajā situācijā darbojas tikai trīs spēki: Fg, kas ir riņķa gravitācijas spēks, kurš darbojas no riņķa masas centra, kurš atrodas riņķa centrā. Fp, kas ir īkšķa reakcijas spēks un spiež uz riņķi no ārpuses. Frp, kas ir rādītājpirksta reakcijas spēks, kas spiež uz riņķi no tā iekšpuses.

Griezes momentu var radīt spēki, kuri iedarbojas uz sistēmu ne tās rotācijas asī. Gan gravitācijas spēks, gan īkšķa reakcijas spēks iedarbojas uz sistēmu ne rotācijas ass punktā, līdz ar to tie rada griezes momentu ap rādītājpirkstu. Rādītājpirksta reakcijas spēks iedarbojas tieši rotācijas asī, līdz ar to tas nerada griezes momentu.



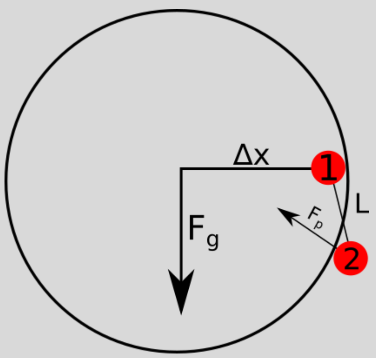
2.

B. Ļoti lēni kustinot īkšķi, riņķis kustas no augšas uz leju (kā norādīts attēlā ar zaļo bultiņu), kādā konkrētā brīdī uz īkšķi riņķis iedarbosies ar lielāku spēku. No piedāvātajām bildēm izvēlies to, kura raksturo situāciju, kad riņķis uz īkšķi iedarbosies ar vislielāko spēku **[0.5 p]**, un pamato, kāpēc tas būs tieši šajā brīdī **[0.5 p].**



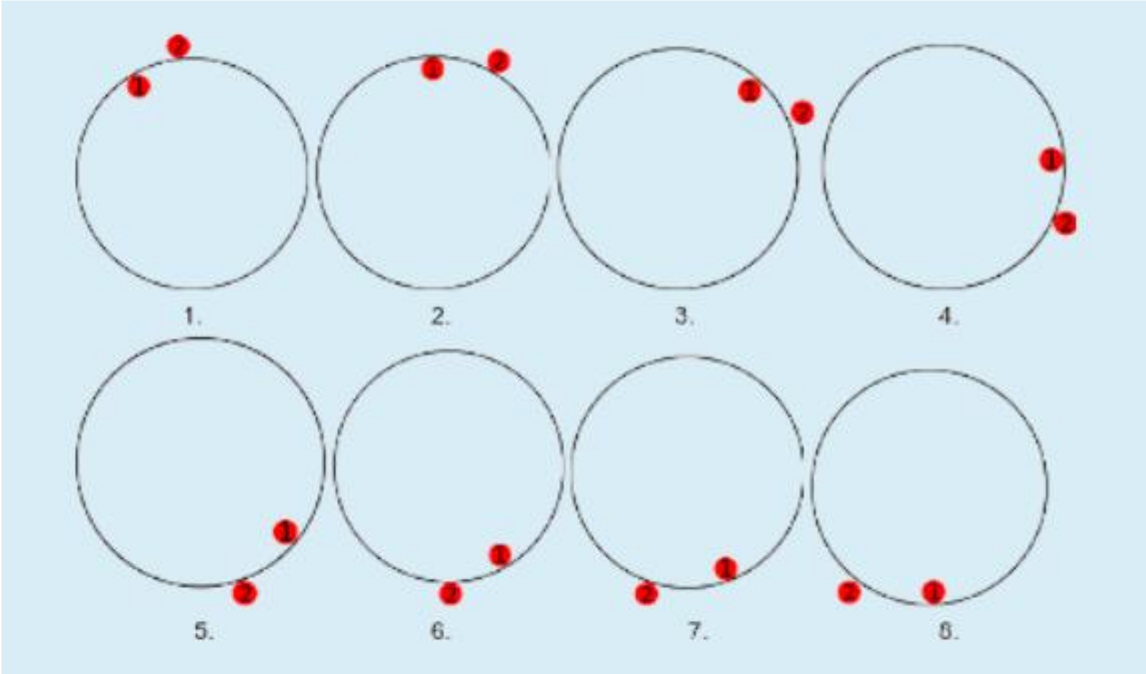
Tā kā riņķi mēs pārvietojam ļoti lēnām, drīkstam uzskatīt, ka sistēma katrā brīdi ir statiska un nav nekompensēta spēka un griezes momenta, kas radītu paātrinājumu. Tā kā sistēma ir līdzsvarā, arī griezes momenti ir līdzsvarā. Tā kā uz sistēmu darbojas tikai 2 griezes momenti ap rādītājpirkstu, kuri ir pretēji, tiem jābūt līdzsvarā, tātad brīdī, kad gravitācijas spēka radītais griezes moments būs vislielākais, tad arī īkšķa radītais griezes moments būs vislielākais. Tā kā attālums starp īkšķi un sistēmas rotācijas centru (rādītājpirkstu), kā arī leņķis starp spēka virzienu un virzienu starp pirkstiem paliek nemainīgs, tad vislielākais griezes moments būs brīdī, kad reakcijas spēks īkšķim būs vislielākais.

Vislielākais griezes moments būs brīdī, kad attālums no riņķa masas centra līdz rotācijas asij būs vislielākais. (4 attēls)

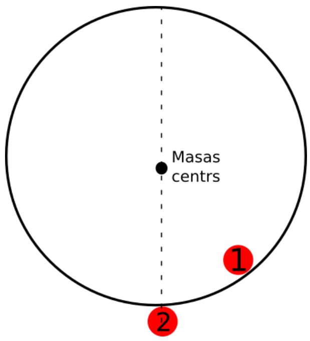


3.

C. Par diapazonu sauksim visus stāvokļus, kuri (nemainot attālumu starp pirkstiem) ir iespējami tā, lai abi pirksti pieskartos riņķim. Kāds ir kontrolēta riņķa pagriešanas diapazons? No piedāvātajām bildēm izvēlies tās, kura raksturo situāciju, kad tiek sasniegtas diapazona robežas **[1 p]**, un paskaidro, kas notiek šajās situācijās **[1 p]**.

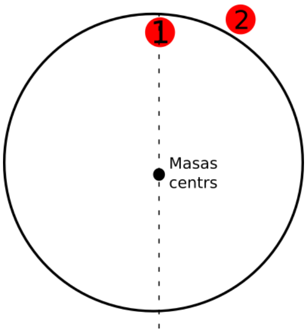


Augšēja robeža: (6. attēls)



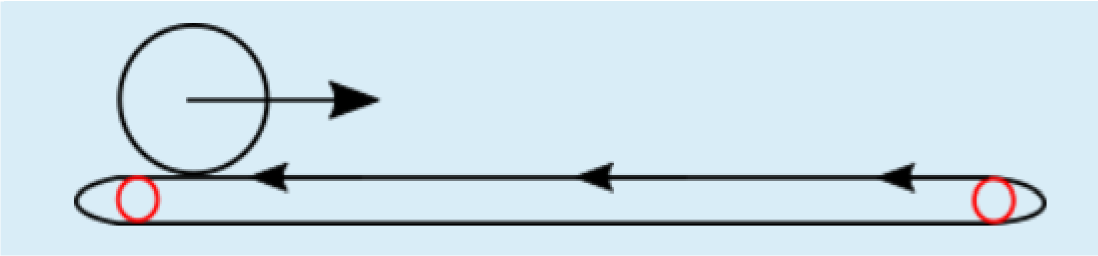
Augšējā robeža būs brīdī, kad masas centrs atradīsies tieši virs īkšķa, jo, ja tas pabīdītos kaut nedaudz tālāk, vairs neeksistētu spēks, kas radīt pretēju griezes momentu gravitācijas spēkam, un riņķis nekontrolēti grieztos

Zemākais punkts: (2 attēls)



Zemākais punkts būs brīdī, kad masas centrs atradīsies uz vienas taisnes ar rādītājpirkstu. Šī ir zemākā robeža, jo nav neviena griezes momenta, kas varētu pārvietot riņķi pa labi.

4. Šajā uzdevumā aplūkosim situāciju, kurā riņķis ripo. Dotajā situācijā ir skrejceliņš, kura virsma kustas vienmērīgi ar ātrumu 1 m/s. Uz šī paklājiņa, pretēji tā kustības virzienam, tiek iegrūsts vingrošanas riņķis ar kādu ātrumu tā, ka tas **sākumā nerotē**, bet gan slīd. Pēc kāda brīža tas sāks brīvi rotēt. Riņķa un celiņa berzes koeficients ir $\mu = 0{,}2$, brīvās krišanas paātrinājums $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.



A. Pēc cik ilga laika riņķis brīvi rotēs, ja tā sākuma ātrums ir 1 m/s (pretēji celiņa ātrumam)? **[2 p]**

Atbilde: t = ☐ s

Lai vieglāk atrisināt uzdevumu, pāriesim atskaites sistēmā, kurā slīdošā lente nekustās attiecībā pret vingrošanas riņķi. Līdz ar to riņķa ātrums jaunajā atskaites sistēmā ir $v_o = v_r + v_c = 1 + 1 = 2\ \text{m/s}$

Lai ķermenis sāktu vienmērīgi ripot, tad tam ir jāsasniedz neizslīdēšanas nosacījums, jeb brīdis, kad masas centrs pārvietojas tik pat ātri, cik ripojošā ķermeņa ārējā mala $v = \omega R$.

Uz ķermeni x ass virzienā darbojas tikai berzes spēks $F = \mu mg$.

Tā kā berzes spēks ir vienīgais spēks, kas ir nobīdīts no masas centra, tas ir vienīgais spēks, kas radīs griezes momentu attiecībā pret masas centru $T = FR = \mu mgR$.

Pielietojot otro Ņūtona likumu rotācijas formā, iegūstam, ka $\varepsilon = \frac{T}{I} = \frac{\mu mgR}{mR^2} = \frac{\mu g}{R}$

Izmantojot ātruma vienādojumu rotācijas formā, iegūstam $\omega = \omega_0 + \varepsilon t = \frac{\mu gt}{R}$

Aplūkosim masas centra kustību. Vienīgais spēks x ass virzienā ir berzes spēks $F = \mu mg$

Berzes spēks rada masas centra paātrinājumu $a = \mu g$.

Ātruma vienādojums masas centram ir $v = v_0 - at = v_0 - \mu gt$

Ievietojot visas izteiksmes sākuma vienādojumā, iegūstam, ka $v = \omega R \ \rightarrow\ v_0 - \mu gt = \frac{\mu gtR}{R} \ \rightarrow$
$v_0 = 2\mu gt \rightarrow\ t = \frac{v_0}{2\mu gt} = \frac{2}{2\cdot 0.3\cdot 10} = 0.333\ \text{s}$

B. Cik reizes sākotnēja kinētiskā enerģija ir lielāka par berzes spēka veikto darbu? **[2 p]**

Atbilde: E_{k0}/A_b = ☐

Berzes spēka paveiktais darbs būs vienāds ar kinētiskās enerģijas starpību starp sākuma stāvokli un beigu stāvokli un tas nav atkarīgs no atskaites sistēmas izvēles. Tāpēc iesākumā apskatīsim enerģijas izmaiņu kustīgā sistēmā. Kinētiskā enerģija sākumā $E_s = \frac{mv_0^2}{2}$.

Masas centra ātrums beigās $v = v_0 - at = v_0 - \frac{\mu g v_0}{2\mu g} = v_0 - \frac{v_0}{2} = \frac{v_0}{2}$

Rotācijas ātrums diskam $\omega = \omega_0 + \varepsilon t = \frac{\mu gt}{R} = \frac{\mu g v_0}{2\mu g R} = \frac{v_0}{2R}$

Kinētiskā enerģija beigās $E_b = E_t + E_r = \frac{mv_0^2}{2/2} + \frac{I\omega^2}{2} = \frac{mv_0^2}{8} + \frac{mv_0^2}{8} = \frac{mv_0^2}{4}$

Berzes spēka veiktais darbs ir $A = E_s - E_b = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{mv_0^2}{4} = \frac{mv_0^2}{4}$

Tālāk apskatīsim enerģiju Zemes atskaites sistēmā.
Ātrums zemes atskaites sistēmā $v_r = v_0 - v_c$
Tā kā šajā gadījumā $v_r = -v_c$, tad $v_r = \frac{v_0}{2}$
Zemes atskaites sistēmā sākotnējā enerģija ir $E_{ZAS} = \frac{m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2}{2} = \frac{mv_0^2}{8}$
Enerģijas un darba attiecība $\frac{\frac{mv_0^2}{8}}{\frac{mv_0^2}{4}} = 0.5$ jeb berzes spēka veiktais darbs ir divas reizes lielāks par sākotnējo kinētisko enerģiju. Un objekta beigu rotācijas kinētiskā enerģija ir vienāda ar sākotnējo translācijas kinētisko enerģiju.

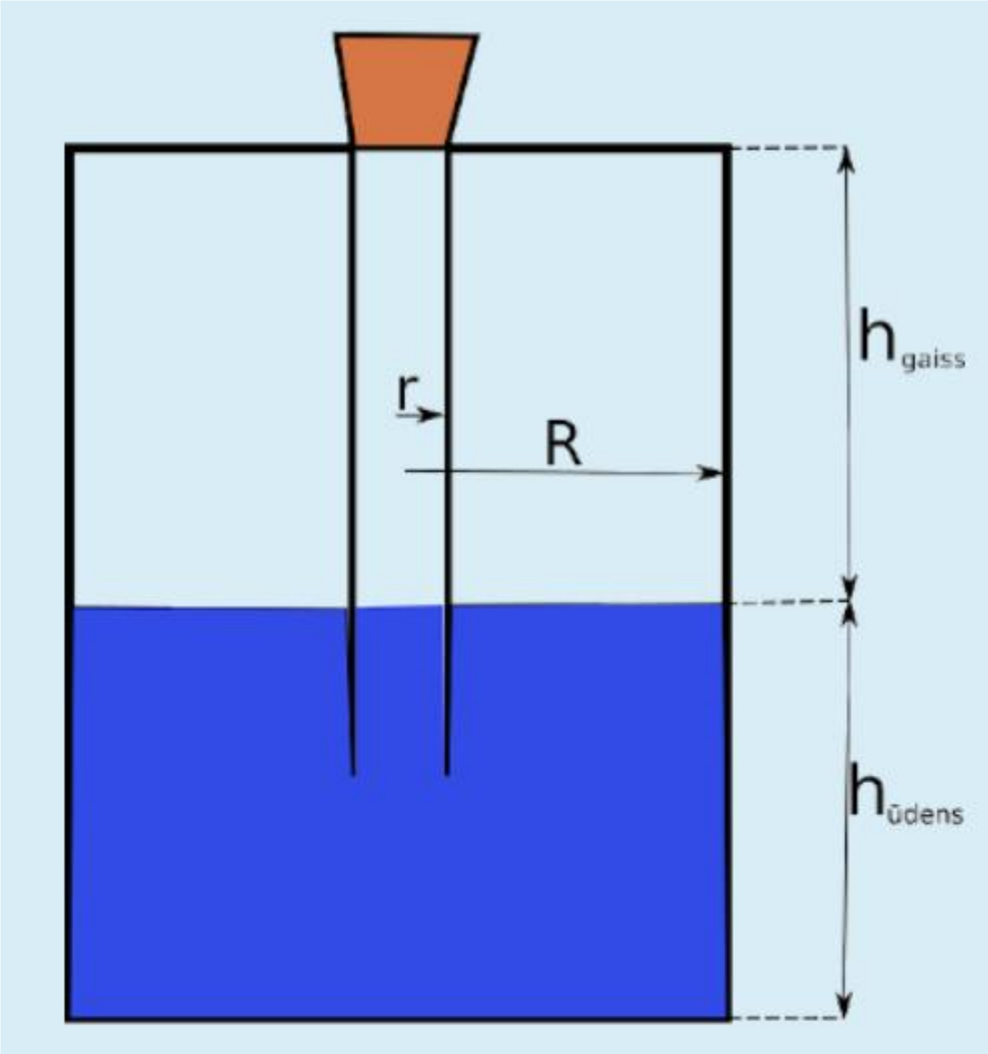
C. Cik liels sākuma ātrums ir jāpiešķir vingrošanas riņķim, lai tas brīdī, kad tas sāk brīvi rotēt, nekustētos zemes atskaites sistēmā, ja slīdošā lente pārvietojas ar 1 m/s? **[1.5 p]**

Atbilde: v = ☐ m/s

Otrajā jautājumā aplūkojām, ka objekta beigu ātrums celiņa atskaites sistēmā būs puse no sākuma ātruma. Lai zemes atskaites sistēmā objekts nekustētos, tā ātrumam jābūt nulle. Celiņa atskaites sistēmā, tā ātrums būs $v_0 = v_r - v_c = 0 - (-1) = 1 \text{ m/s}$
Celiņa atskaites sistēmā riņķa sākuma ātrums būs $v_s = 2v_0 = 2 \cdot 1 = 2 \text{ m/s}$
Pārejot atpakaļ uz zemes atskaites sistēmu $v_r = v_0 + v_c = 2 + (-1) = 1 \text{ m/s}$
Atbilde: $v = 1\ m/s$

11 – 2 Gāzes parametru mērtrauks

Ievēro mērvienības, kādās jāizsaka atbildes. Dažus uzdevuma apakšpunktus var risināt neatkarīgi no pārējiem.



Uzdevumā aplūkosim interesantu trauku, kurš dēļ dažādiem termodinamikas un mehānikas procesiem spēj gan kalpot kā spiediena mērītājs vai kā strūklaka vai pat kā termometrs, šoreiz aplūkosim nedaudz citādus fizikālus procesus ko var ar trauku parādīt. Dots hermētiski noslēgts cilindrisks trauks, kurš sastāv no divām daļām, ārēja cilindra ar rādiusu R = 50 cm un caurulītes ar rādiusu r = 5 cm, kas atrodas ārējā cilindra centrā. Viss trauks ir piepildīts ar ūdeni kā rādīts attēlā.

Sākumā traukā ir atmosfēras spiediens 10^5 Pa, ūdens augstums ir $h_{ūdens} = 0{,}5H = 0{,}5$ m, jeb puse no visa cilindra augstuma H = 1 m, gaisa temperatūra T_1 = 290 K, brīvās krišanas paātrinājums ir 9,81 m/s². Dots aparāta šķērsgriezums. Neņemt vērā virsmas spraiguma efektus, ūdens iztvaikošanu un tvaiku.

5.

A. Aprēķināt caurulītes un ārējā cilindra gaisa tilpumu attiecību V_i/V_a, ja ūdens līmenis ir vienāds visā traukā. **[0.5 p]**

Atbilde: V_i/V_a =

Iekšējam cilindram $V_i = \pi r^2(H - h_0)$, ārējam cilindram $V_ā = (\pi R^2 - \pi r^2)(H - h_0)$ $\rightarrow$ $\frac{V_i}{V_ā} = \frac{r^2}{R^2 - r^2} =$ 0.010

B¹. Iesākumā apskatīsim situāciju, kur korķis nav uzlikts. Vienādojums $p(h) = ah + b$ apraksta spiedienu ārējā cilindrā paskālos atkarībā no ūdens staba augstuma caurulītē. Kādas vērtības ir koeficientiem a un b, un kādas ir to mērvienības? **[1 p]**

Atbilde: a = ______ ♦ J/m^4 ♦N/m ♦Pa m/s^2 ♦ J Pa s^2/(kg m^2) ♦bar

b = ______ ♦ J/m^4 ♦N/m ♦Pa m/s^2 ♦ J Pa s^2/(kg m^2) ♦bar

$p(h) = \rho hg + p_{atm}$, tad $a = \rho g = 1000 \cdot 10 = 10^4$, $b = p_{atm} = 10^5$, [a] = J/m^4, [b] =Pa = J·Pa·s^2/(kg·m^2)

B². Sasildot gaisu ārējā cilindrā līdz temperatūrai T_2 = 300 K, kāda būs augstumu atšķirība starp ūdens līmeņiem, ārējā un iekšējā cilindrā? **[2 p]**

Atbilde: h = ______ m

Iepriekšējā uzdevumā teikts, ka $p_{ā} = \rho gh + p_{atm}$, kur h ir ūdens staba augstums iekšējā cilindrā, $p_{ā}$ ir gaisa spiediens ārējā cilindrā. Pēc ideālas gāzes vienādojuma, spiediens $p_{ā} = \frac{p_{atm}V_1T_2}{T_1V_2}$, kur V_2 ir gaisa tilpums ārēja cilindrā pēc sildīšanas, $V_2 = \pi(R-r)^2(h_{ūdens} + \Delta h)$, kur $h_{ūdens}$ ir sākotnējais ūdens augstums 0.5 m. Mēs arī zinām, ka ūdens izmaiņa starp ārējo cilindru un iekšējo cilindru ir vienāda un ir $S_{ā}\Delta h = S_i(h - \Delta h)$. Iegūstam, ka $\Delta h = \frac{hS_i}{S_i+S_a} = \frac{hr^2}{R^2}$. Ievietojot iegūto sakarību vienādojumā $p_{ā}$ un atceroties, ka $V_1 = \pi(R-r)^2 h_{ūdens}$. Iegūst, ka $\frac{h_{ūdens}}{(h_{ūdens}+\frac{r^2}{R^2}h)}\frac{T_2}{T_1}p_{atm} = \rho hg + p_{atm}$, tad kvadrātvienādojums no h ir $0.001h^2 + 0.06h - 0.017241 = 0$ un $h = 0.286$ m

Daļējs atrisinājums: ja neņem vērā, ka izmainās gāzes tilpums ārējā cilindrā, tad $p_{ā} = \rho hg + p_{atm}$ var pārrakstīt $\frac{T_2}{T_1}p_{atm} = \rho hg + p_{atm}$ un $h = p_{atm}\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)\rho g = 0.345$ m

par pilnu atbildi 2 p, par daļēju atbildi 1 p.

C. Kādai jābūt gāzes temperatūrai ārējā cilindrā, lai ūdens aizpildītu visu caurulīti, ja sākuma temperatūra ir 290 K? **[1.5 p]**

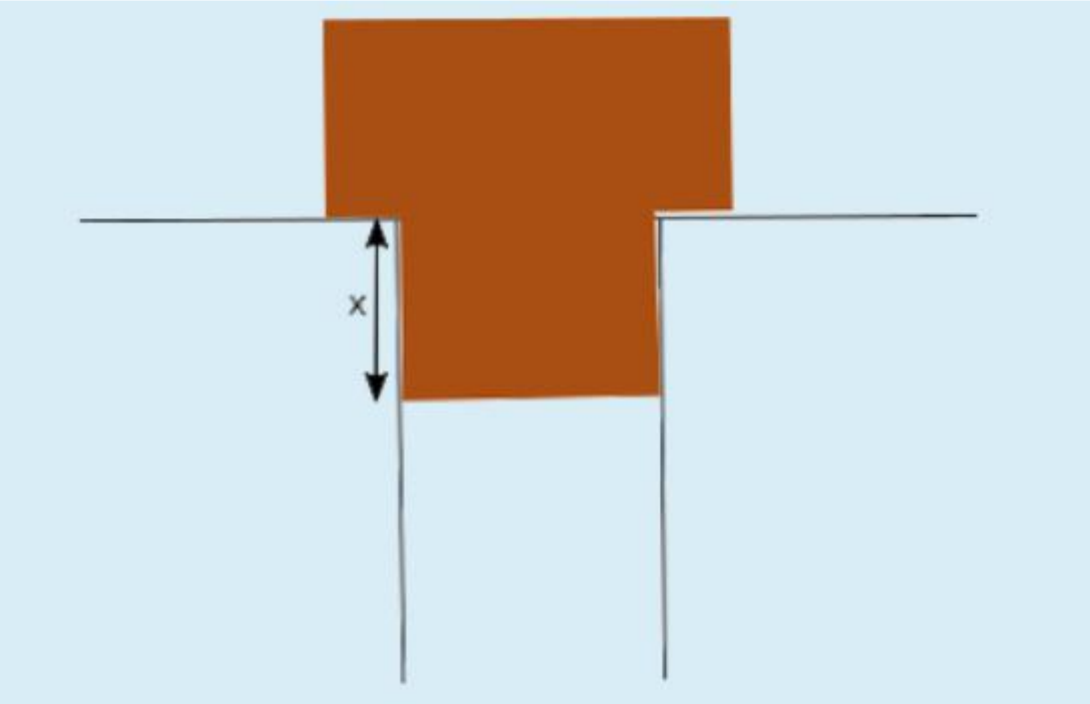
Atbilde: T_2 = ______ K

Izejot no sākumā definētajiem apstākļiem, lai aizpildītu visu iekšējā cauruli, ūdenim vēl jāaizpilda augstums $h_{ūdens} = \frac{1}{2}H$, tad vajag tilpumu $V = h_{ūdens}S_i = \Delta h S_{ā}$, jo tas arī būs vienāds ar tilpuma izmaiņu ārējā traukā, lai stāvoklis būtu stabils, no kurienes $\Delta h = \frac{h_{ūdens}S_i}{S_{ā}}$

$p_{ā} = \rho hg + p_{atm}$, h ir ūdens staba augstums virs ārējā cilindra ūdens līmeņa $h = h_{ūdens} + \Delta h = h_{ūdens}\left(1 + \frac{S_i}{S_{ā}}\right)$, tad $p_{ā} = \rho g h_{ūdens}\left(1 + \frac{S_i}{S_{ā}}\right) + p_{atm}$, gāzes aizņemtais tilpums būs $V_2 = \pi(R^2 - r^2)(h_{ūdens} + \Delta h) = \pi(R^2 - r^2)(h_{ūdens}\left(1 + \frac{S_i}{S_{ā}}\right)$ un temperatūrai tad jābūt

$$T_2 = \frac{p_{ā}V_2T_1}{p_{atm}V_1} = \frac{\left(\rho g h_{ūdens}\left(1+\frac{S_i}{S_{ā}}\right)+p_{atm}\right)\left(1+\frac{S_i}{S_{ā}}\right)T_1}{p_{atm}} = 307.69 \text{ K}$$

6.



Tagad uzdevumā apskatīsim situāciju, kur uz iekšējā cilindra uzlikts korķis, un gaisa daudzums cilindrā vairs nemainās. Korķis ir iebāzts cilindrā $x =$ 1 cm dziļumā. Korķa sākuma diametrs ir 11 cm, korķa Junga modulis ir 4,5 MPa, korķa masa ir 20 g, miera berzes koeficients starp korķi un stiklu ir 0.75, kinētiskās berzes koeficients ir 0,5. Dots ilustratīvs attēls, kā korķis ielikts iekšējā cilindrā.

A. Kāda ir berzes spēka vērtība, un kāda ir minimālā spiediena vērtība cilindrā, lai korķis izkustētos? Ieteikums apskatīt korķi kā absolūti elastīgu ķermeni. **[2 p]**

Atbilde: F_b = ☐ N; p_{min} = ☐ Pa

Berzes spēku var atrast apskatot korķi kā atsperes modeli, $F_b = \mu N$, kur $N = k\Delta L$.
ΔL ir kopējais garums par ko saspiests korķa diametrs, $k = \frac{ES}{l}$, šeit $S = 2\pi r x$, kas ir korķa un caurulītes saskarsmes laukums, L ir sākotnējais korķa diametrs. $F_b = \frac{\mu \Delta L E 2\pi r x}{L} = 1060.288$ N (lai iekļautu arī vērtību, kur laukuma aprēķinam tiek izmantots gumijas garums saspiestā stāvoklī, tad berzes spēks sanāk $F_b =$ 960 N, kļūdu intervāls ir palielināts līdz 10%).

Sākumā ir jāsaprot spēki, kas darbojas uz korķi. Gāze caurulītē rada spēku F uz korķi, vēl darbojas berzes spēks F_b un atmosfēras spēks F_a un gravitācijas spēks F_g, jāņem vērā ka gravitācijas spēka ietekme ir ļoti maza.

$$p_{min} = \frac{F_b + F_{atm}}{S}$$

Tad vajadzīgais spiediens ir $p = \frac{\mu_m E 2\pi r x \frac{\Delta L}{L} + p_{atm}\pi \frac{L^2}{4}}{\pi r^2} = \frac{1060.288 + 785.398}{\pi 0.05^2} = 2.35 \cdot 10^5$ Pa
Ja izmanto $F_b = 960$ N, tad sanāk $p_{min} = 2.22 \cdot 10^5$ Pa
Ja apskata manometrisko spiedienu (spiediena pieaugumu attiecībā pret atmosfēras spiedienu), tad iegūst vērtības atbilstoši $1.35 \cdot 10^5$ Pa un $1.22 \cdot 10^5$ Pa

B. Kad ir pārvarēts miera berzes spēks (korķis joprojām 1 cm dziļumā caurulītē), divatomu gāze — gaiss — adiabātiski izplešas. Atrast gāzes daudzumu cilindrā (tas sakrīt ar gāzes daudzumu, kāds ir sākumā aprakstītajā situācijā). Atrast, kāds darbs ir jāpadara, lai korķi izspiestu ārā no cilindra, ja korķis izlido no cilindra ar 9 m/s ātrumu. Atrast ar to saistīto gāzes temperatūras izmaiņu. **[3 p]**

Atbilde: n = ☐ mol; A = ☐ J; ΔT = ☐ K

1) $n = \frac{pV}{RT}$

$V = \pi r^2 h = 3.141 \cdot 0.05^2 \cdot 0.5 = 0.003927$ m^3

$$n = \frac{10^5 \cdot 3.9 \cdot 10^{-3}}{8.31 \cdot 290} = 0.163 \text{ moli}$$

2) Adiabātiskā procesā nav siltuma apmaiņa ar vidi, $\Delta U = -A$ un $A = F\Delta x$.
Iepriekš aprēķinātā spiediena p un iekšējā cilindra šķērsgriezuma laukuma S reizinājums ir spēks, kas dara darbu A. No tā, ka $pV^\gamma = const$ adiabātiskā procesā, un tilpums pieaug par $\Delta V = \Delta x S = 7.854 \cdot 10^{-5}$ m^3, tad izmaiņa $\frac{\Delta V}{V} = 0.02$, arī spiediens izmainās ļoti maz, jo $pV^\gamma = cons$, tad var uzskatīt, ka procesā spiediens ir konstants un padarītais darbs būs $A = p\Delta V = 2.35 \cdot 10^5 \cdot 7.854 \cdot 10^{-5} = 18.457$ J

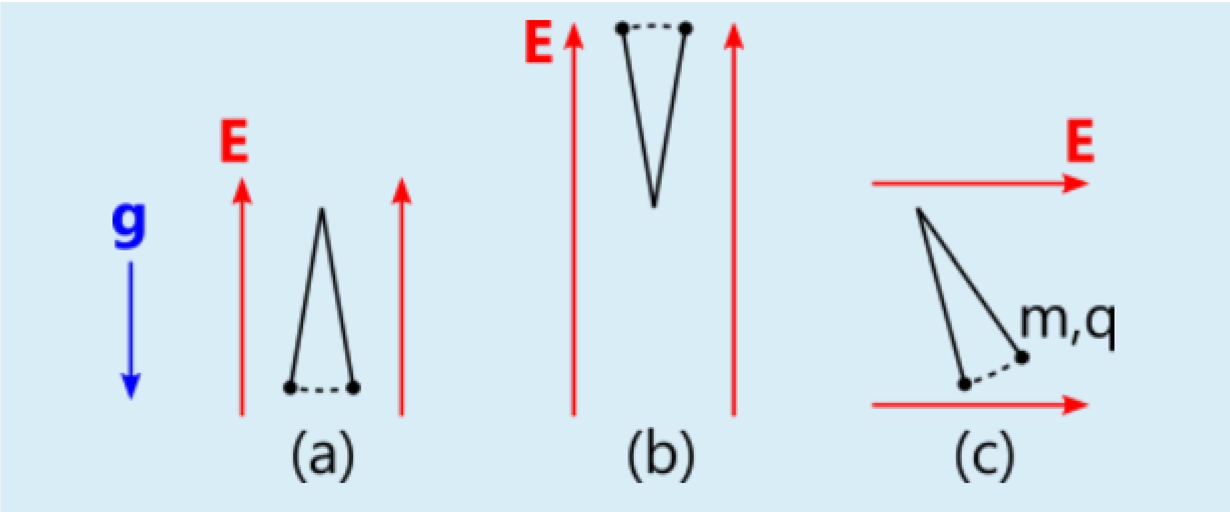
Gāzes veiktais darbs tiek patērēts berzes spēka veiktā darba pārvarēšanai un kinētiskās enerģijas paaugstināšanai. Berzes spēka veiktais darbs ir $A_b = \int F_b(x)dx$, jeb laukums zem grafika $F_b(x)$. Tas ir vienāds ar taisnleņķa trīsstūra laukumu $A_b = \frac{F_{bk}x}{2}$. Šeit $F_{bk} = \frac{F_b\mu_k}{\mu_m}$ un x ir lielumu maksimālās vērtības un μ_k un μ_m ir atbilstoši kinemātiskais un miera berzes koeficients.
Rezultātā gāzes veiktais darbs ir $A = \frac{F_b\mu_k x}{2\mu_m} + \frac{mv^2}{2} = 4.34\,J$ vai $A = 4.01\,J$
Darbu var izrēķināt divos dažādos veidos $A = p\Delta V = \int F_b(x)dx + \Delta E_k$. Diemžēl šie rezultāti nav vienādi. Tāpēc arī vairākas pareizās atbildes.

3) Divatomu gāzei $i = \frac{5}{2}$, tad $\Delta U = \frac{5}{2} nR\Delta T$, kur $\Delta T = \frac{2\Delta U}{5nR} = \frac{2}{5} \cdot \frac{18.457}{0.163 \cdot 8.314} = 5.448$ K (vai 1.18 K vai 1.28 K, ja izmanto citu darba vērtību)

11 – 3 Svārstīgie lādiņi

Ievēro mērvienības, kādās jāizsaka atbildes. Dažus uzdevuma apakšpunktus var risināt neatkarīgi no pārējiem.

Šajā uzdevumā aplūkosim lādētu daļiņu kustību elektriskajā laukā. Brīvās krišanas paātrinājums $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$, lādiņu pārdalījumu uz kondensatora platēm tuvumā esošo lādiņu ietekmē neņemt vērā. Apskatot svārstības, pieņemt, ka svārstību amplitūda ir maza un periods nav atkarīgs no amplitūdas.



7. Nekustīgā šarnīrā iesiets diegs ar garumu L, kura galā atrodas maza uzlādēta lode ar masu m un lādiņu $q > 0$. Lādiņa un masas attiecība $q/m = 2$ mC/kg. Ir pielikts homogēns vertikāls vai horizontāls elektriskais lauks E kā parādīts attēlos 1(a), 1(b) un 1(c). Pie nulles elektriskā lauka svārstību periods $T_0 = 1{,}5$ s.

A. Aprēķināt svārsta garumu L. **[0.5 p]**

Atbilde: L = ☐ cm

Svārstību periods $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$, no kurienes $L = g\frac{T_0^2}{4\pi^2}$, L = 57 cm

B. Aprēķināt elektriskā lauka intensitāti, pie kura notiks pāreja no attēlā 1(a) uz 1(b) parādīto situāciju. **[0.5 p]**

Atbilde: E_{kr} = ☐ kV/m

Pāreja notiks, kad elektriskais spēks $F_e = qE$ kļūs vienāds ar smaguma spēku $F_g = mg$. Pielīdzinot un izsakot E, iegūstam $E = \frac{g}{q/m}$. E = 5 kV/m

C. Cik stiprs elektriskais lauks E_a un E_b jāpieliek, lai attēlos 1(a) un 1(b) parādītajās situācijās svārstību periods būtu 3,0 s? **[1.5 p]**

Atbilde: E_a = ☐ kV/m; E_b = ☐ kV/m

Smaguma spēks $F_g = mg$, elektriskais spēks $F_e = qE$, tie darbojas pretējos virzienos, turklāt attēlā 1(b) $F_e > F_g$. Var ieviest efektīvo brīvās krišanas paātrinājumu

$g* = \frac{1}{m}|mg - qE| = g\left|1 - \frac{qE}{mg}\right|$. Svārstību periods bez elektriskā lauka $T_o = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$, ar elektrisko lauku $T_a = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g*}} = T_0\left|1 - \frac{qE}{mg}\right|^{-\frac{1}{2}}$. Izsakot E, iegūstam $E = \frac{g}{q/m}\left(1 \pm \frac{T_0^2}{T^2}\right)$, kur mīnuss zīme atbilst E_a un plus zīme atbilst E_b.
E_a = 3.75 kV/m, E_b = 6.25 kV/m

D. Noteikt leņķi, ko svārsts veido ar vertikāli līdzsvara stāvoklī attēlā 1(c) parādītajā situācijā, ja E = 2 kV/m. **[0.5 p]**

Atbilde: φ = ☐ ^{0}

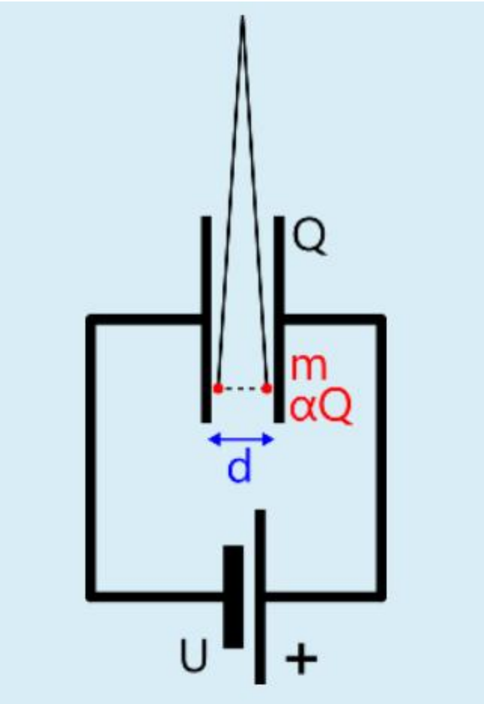
Spēku līdzsvars horizontālā virzienā: $qE = F_s sin\varphi$, vertikālā virzienā: $mg = F_s cos\varphi$. Izdalot pirmo vienādojumu ar otru, lai izslēgtu sastiepuma spēku F_s, iegūst $tan\varphi = \frac{qE}{mg}$.
φ = 21.8^0

E. Noteikt svārstību periodu attēlā 1(c) parādītajā situācijā, ja E = 2 kV/m. **[1 p]**

Atbilde: T = ☐ s.

Smaguma spēks $F_g = mg$ un elektriskais spēks $F_e = qE$ darbojas perpendikulāros virzienos, tāpēc tos summē, izmantojot Pitagora teorēmu: $F^2 = (mg)^2 + (qE)^2$. Ieviešot efektīvo brīvās krišanas paātrinājumu $g* = \frac{1}{m}F = g\sqrt{1 + \frac{q^2E^2}{m^2g^2}}$, svārstību periods $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g*}} = T_0\left(1 + \frac{q^2E^2}{m^2g^2}\right)^{\frac{1}{4}}$.
T = 1.445 s

8.



Maza metāla lode ar masu m = 4 g ir iekārta garā diegā un ievietota starp vertikāli novietota plakana kondensatora klājumiem. Kondensatoram pielikts spriegums U = 2 kV, kondensatora katra klājuma laukums S = 0,01 m² un attālums starp klājumiem d = 5 mm. Svārstību uzsākšanai lodi pieliek pie viena no klājumiem.

Risinot uzdevumu, pieņemt, ka elektriskais lauks starp klājumiem ir homogēns un laikā nemainīgs, lodes lādiņš $|q| = \alpha\,|Q|$, kur $\alpha = 0.005$, ir daudz mazāks par kondensatora lādiņu $|Q|$, lode pārvietojas tikai horizontālā virzienā un svārstības ir periodiskas. Attiecība starp lodes ātruma moduli pēc un pirms sadursmes ar klājumu $\beta = v_2/v_1 = 0.8$, sadursme notiek momentāni. Lādiņu pārdalīšanos, smaguma spēka un berzes spēka ietekmi neņemt vērā.

A. Aprēķināt lodes vidējo ātrumu, tai kustoties no viena kondensatora klājuma pie otra. **[2 p]**

Atbilde: v_{vid} = mm/s

Elektriskais lauks $E = \frac{U}{d} = 400\,\frac{kV}{m}$, kondensatora kapacitāte $C = \varepsilon_0 \frac{S}{d} = 17.7\,pF$, kondensatora lādiņš $Q = CU = 35.4$ nC, lodes lādiņš $q = \alpha Q = 0.177$ nC.

Kinētiskās enerģijas zudumi, atlecot, tiek kompensēti ar elektriskā spēka darbu: $\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + qEd$ un $v_2 = \beta v_1$. Iegūstam $v_1 = \sqrt{\frac{2qEd}{m(1-\beta^2)}}$. Tā kā paātrinājums ir konstants,

vidējais ātrums $\bar{v} = \frac{1}{2}(v_1 + v_2) = \frac{1}{2}v_1 + \beta) = \sqrt{\frac{qEd(1+\beta)}{2m(1-\beta)}}$.

v = 20 mm/s

B. Aprēķināt ķēdē plūstošo vidējo strāvu. **[1 p]**

Atbilde: I_{vid} = nA

Svārstību periods $T = \frac{2d}{\bar{v}}$, frekvence $f = \frac{\bar{v}}{2d}$, vidējā strāva $\bar{I} = 2qf$.

I = 0.71 nA

C. Aprēķināt vidējo spēku, ar kādu lode iedarbojas uz klājumiem (saduroties). **[1 p]**

Atbilde: F_{vid} = mN

Lodes ātruma izmaiņa atlecot, $\Delta v = v_2 - (-v_1) = 2\bar{v}$. Vidējais spēks uz katru klājumu $\bar{F} = \frac{m\Delta v}{T} = \frac{qE(1+\beta)}{2(1-\beta)}$.

F = 0.32 mN

D. Atrast, kāda sakarība pastāv starp „lodes gāzes" spiedienu p un tilpumu V. Pieņemt, ka p nosaka lodes atsišanās no kondensatora klājumiem, bet V ir tilpums starp kondensatora klājumiem. Pakāpes rādītājus izvēlēties tā, lai tie būtu mazākie iespējamie veselie skaitļi. **[1.5 p]**

Atbilde: $p^A V^B = const$, kur A = un B = .

Spiediens $p = \frac{\bar{F}}{S} = \alpha\varepsilon_0 \frac{U^2}{d^2}\frac{1+\beta}{2(1-\beta)}$. No tilpuma izteiksmes $V = Sd$ izsakot d,

iegūst $pV^2 = \alpha\varepsilon_0 U^2 S^2 \frac{1+\beta}{2(1-\beta)} = const$

A = 1, B = 2

9. Īsi paskaidrot iepriekšējā jautājumā aprakstīto svārstību mehānismu. **[0.5 p]**

Pieskaroties pie katra klājuma, lode uzlādējas ar tādas pašas zīmes lādiņu un elektriskā spēka iedarbībā lido prom. Kinētiskās enerģijas zudumi, lodei atlecot no klājuma, tiek kompensēti ar elektriskā lauka darbu.