

Projekta numurs: 8.3.2.1/16/I/002

Nacionāla un starptautiska mēroga pasākumu īstenošana izglītojamo talantu attīstībai

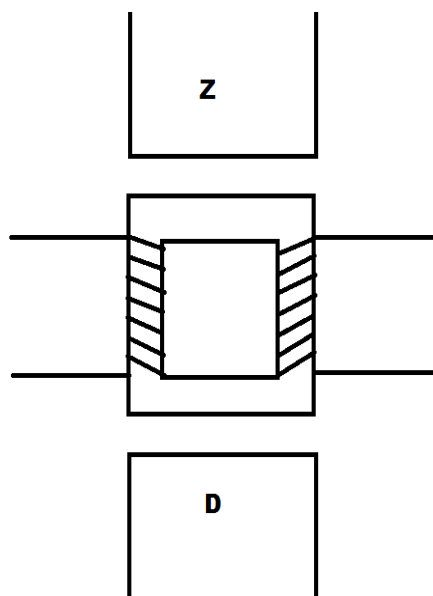
Fizikas valsts 67. olimpiāde Trešā posma uzdevumi 12. klasei

Jums tiek piedāvāti trīs uzdevumi. Par katru uzdevumu maksimāli iespējams iegūt 10 punktus. Katra uzdevuma risinājumu vēlams veikt uz atsevišķas rūtiņu lapaspuses. Neaizmirstiet uzrakstīt risināmā uzdevuma soļa numuru. Baltais papīrs paredzēts melnrakstam - to žūrijas komisija neskatīsies. Laiks - 180 minūtes

1. uzdevums

TRANSFORMATORS

Šajā uzdevumā aplūkosim transformatoru, kuram ir primārajā tinumā ir $n_1 = 1000$ vijumu un sekundārajā tinumā $n_2 = 100$ vijumu. Serdes magnētiskā caurlaidība ir bezgalīga un tajā inducētās strāvas var neievērot. Spolēm tinumu virzieni ir pretēji. Serdes posmi, ap kuriem ir aptīti vadi ir $x = 1$ cm plati, $y = 1$ cm bieži un $h = 4$ cm augsti. Transformators tiek novietots starp 2 magnētiem, kuriem katram virsmas laukums ir 10 cm^2 un magnētiskais lauks pirms transformatora ievietošanas starp magnētiem bija $B = 0,1 \text{ T}$. Pieņemsim, ka magnētiskā plūsma starp magnētiem nemainās ievietojot transformatoru starp tiem un ir vienmērīgi sadalīta starp serdes posmiem ap kuriem aptīti vadi.



1.1.attēls

- A** Uzzīmēt magnētiskā lauka līnijas starp magnētiem pēc transformatora ievietošanas starp tiem.
[1 punkts]
- B** Aprēķināt elektrodzinējspēku, kāds inducējas katrā no tinumiem, ja pieņem, ka viss magnētiskais lauks, kas bija starp magnētiem, tagad plūst tikai caur transformatoru un magnētiskā lauka indukcija transformatorā - no 0 līdz maksimālai vērtībai - vienmērīgi pieaug 1 milisekundes laikā.
[3 punkti]

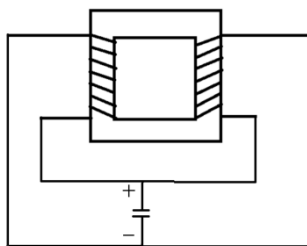
Tālākajos uzdevuma jautājumos apskatīsim situāciju, kad transformators vairs neatrodas starp magnētiem. Transformatorā izmantotā vada pretestība ir 1 oms uz metru.

C [4 punkti]

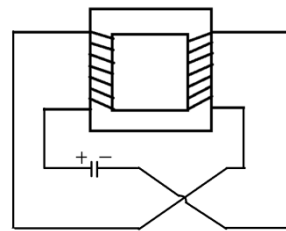
C1 Kādā slēgumā jāslēdz transformatora spoles, lai tiktu iegūts stiprākais magnētiskais lauks transformatora serdē, ja spolēm tiek pievienots nemainīgs spriegums U ? Tinumi ir satīti vienā slānī.

C2 Cik liela būs attiecība starp paralēlā un virknes slēguma magnētiskā lauku indukcijas vērtībām (aplūkot tikai situācijas, kurās abu spoļu magnētiskie lauki summējas)? (Induktivitāte ir proporcionāla vijumu skaitam).

D Transformatoram tiek pieslēgts uzlādēts kondensators ar spriegumu U_0 divos veidos (skatīt 1.2. attēlu).



Pirmais veids



Otrais veids

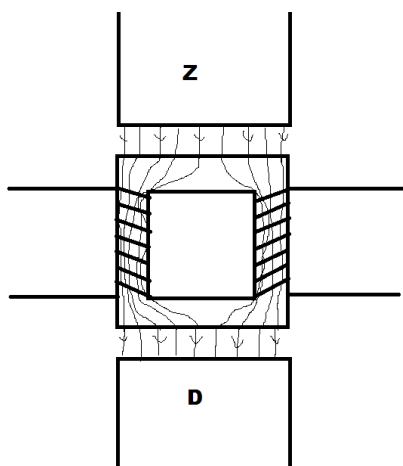
1.2. attēls. Kondensatora pieslēgšanas veidi transformatoram

Uzskicēt sprieguma uz kondensatora plāksnēm atkarību no laika un magnētiskā lauka līnijas transformatora serdē katram pieslēguma veidam (pretestību var neņemt vērā). [2 punkti]

Atrisinājums un vērtēšanas kritēriji

A (1 p.)

Uzzīmēt magnētiskā lauka līnijas starp magnētiem pēc transformatora ievietošanas starp tiem.



1.3. attēls

B (3 p.)

Aprēķināt elektrodzinēj spēku, kāds inducējas katrā no tinumiem, ja pieņem, ka viss magnētiskais lauks, kas bija starp magnētiem, tagad plūst tikai caur transformatoru un magnētiskā lauka indukcija transformatorā - no 0 līdz maksimālai vērtībai - vienmērīgi pieaug 1 milisekundes laikā.

Tā kā magnētiskā plūsma starp magnētiem nemainās, ievietojot transformatoru starp magnētiem, un tā ir vienmērīgi sadalīta starp serdes posmiem ap kuriem aptīti vadi, varam aprēķināt šādi magnētiskā lauka plūsmu starp katru spoli.

$$\Phi_{\text{viss}} = BS = 0,1 \cdot 0,001 = 0,0001 \text{ Wb}$$

$$\Phi_{\text{spolei}} = \frac{\Phi_{\text{viss}}}{2} = \frac{0,0001}{2} = 0,00005 \text{ Wb}$$

$$U_{\text{spole1}} = n_1 \frac{\Delta\Phi_{\text{spole}}}{\Delta t} = 1000 \cdot \frac{0,00005}{0,001} = 50 \text{ V}$$

$$U_{\text{spole2}} = n_2 \frac{\Delta\Phi_{\text{spole}}}{\Delta t} = 100 \cdot \frac{0,00005}{0,001} = 5 \text{ V}$$

C (4 p.)

- C1 Kādā slēgumā jāsaslēdz transformatora spoles, lai tiktu iegūts stiprākais magnētiskais lauks transformatora serdē, ja spolēm tiek pievienots nemainīgs spriegums U ? Tinumi ir satīti vienā slānī.
- C2 Cik liels būs strāvas stiprums transformatora spoļu paralēlā un virknes slēgumā un cik liela būs attiecība starp paralēlā un virknes slēguma magnētiskā lauku indukcijas vērtībām (aplūkot tikai situācijas, kurās abu spoļu magnētiskie lauki summējas)? (Induktivitāte ir proporcionāla vijumu skaitam).

Tinumi ir tīti vienā slānī, tāpēc katras spoles vada garums ir sekojošs

$$l_1 = 2n_1(x + y) = 2 \cdot 1000(0,01 + 0,01) = 40 \text{ m}$$

$$l_2 = 2n_2(x + y) = 2 \cdot 100(0,01 + 0,01) = 4 \text{ m}$$

Abu tinumu aktīvās pretestības

$$R_1 = 40 \cdot 1 = 40 \, \Omega$$

$$R_2 = 4 \cdot 1 = 4 \, \Omega$$

Pēc spoles induktivitātes definīcijas $\Phi = LI$. Tā kā magnētiskā lauka plūsma spolē $\Phi = BS$, tad $B \sim nI$.

Aplūkojot virknes slēgumu:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U}{44}$$

$$B_{\text{virknes}} \sim (n_1 + n_2) \frac{U}{R} = 1100 \frac{U}{44} = 25U$$

Aplūkojot paralēlo slēgumu:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{U}{40}$$

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{U}{4}$$

$$B_{\text{paralēlais}} \sim (n_1 I_1 + n_2 I_2) = 1000 \cdot \frac{U}{40} + 100 \cdot \frac{U}{4} = 25U + 25U = 50U$$

Tātad paralēlā slēgumā būs stiprāks magnētiskais lauks un indukciju attiecība

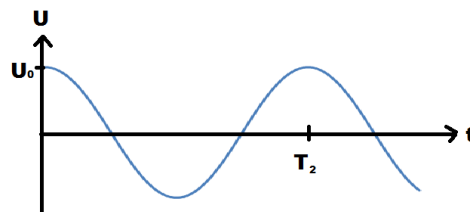
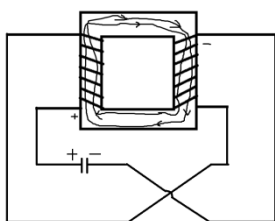
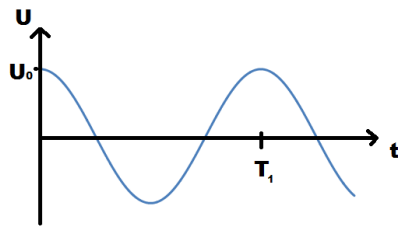
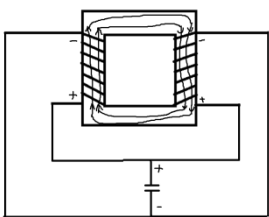
$$\frac{B_{\text{paral}}}{B_{\text{virknes}}} = 2$$

D (4 p.)

Transformatoram tiek pieslēgts uzlādēts kondensators ar spriegumu U_0 divos veidos (skatīt 1.2. attēlu).

Uzskicēt sprieguma uz kondensatora plāksnēm atkarību no laika un magnētiskā lauka līnijas transformatora serdē katram pieslēguma veidam (pretestību var neņemt vērā).

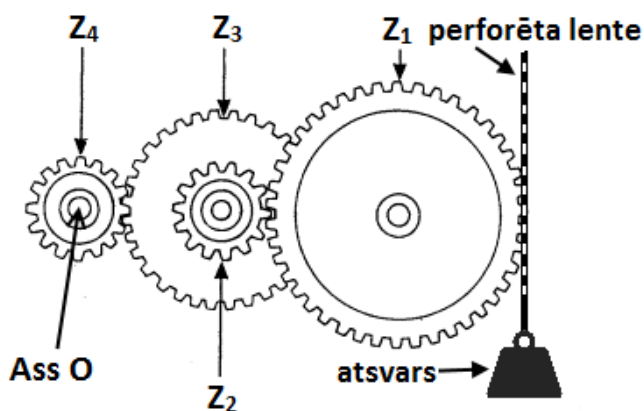
Pirmajā gadījumā būs iegūts svārstību kontūrs, kur ir 2 paralēli saslēgti induktori. Otrajā gadījumā ir iegūts svārstību kontūrs, jo abi transformatora tinumi ir saslēgti virknē un darbojas kā induktors.



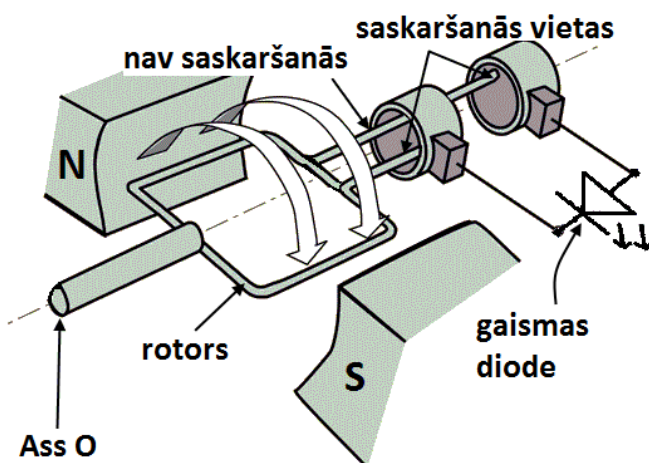
2. uzdevums

GRAVITĀCIJAS LAMPA

Izrādās, māju var apgaismot, izmantojot gravitācijas spēku. Apskatīsim ierīci, kas to realizē. Ierīce sastāv no zobratu sistēmas (2.1. att.), kam piekārts atsvars, un elektriskā ģeneratora (2.2. att.). Zobratu sistēmu ar ģeneratoru savieno ass O. Pie ģeneratora izejas pieslēdzam gaismas diodi.



2.1. attēls



2.2. attēls

Zobratam Z_1 ir $n_1 = 168$ zobi un diametrs $d_1 = 10,5$ cm, zobratam Z_2 ir $n_2 = 14$ zobi, zobratam Z_3 ir $n_3 = 160$ zobi, zobratam Z_4 ir $n_4 = 16$ zobi un diametrs $d_4 = 1$ cm. Zobrati Z_1 un Z_3 ir savienoti un griežas kopā.

Ģeneratora magnēts dod homogēnu magnētisko lauku ar magnētisko indukciju $B = 0,5$ T. Ar N un S apzīmēts attiecīgi magnēta ziemeļpols un dienvidpols. Ģeneratora rotors ir kvadrātveida rāmis ar malas garumu $a = 5$ cm. Uz rotora uztīti $N = 500$ vijumi. Pieņem, ka starp zobratiem un starp asīm un armatūru nav berzes. Rotora masu neievērot.

Var uzskatīt, ka, saslēdzot kopā zobratu sistēmu, ģeneratoru un gaismas diodi un zobratam Z_4 pieliekot spēka momentu $0,04$ N·m, zobrats Z_4 griežīsies ar nemainīgu ātrumu 100 apgriezieni minūtē.

- A** Ar cik lielu ātrumu (apgriezieni minūtē) ir jāgriežas zobratam Z_1 , lai zobrats Z_4 grieztos ar ātrumu 100 apgriezieni minūtē? [2 punkti]
- B** Cik lielas masas atsvars ir jāpiekar uz zobrata Z_1 , lai uz zobratu Z_4 darbotos spēka moments $0,04$ N·m? [2 punkti]
- C** Atsvaru piekaram augstumā $h = 2$ m virs zemes. Cik ilgi atsvars darbinās ģeneratoru? Laiku, kamēr atsvars paātrinās līdz vienmērīgam ātrumam, neņem vērā. [1 punkts]

- D** Norādīt, kādā virzienā plūst strāva caur gaismas diodi 2.2. att. parādītajā situācijā! Paskaidrot! Uzrakstīt izteiksmi, kā mainās magnētiskā plūsma caur rotoru atkarībā no laika $\Phi(t)$! Uzskatīt, ka sākuma momentā rotors novietots horizontāli. [2 punkti]
- E** Aplūkosim vienu ģenerators periodu T , t.i., laika sprīdi, kurā rotors ir izdarījis vienu pilnu apgriezību. Novērtēt ģenerators inducēto elektrodzinējspēku (EDS) sākuma laika momentā! [1 punkts]
- F** Ja zobratam Z_1 piekārtos atsvaru tur nekustīgu un tad palaiž vaļā, tad sākotnēji atsvara ātrums palielinās. Bet pēc kāda brīža var uzskatīt, ka atsvara ātrums vairs nemainās. Paskaidrot, kāpēc atsvara ātrums neturpina palielināties visu laiku! Kas mainīsies, ja piekārsim smagāku atsvaru? [2 punkti]

Atrisinājums un vērtēšanas kritēriji

A (2 p.)

Ar cik lielu ātrumu (apgriezieni minūtē) ir jāgriežas zobratam Z_1 , lai zobrats Z_4 grieztos ar ātrumu 100 apgriezieni minūtē?

Zobratiem Z_1 un Z_2 uz saskarvirsmas ir vienāds ātrums, līdz ar to $v = 2\pi fr = \text{const}$, kur f ir frekvence.

$$f_1 n_1 = f_2 n_2,$$

jo zobratiem, kas saskaras, zobu skaits proporcionāls rādiusam. Līdzīgi zobratiem Z_3 un Z_4 , izriet ka s

$$f_3 n_3 = f_4 n_4.$$

Zobradi Z_2 un Z_3 ir savienoti, tāpēc $f_2 = f_3$.

Apvienojot, iegūstam

$$f_1 = f_4 \frac{n_2 \cdot n_4}{n_1 \cdot n_3} = \mathbf{0,833 \frac{apgr}{min}}$$

B (2 p.)

Cik lielas masas atsvars ir jāpiekar uz zobrata Z_1 , lai uz zobratu Z_4 darbotos spēka moments $0,04 \text{ N}\cdot\text{m}$?

Kā redzējām iepriekš, $v = 2\pi fr$. Tad jaudu varam izteikt kā $N = v \cdot F = 2\pi frF$. Zobratu sistēma ir vienkāršais mehānisms, tāpēc tā saglabā veikto darbu. Tā kā zobradi griežas vienmērīgi, tad arī jauda tiek saglabāta. No tā seko

$$f_1 r_1 F_1 = f_4 r_4 F_4$$

Spēka moments $M = rF$, tāpēc

$$M_1 = M_4 \frac{f_4}{f_1} = 0,04 \cdot \frac{100}{0,833} = 4,80 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Tā kā $F = F_{sm} = mg$ un $r = d/2$ tad

$$m = \frac{M_1}{r_1 g} = \frac{4,80}{0,0525 \cdot 9,8} = \mathbf{9,33 \text{ kg}}$$

C (1 p.)

Atsvaru piekaram augstumā $h = 2 \text{ m}$ virs zemes. Cik ilgi atsvars darbinās ģeneratoru? Laiku, kamēr atsvars paātrinās līdz vienmērīgam ātrumam, neņem vērā.

Attālumu, ko krīt atsvars, var izteikt kā

$$h = v_1 t = \pi d_1 f_1 t$$

līdz ar to

$$t = \frac{h}{\pi d_1 f_1} = \frac{2}{3,14 \cdot 0,105 \cdot 0,833} = \mathbf{7,28 \text{ min}}$$

D (2 p.)

Norādīt, kādā virzienā plūst strāva caur gaismas diodi 2.2. att. parādītajā situācijā! Paskaidrot! (1 punkts)
Uzrakstīt izteiksmi, kā mainās magnētiskā plūsma caur rotoru atkarībā no laika $\Phi(t)$! Uzskatīt, ka sākuma momentā rotors novietots horizontāli. (1 punkts)

Izmantojot kreisās rokas likumu, var noteikt, ka strāva plūst **pretēji diodes caurlaides virzienam**. (1 p.)

Pieņemsim, ka rotora kontūram pozitīvais apiešanas virziens ir pretēji pulksteņrādītāja kustības virzienam un tā normāle vērsta uz augšu (drīkst pieņemt arī pretēji). Apzīmēsim leņķi, ko veido rotora plaknes normāle ar magnētisko lauku, ar α . Sākuma momentā $\alpha = -\pi/2$.

Laikā t rotors pagriežas par leņķi

$$\omega_4 t = 2\pi f_4 t$$

Tātad

$$\Phi = Ba^2 \cos\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi f_4 t\right) = Ba^2 \sin(2\pi f_4 t) \quad (1 \text{ p})$$

E (1 p.)

Aplūkosim vienu ģenerators periodu T , t.i., laika sprīdi, kurā rotors ir izdarījis vienu pilnu apgriezianu. Novērtēt ģenerators inducēto elektrodzinējspēku (EDS) sākuma laika momentā!

Pēc Faradeja indukcijas likuma

$$EDS = -N \frac{d\Phi}{dt} = -NBa^2 \cdot 2\pi f_4 \cos(2\pi f_4 t)$$

Attiecīgi

$$EDS(0) = -NBa^2 \cdot 2\pi f_4 = -6,54 \text{ V}$$

Šo lielumu var novērtēt arī no $\Phi(t)$ grafika, laika momentā $t = 0$

$$EDS(0) \approx -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -NBa^2 \frac{\Delta \sin(2\pi f_4 t)}{\Delta t}$$

F (2 p.)

Ja zobratam Z_1 piekārtu atsvaru tur nekustīgu un tad palaiž vaļā, tad sākotnēji atsvara ātrums palielinās. Bet pēc kāda brīža var uzskatīt, ka atsvara ātrums vairs nemainās. Paskaidrot, kāpēc atsvara ātrums neturpina palielināties visu laiku! Kas mainīsies, ja piekārsim smagāku atsvaru?

Ja ģeneratorā tiek inducēta strāva, tad atbilstoši Lenca likumam šīs strāvas magnētiskais lauks rotoru bremzē. Turklāt, jo ātrāk krīt atsvars, jo stiprāka strāva tiek inducēta ģeneratorā un jo stiprāks kļūst bremzējošais spēka moments. Šī ir negatīva atgriezeniskā saite, kas krītošo atsvaru nobremzē līdz kādam konstantam līdzsvara ātrumam.

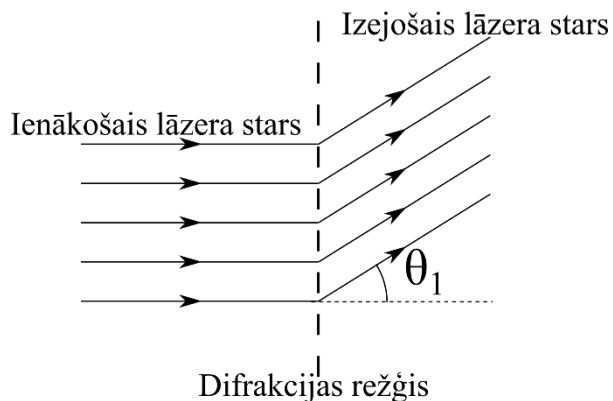
Ja palielina atsvara masu, tad, lai nobremzētu atsvaru līdz līdzsvara ātrumam ir nepieciešams lielāks spēka moments. Tātad lielākas masas atsvars paātrināsies ilgāk un kritīs ar lielāku līdzsvara ātrumu. Attiecīgi ģenerators griezīsies ātrāk, ražos lielāku jaudu un gaismas diode spīdēs spožāk.

3. uzdevums

AKUSTI-OPTISKAIS STARU NOLIECĒJS

Akusti-optiskais staru noliecējs ir ierīce, kas ar skaņas viļņa palīdzību ir spējīga noliekt lāzera staru. Apskatīsim fizikālos principus, kas ļauj to izdarīt.

Akusti-optiskais staru noliecējs ir kristāls. Ja kristāla vienā galā tiek radīta ultraskaņa, tad tā izplatās pa kristālu, radot telpā periodiskas spiediena izmaiņas. Tiek izmantots kristāls, kura laušanas koeficients ir atkarīgs no spiediena (var pieņemt, ka atkarība ir lineāra). Rezultātā rodas telpā periodiskas laušanas koeficienta izmaiņas, kas uzvedās kā lineārs difrakcijas režģis. Pareizi novietojot kristālu var panākt, ka lielākā daļa gaismas nonāk izejošās gaismas pirmajā maksimumā. Šī maksimuma vietas novietojums ir atkarīgs no difrakcijas režģa konstantes, tātad no skaņas frekvences. Jāņem vērā, ka skaņas radītā gaismas laušanas koeficienta izmaiņas ir tik niecīgas, ka neizmaina gaismas izplatīšanās ātrumu, bet tikai atstaro daļu gaismas tādā veidā radot difrakcijas režģi.

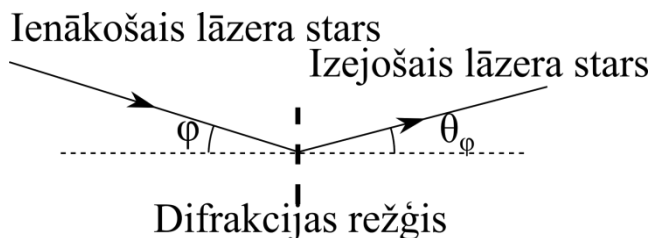


3.1. attēls

A Aprēķināt skaņas viļņa garumu λ_s , ja skaņas ātrums kristālā ir $v_s = 5000$ m/s un skaņas viļņa frekvence ir $f_s = 20$ MHz. [1 punkts]

B Aprēķināt 1. maksimuma atrašanās vietu Θ_1 , pieņemot, ka lāzera stari krīt perpendikulāri plānam lineāram difrakcijas režģim (3.1. att.), ko veido akusti-optiskais staru noliecējs. Pirmā maksimuma atrašanās vieta ir vismazākais leņķis $\Theta > 0$, pie kura dotā viļņa garuma gaismai ir intensitātes maksimums. Pieņem, ka tiek izmantots lāzers ar viļņa garumu $\lambda = 700$ nm un difrakcijas režģi veido A jautājumā iegūtais skaņas vilnis. [1 punkts]

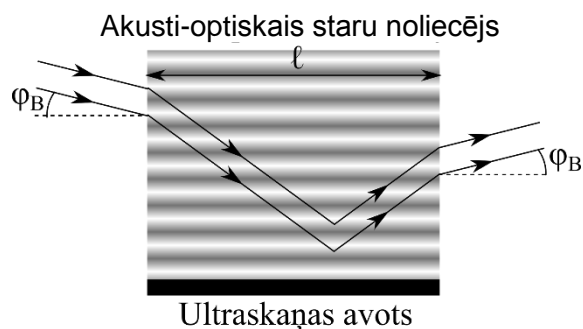
C Ja lāzera stars uz difrakcijas režģi krīt nevis perpendikulāri, bet leņķī φ (3.2. att.), tad pirmais maksimums būs novērojams leņķī Θ_φ . Uzrakstīt sakarību, kas saista Θ_φ ar φ un Θ_1 (definētu B punktā). [1 punkts]



3.2. attēls

Līdz šim mēs pieņemām, ka akusti-optiskais staru noliecējs ir plāns, bet patiesībā tā biezums ir ap 1 cm, kā rezultātā ir jāņem vērā arī staru gaita kristālā. Tādā gadījumā var uzskatīt, ka katrs skaņas viļņa maksimums (laušanas koeficienta maksimums) atstaro daļu krītošās gaismas, kas pēc tam tā spēj interferēt.

D Aprēķināt gājumu diferenci Δs paralēliem gaismas stariem, kas krīt uz akusti-optiskā staru noliecēja leņķī φ_B (3.3. att.) un vienu reizi atstarojas no blakus esošiem ultraskaņas maksimumiem. Izmantot, ka akusti-optiskā staru noliecēja biezums ir ℓ un gaismas laušanas koeficients ir n . Pieņem, ka skaņas radītā gaismas laušanas koeficienta izmaiņas ir tik niecīgas, ka neizmaina gaismas izplatīšanās ātrumu, bet pietiekami ievērojamas, lai daļa gaismas tiktu atstarota. Rezultātu izteikt ar lielumiem φ_B , ℓ , n , un skaņas viļņa garumu λ_s . [1 punkts]



3.3.

E Izmantojot D jautājumā iegūto rezultātu aprēķināt mazāko $\varphi_B > 0$, pie kura novērojams interferences maksimums. Izmantot parametrus, kas doti un aprēķināti A un B jautājumā. [1 punkts]

Līdz šim tika pieņemts, ka skaņas vilnis ir nekustīgs (stāvvilnis), tomēr līdzīgu ainu var iegūt arī ar skrejvilni, kas kustas ar ātrumu $v_s = 5000$ m/s. Tā rezultātā, lāzera staram atstarojoties no viļņa maksimuma, jābūt novērojamai gaismas viļņa Doplera nobīdei.

F Aprēķināt izejošā lāzera stara frekvences nobīdi Δf , ja gaisma krīt uz paraugu E jautājumā iegūtajā leņķī φ_B . Aprēķinos var būt nepieciešams izmantot sakarības

$$\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2} \text{ un } \frac{1}{1+x} = 1 - x, \text{ ja } x \ll 1$$

[3,75 punkti]

G Vai lāzera stara frekvence ir palielinājusies vai samazinājusies par F jautājumā izrēķināto lielumu, ja ultraskaņas avots un stara virziens ir tāds, kā redzams 3.2. attēlā. [0,25 punkti]

H Vai lāzera stara viļņa garums palielinās vai samazinās F jautājumā izrēķinātajā gadījumā? Par cik lielu vērtību? Ja lāzera viļņa garums ir $\lambda = 700$ nm. Aprēķinos var būt nepieciešams izmantot sakarību

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x, \text{ ja } x \ll 1$$

[1 punkts]

Atrisinājums un vērtēšanas kritēriji

A (1 p.)

Aprēķināt skaņas viļņa garumu λ_s , ja skaņas ātrums kristālā ir $v_s = 5000 \text{ m/s}$ un skaņas viļņa frekvence ir $f_s = 20 \text{ MHz}$.

$$\lambda_s = \frac{v_s}{f_s} = \frac{5000}{20 \cdot 10^6} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

B (1 p.)

Aprēķināt 1. maksimuma atrašanās vietu Θ_1 , pieņemot, ka lāzera stari krīt perpendikulāri plānam lineāram difrakcijas režģim (3.1. att.), ko veido akusti-optiskais staru noliecējs. Pirmā maksimuma atrašanās vieta ir vismazākais leņķis $\Theta > 0$, pie kura dotā viļņa garuma gaismai ir intensitātes maksimums. Pieņem, ka tiek izmantots lāzers ar viļņa garumu $\lambda = 700 \text{ nm}$ un difrakcijas režģi veido A jautājumā iegūtais skaņas vilnis.

$$d = \lambda_s \\ d \sin \Theta_m = m \lambda$$

$$\Theta_1 = \arcsin \frac{\lambda}{\lambda_s} = \arcsin \frac{700 \cdot 10^{-9}}{2,5 \cdot 10^{-4}} = \arcsin (2,8 \cdot 10^{-3}) = 0,16^\circ$$

C (1 p.)

Ja lāzera stars uz difrakcijas režģi krīt nevis perpendikulāri, bet leņķī φ (3.2. att.), tad pirmais maksimums būs novērojams leņķī Θ_φ . Uzrakstīt sakarību, kas saista Θ_φ ar φ un Θ_1 (definētu B punktā).

$$\sin \Theta_\varphi + \sin \varphi = \frac{\lambda}{d} = \sin \Theta_1$$

D (1 p.)

Aprēķināt gājumu diferenci Δs paralēliem gaismas stariem, kas krīt uz akusti-optiskā staru noliecēja leņķī φ_B (3.3. att.) un vienu reizi atstarojas no blakus esošiem ultraskaņas maksimumiem. Izmantot, ka akusti-optiskā staru noliecēja biezums ir ℓ un gaismas laušanas koeficients ir n . Pieņem, ka skaņas radītā gaismas laušanas koeficienta izmaiņas ir tik niecīgas, ka neizmaina gaismas izplatšanās ātrumu, bet pietiekami ievērojamas, lai daļa gaismas tiktu atstarota. Rezultātu izteikt ar lielumiem φ_B , ℓ , n , un skaņas viļņa garumu λ_s .

Gaismas ceļa garums vidē ir viens un tas pats, tāpēc nozīme ir tikai gaismas ceļa starpībai gaisā. Rezultātā iegūstam tādu pašu sakarību, kā iepriekšējā uzdevumā.

$$\Delta s = 2 \lambda_s \sin \varphi_B$$

E (1 p.)

Izmantojot D jautājumā iegūto rezultātu aprēķināt mazāko $\varphi_B > 0$, pie kura novērojams interferences maksimums. Izmantot parametrus, kas doti un aprēķināti A un B jautājumā.

$$\varphi_B = \arcsin \frac{\lambda}{2 \lambda_s} = \arcsin \frac{700 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-4}} = \arcsin (1,4 \cdot 10^{-3}) = 0,08^\circ$$

F (3,75 p.)

Aprēķināt izejošā lāzera stara frekvences nobīdi Δf , ja gaisma krīt uz paraugu E jautājumā iegūtajā leņķī φ_B . Aprēķinos var būt nepieciešams izmantot sakarības

$$\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2} \text{ un } \frac{1}{1+x} \approx 1 - x, \text{ ja } x \ll 1$$

No D jautājuma zinām, ka gājumu diference starp stariem, kuri atstarojas no diviem skaņas viļņa maksimumiem

$$\Delta s = 2 d_s \sin \varphi_B$$

kur d_s ir attālums starp šiem skaņas viļņa maksimumiem. Viena gaismas viļņa perioda laikā T , skaņas vilnis veic attālumu $d_s = v_s T$. Tātad gaismas vilnis perioda laikā veic attālumu, kas ir par Δs īsāks nekā, ja nebūtu notikusi atstarošana. Tātad viļņa garums izmainās par

$$\Delta\lambda = \Delta s = -2v_s T \sin\varphi_B$$

Šeit "-" zīme, lai demonstrētu, ka viļņa garums samazinās, jo skaņas vilnis ir nācis pretim gaismai.

Izmantosim sakarības:

$$T = \frac{\lambda}{c}$$

$$\sin\varphi_B = \frac{\lambda}{\lambda_s}$$

$$\lambda_s = \frac{v_s}{f_s}$$

No šejienes iegūstam:

$$\Delta\lambda = -2v_s \frac{\lambda}{c} \cdot \frac{\lambda}{2\lambda_s} = -v_s \frac{\lambda^2 f_s}{c v_s} = -\frac{\lambda^2 f_s}{c}$$

kas ir arī H jautājuma atrisinājums.

Izmantojot sakarības: $\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda$, $\lambda = \frac{c}{f_0}$ un $\lambda_1 = \frac{c}{f_1}$, iegūstam

$$\frac{c}{f_1} - \frac{c}{f_0} = -\frac{\lambda^2 f_s}{c} = -\frac{c^2 f_s}{f_0^2 c} = -\frac{c f_s}{f_0^2}$$

$$\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_0} = -\frac{f_s}{f_0^2}$$

$$\frac{f_0 - f_1}{f_1 \cdot f_0} = -\frac{f_s}{f_0^2}$$

kur $\Delta f = f_0 - f_1$ un $f_1 \approx f_0$

Rezultātā $\Delta f = f_s$

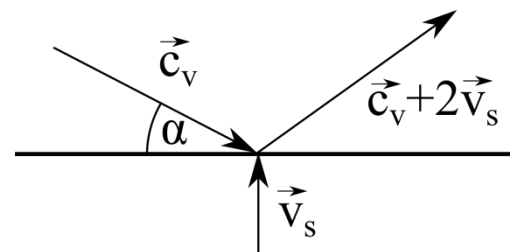
Komentārs:

Formāli nepareizs atrisinājums, kas pieņem, ka gaismas ātrums var mainīties un gaismai var izmantot tās pašas sakarības ko skaņai (šis atrisinājums dod to pašu rezultātu):

Tā kā $v_s \ll c$, kur c ir gaismas ātrums, tad varam izmantot Doplera nobīdes formulas bez relatīvistiskā tuvinājuma, t.i.

$$\Delta f = \frac{\Delta v}{c_v} f_0$$

Lāzera stara ātruma komponente perpendikulāri \vec{v}_s ir $c_v \cos\alpha$. Lāzera stara ātruma komponente paralēli \vec{v}_s pirms sadursmes ar skaņas viļņa fronti ir $c_v \sin\alpha$, bet pēc sadursmes ir $c_v \sin\alpha + 2v_s$. Rezultātā pēc sadursmes gaismas viļņa ātrums būs:



3.4. attēls

$$c_{ps} = \sqrt{(c_v \cos\alpha)^2 + (c_v \sin\alpha + 2v_s)^2} = \sqrt{c_v^2 + 4v_s c_v \sin\alpha + 4v_s^2} = c_v \sqrt{1 + 4 \frac{v_s}{c_v} \sin\alpha + 4 \frac{v_s^2}{c_v^2}}$$

Izmantojot tuvinājumu, ka $v_s \ll c$, varam iegūt

$$c_{pc} \approx c_v \sqrt{1 + 4 \frac{v_s}{c_v} \sin\alpha} \approx c_v \left(1 + 2 \frac{v_s}{c_v} \sin\alpha\right) = c_v + 2v_s \sin\alpha$$

Šeit labi redzams, ka ātruma izmaiņa ir $\Delta v = 2v_s \sin\alpha$. To ievietojot Doplera nobīdes formulā iegūstam:

$$\Delta f = \frac{\Delta v}{c_v} f_0$$

kur f_0 ir sākotnējā viļņa frekvence.

Gan α , gan c_v ir vērtības, kas ir novērojamas staram dotajā vidē. Lai pārietu uz vērtībām, kas raksturo stara uzvedību ārpus vides, izmantojam, ka $\sin\varphi_B = n\sin\alpha$ un $nc_v = c$.

Nemot vērā, ka

$$f_0 = \frac{c}{\lambda}; \quad \sin\varphi_B = \frac{\lambda}{2\lambda_s} \text{ un } \lambda_s = \frac{v_s}{f_0}$$

iegūst

$$\Delta f = \frac{2v_s \sin\varphi_B}{c} \frac{c}{\lambda} = \frac{2v_s \sin\varphi_B}{\lambda} = \frac{2v_s \lambda}{2\lambda_c \lambda} = \frac{v_s}{\lambda_c} = f_s = 20 \text{ MHz}$$

Labošanas ieteikums:

Par pareiziem uzskatīt arī atrisinājumus, kur tiek izmantotas Doplera efekta formulas skaņai, jo pie maziem v_s , liela daļa no sakarībām izpildās (skatīt komentāru augstāk).

G (0,25 p.)

Vai lāzera stara frekvence ir palielinājusies vai samazinājusies par F jautājumā izrēķināto lielumu, ja ultraskaņas avots un stara virziens ir tāds, kā redzams 3.2. attēlā.

Palielinās, jo skaņas vilnis kustās pretī gaismas vilnim.

H (1 p.)

Vai lāzera stara viļņa garums palielinās vai samazinās F jautājumā izrēķinātajā gadījumā? Par cik lielu vērtību? Ja lāzera viļņa garums ir $\lambda = 700 \text{ nm}$. Aprēķinos var būt nepieciešams izmantot sakarību

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x, \text{ ja } x \ll 1$$

Samazinās par $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_B = \lambda - \frac{c}{f + \Delta f} = \lambda - \frac{c}{f} \frac{1}{1 + \frac{\Delta f}{f}} \approx \lambda - \frac{c}{f} \left(1 - \frac{\Delta f}{f}\right) = \lambda \frac{\Delta f}{f} = \lambda^2 \frac{\Delta f}{c} = 3,27 \cdot 10^{-14} \text{ m}$

Labošanas ieteikums:

0.25 p piešķir par noteiktu virzienu (pareizi, ja pretējs G jautājuma atbildei.), 0.75 p par formulu un skaitlisko vērtību.