Valsts izglītības satura centrs
NACIONĀLAIS ATTĪSTĪBAS PLĀNS 2020
EIROPAS SAVIENĪBA
Eiropas Sociālais fonds
IEGULDĪJUMS TAVĀ NĀKOTNĒ

Projekta numurs: 8.3.2.1/16/I/002

Nacionāla un starptautiska mēroga pasākumu īstenošana izglītojamo talantu attīstībai

Fizikas valsts 67. olimpiāde
Trešā posma uzdevumi 11. klasei

Jums tiek piedāvāti trīs uzdevumi. Par katru uzdevumu maksimāli iespējams iegūt 10 punktus. Katra uzdevuma risinājumu vēlams veikt uz atsevišķas rūtiņu lapaspuses. Neaizmirstiet uzrakstīt risināmā uzdevuma soļa numuru. Baltais papīrs paredzēts melnrakstam - to žūrijas komisija neskatīsies. Laiks - 180 minūtes

1. uzdevums
GAISA BALONI

Ar karsto gaisu pildītais gaisa balons bija pirmais lidaparāts, kas pacēla cilvēku virs zemes: pirmie brāļu Mongolfjē eksperimenti un lidojumi notika 1783. gadā, un pirmais lidojums ilga 10 minūtes. Kopš tā laika interese par šiem lidaparātiem nav gājusi mazumā, un 2017. gada februārī tika uzstādīts jauns pasaules rekords, kad krievu ceļotājiem ar šādu lidaparātu izdevās noturēties gaisā vairāk par 50 stundām. Šajā uzdevumā aplūkosim ar šo rekordu saistītās likumsakarības.

Modernajos gaisa balonos gaiss tiek sakarsēts, sadedzinot propānu. Tipiska gaisa balona tilpums V = 2800 m^3, tā apvalks ir veidots no neilona, un apvalka masa m_a ir 110 kg. Maksimālā pieļaujamā temperatūra gaisa balona iekšpusē T_{max} ir 120 ^{0}C (to nosaka neilona īpašības). Gaisa molmasa M_g ir 29.0 g/mol, brīvās krišanas paātrinājums g ir 9.81 m/s^2, universālā gāzu konstante R = 8.31 J/kg·K. Atmosfēras spiediens pie Zemes virsmas p_0 ir 100 kPa. Absolūtās nulles temperatūra ir – 273 ^{0}C.

A Cik liela ir balona groza maksimālā kopējā masa m_1 (t.i, groza, kravas, pasažieru, propāna balonu un gāzes degļa kopējā masa), lai šāds balons vēl atrautos no zemes vasaras dienā, kad apkārtējā gaisa temperatūra ir T_1 = 27 ^{0}C? [2 punkti]

B Cik reižu lielāku masu šādā gadījumā varēs pacelt tāda paša tilpuma ūdeņraža balons? Pieņemt, ka balona apvalka masa un apkārtējās vides temperatūra ir tādas pašas kā uzdevuma **A** punktā. Atšķirībā no karstā gaisa balona, ar ūdeņradi pildītais balons netiek sildīts. Balona apvalks nerada papildu spiedienu uz gāzi. [1 punkti]

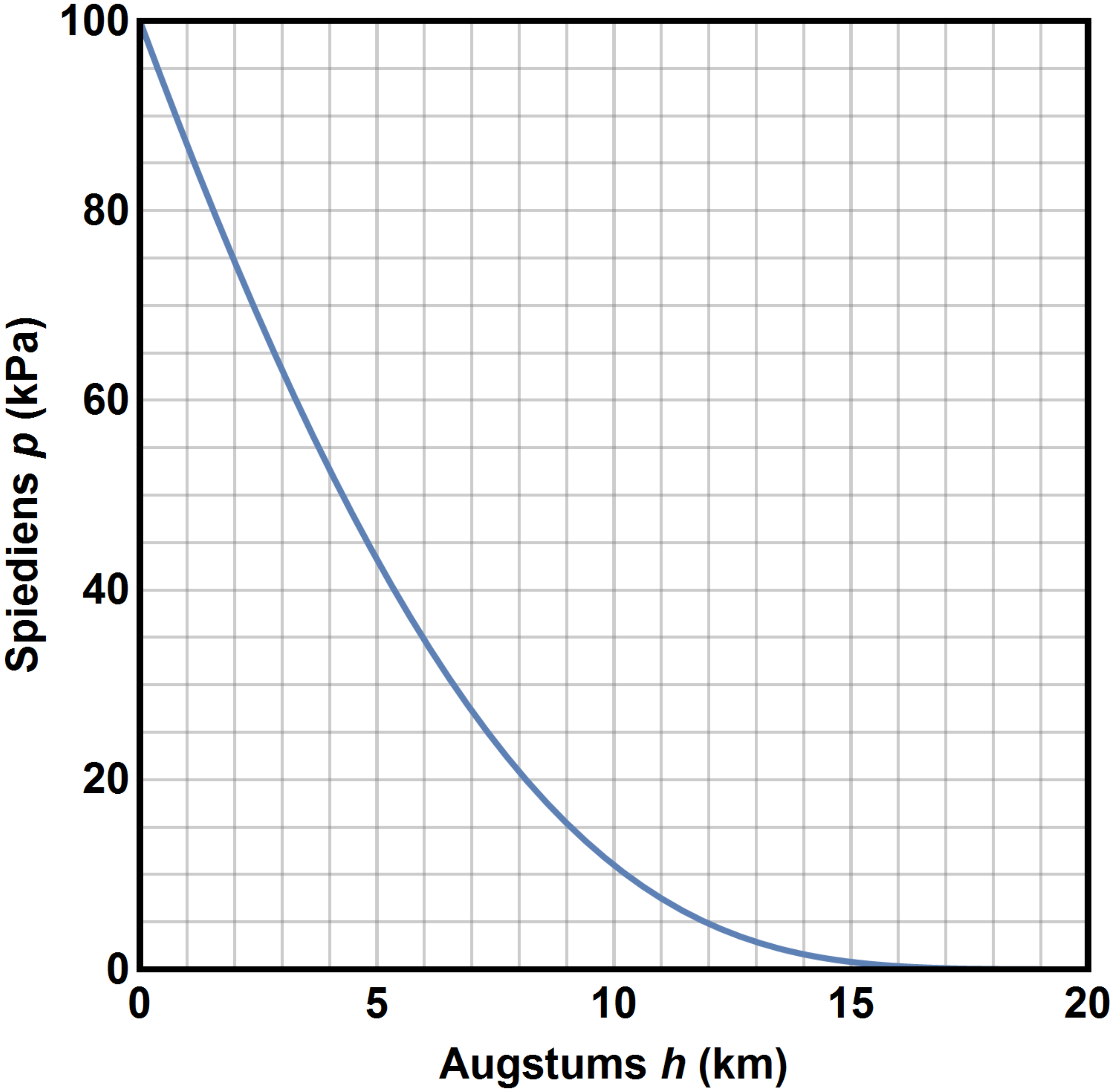
C Cik reižu lielāku masu **karstā gaisa balons** varēs pacelt ziemā nekā tāds pats balons vasaras dienā, ja ziemā apkārtējā gaisa temperatūra ir T_2 = – 20^0 C? [1 punkts]

D Balona groza kopējā masa (kravas, gāzes degļa, propāna balonu un pasažieru kopējā masa) ir m = 400 kg. Līdz kādai temperatūrai vajag sasildīt gaisu balonā, lai paceltu šādu kravu ziemas dienā (T_2 = – 20 ^{0} C) un vasaras dienā (T_1 = 27 ^{0}C)? Cik reižu ilgāks ir maksimālais lidojuma laiks ar šādu gaisa balonu ziemas dienā (T_2 = – 20 ^{0}C) nekā vasaras dienā (T_1 = 27 ^{0}C), ja līdzi paņemtais propāna daudzums ir viens un tas pats abos gadījumos? Balona laika vienībā atdotais siltuma daudzums ir proporcionāls balona virsmas laukumam un temperatūru starpībai starp balonu un apkārtējo gaisu. Propāna gāzes balonu masas izmaiņu propāna sadedzināšanas dēļ neņemt vērā. [3 punkti]

E Balona groza, kravas un pasažieru kopējā masa ir m = 400 kg. Cik liels ir maksimālais šāda balona pacelšanās augstums, ja temperatūra zemes virsmas tuvumā ir $T_2 = -20^0$ C, un, attālinoties par katru km no zemes virsmas, tā samazinās vēl par 9.8^0 C. Atmosfēras spiediens atkarīgs no augstuma h kā

$$p(h) = p_0 e^{-\frac{gM_g h}{RT}}$$

Šī sakarība ir attēlota grafikā (skat. 1.1. attēlu). Uzdevumu vislabāk ir risināt grafiski. **Zīmējumus ieteicams veikt dotajā grafikā.** [3 punkti]



1.1. attēls

Atrisinājums un vērtēšanas kritēriji

A (2 p.)

Cik liela ir balona groza maksimālā kopējā masa m_1 (t.i, groza, kravas, pasažieru, propāna balonu un gāzes degļa kopējā masa), lai šāds balons vēl atrautos no zemes vasaras dienā, kad apkārtējā gaisa temperatūra ir $T_1 = 27\,^0C$?

Balons ceļas augšup Arhimēda spēka ietekmē. Maksimāli noslogotam balonam Arhimēda spēks vienāds ar kopējo smaguma spēku, ko veido balona apvalka, balonā esošā gaisa un balona groza radītais spēks. Tādējādi

$$\rho_0 V g = (m_a + m_1 + m_g) g$$

(1 punkts)

kur m_g ir gaisa masa balonā $m_g = \rho_g V$, ρ_g ir gaisa blīvums balonā, bet ρ_0 ir apkārtējā gaisa blīvums. Ievērosim, ka ρ_g ir atkarīgs no gaisa temperatūras balonā, bet ρ_0 – no apkārtējā gaisa temperatūras.

Izsakot iegūstam

$$m_1 = (\rho_0 - \rho_g) V - m_a$$

Redzam, ka jo lielāka starpība starp gaisa blīvumu balonā un apkārtējā gaisa blīvumu, jo lielāku kravu balons varēs pacelt.

Gaisa blīvums ρ un temperatūra T saistīti ar Mendeļejeva – Klapeirona vienādojumu:

$$p_0 V = \frac{m}{M_g} R T \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{m}{V} = \frac{M_g p_0}{RT}$$

(1 punkts)

p_0 šeit ir atmosfēras spiediens (tā kā balons nav noslēgts, tad spiediens tā iekšpusē praktiski vienāds ar apkārtējā gaisa spiedienu). Blīvums tātad ir apgriezti proporcionāls temperatūrai. Gaisa blīvums būs vismazākais un balona celtspēja vislielākā, kad gaisa temperatūra balonā būs tuva maksimālai pieļaujamai (T_{max}).

Ievietojot iegūstam

$$m_1 = (\rho_0 - \rho_g) V - m_a = \frac{M_g p_0 V}{R}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_{max}}\right) - m_a \approx \mathbf{661\ kg}$$

B (1 p.)

Cik reižu lielāku masu šādā gadījumā varēs pacelt tāda paša tilpuma ūdeņraža balons? Pieņemt, ka balona apvalka masa un apkārtējās vides temperatūra ir tādas pašas kā uzdevuma **A** *punktā. Atšķirībā no karstā gaisa balona, ar ūdeņradi pildītais balons netiek sildīts. Balona apvalks nerada papildu spiedienu uz gāzi.*

Izmantojot tās pašas sakarības kā A punktā, iegūstam, ka ūdeņraža blīvums balonā

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{M_{H_2} p_0}{R T_1}$$

Ievērosim, ka balona temperatūra šajā gadījumā vienāda ar apkārtējās vides temperatūru.

Maksimālā ar ūdeņraža balonu paceļama masa ir

$$m_{H_2} = \frac{(M_g - M_{H_2})\, p_0 V}{R T_1} - m_a \approx 2922\ \text{kg}$$

Šeit M_{H_2} ir ūdeņraža molmasa (2 g/mol). Kā redzam, tāda paša izmēra ūdeņraža balons spēj pacelt

$$\frac{2922}{661} \approx \mathbf{4.42}$$

reizes lielāku masu nekā karstā gaisa balons.

C (1 p.)

Cik reižu lielāku masu ***karstā gaisa balons*** *varēs pacelt ziemā nekā tāds pats balons vasaras dienā, ja ziemā apkārtējā gaisa temperatūra ir $T_2 = -20^0$ C?*

Izmantojot to pašu sakarību kā uzdevuma A punktā, iegūstam

$$m_2 = \frac{M_g p_0 V}{R}\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_{max}}\right) - m_a \approx 1266 \text{ kg}$$

$$\frac{1266}{661} \approx \mathbf{1.92}$$

Tādējādi ziemā balons varēs pacelt 1.92 reizes smagāku kravu nekā vasarā, un ziema tādēļ tiek uzskatīta par daudz labāku laiku rekord-lidojumiem ar gaisa baloniem.

D (3 p.)

Balona groza kopējā masa (kravas, gāzes degļa, propāna balonu un pasažieru kopējā masa) ir m = 400 kg. Līdz kādai temperatūrai vajag sasildīt gaisu balonā, lai paceltu šādu kravu ziemas dienā ($T_2 = -20\ ^0$ C) un vasaras dienā ($T_1 = 27\ ^0$C)? Cik reižu ilgāks ir maksimālais lidojuma laiks ar šādu gaisa balonu ziemas dienā ($T_2 = -20\ ^0$C) nekā vasaras dienā ($T_1 = 27\ ^0$C), ja līdzi paņemtais propāna daudzums ir viens un tas pats abos gadījumos? Balona laika vienībā atdotais siltuma daudzums ir proporcionāls balona virsmas laukumam un temperatūru starpībai starp balonu un apkārtējo gaisu. Propāna gāzes balonu masas izmaiņu propāna sadedzināšanas dēļ neņemt vērā.

Viegli izrēķināt balonu temperatūras $T_{b,1}$ un $T_{b,0}$, kas nepieciešamas, lai paceltu 400 kg lielu kravu attiecīgi ziemā un vasarā. No A punktā iegūtā vienādojuma izsakām

$$T_{b,1} = \frac{1}{\frac{1}{T_1} - \frac{(m+m_a)R}{M_g p_0 V}} = 356 \text{ K} = 83^0\text{C}$$

$$T_{b,2} = \frac{1}{\frac{1}{T_2} - \frac{(m+m_a)R}{M_g p_0 V}} = 291 \text{ K} = 18^0\text{C}$$

1 punkts

Kā redzams, nepieciešamās temperatūras ir dramatiski atšķirīgas, un tas būtiski ietekmēs maksimālo lidojuma ilgumu.

Balona lidojuma ilgumu ierobežo propāna daudzums. Ja vienā laika vienībā tiek sadedzināta Δm liela propāna masa, tad laikā Δt izdalītais siltuma daudzums ir $\Delta Q = q \cdot \Delta m \cdot \Delta t$, kur q ir propāna sadedzināšanas īpatnējais siltums. Šis lielums nav atkarīgs no apkārtējā gaisa temperatūras un būs viens un tas pats gan ziemā, gan vasarā. Ja kopējā propāna masa ir m_p, tad maksimālais balona lidojuma laiks $t_{max} = m_p / \Delta m$, no kurienes varam izteikt $\Delta m = m_p / t_{max}$.

Ja balona temperatūra ir nemainīga, tad viss propāna sadedzināšanā izdalītais siltuma daudzums tiek patērēts, lai kompensētu siltuma zudumus caur balona apvalku, kas, savukārt, ir proporcionāls balona virsmas laukumam S un temperatūru starpībai starp balonu (T_b) un apkārtējo gaisu (T_a). Līdz ar to

$$q\Delta m\Delta t = q\frac{m_p}{t_{max}}\Delta t = hS(T_b - T_a)\Delta t$$

h – šeit kāda konstante

1 punkts

Izsakām

$$t_{max} = \frac{qm_p}{hS(T_b - T_a)}$$

Lidojumu ilgumu attiecība ziemā un vasarā tātad būs

$$\frac{t_{max,2}}{t_{max,1}} = \frac{T_{b,1} - T_1}{T_{b,2} - T_2} = \mathbf{1.45}$$

tātad ziemā lidojums ar gaisa balonu var būt 1.45 reizes ilgāks.

1 punkts

E (3 p.)

Balona groza, kravas un pasažieru kopējā masa ir m = 400 kg. Cik liels ir maksimālais šāda balona pacelšanās augstums, ja temperatūra zemes virsmas tuvumā ir T_2 = – 20^0 C, un, attālinoties par katru km no zemes virsmas, tā samazinās vēl par 9.8^0 C. Atmosfēras spiediens atkarīgs no augstuma h kā

$$p(h) = p_0 e^{-\frac{gM_g h}{RT}}$$

Šī sakarība ir attēlota grafikā (skat. 1.1. attēlu). Uzdevumu vislabāk ir risināt grafiski. **Zīmējumus ieteicams veikt dotajā grafikā.**

Iepriekšējos uzdevuma punktos redzējām, ka balona celtspēja atkarīga kā no temperatūras, tā arī no apkārtējā gaisa spiediena. Balonam ceļoties augstāk, apkārtējā gaisa temperatūra samazinās un celtspējai vajadzētu pieaugt. Taču vienlaikus samazinās spiediens, kas, savukārt, samazina celtspēju. Tā kā spiediens samazinās eksponenciāli, tad šis efekts gūs virsroku.

Izmantojot A uzdevuma punktā iegūto sakarību, varam secināt, ka līdz maksimālai temperatūras sakarsētā balona celšanās apstāsies, kad

$$m = \frac{M_g p(h) V}{R}\left(\frac{1}{T(h)} - \frac{1}{T_{max}}\right) - m_a$$

1 punkts

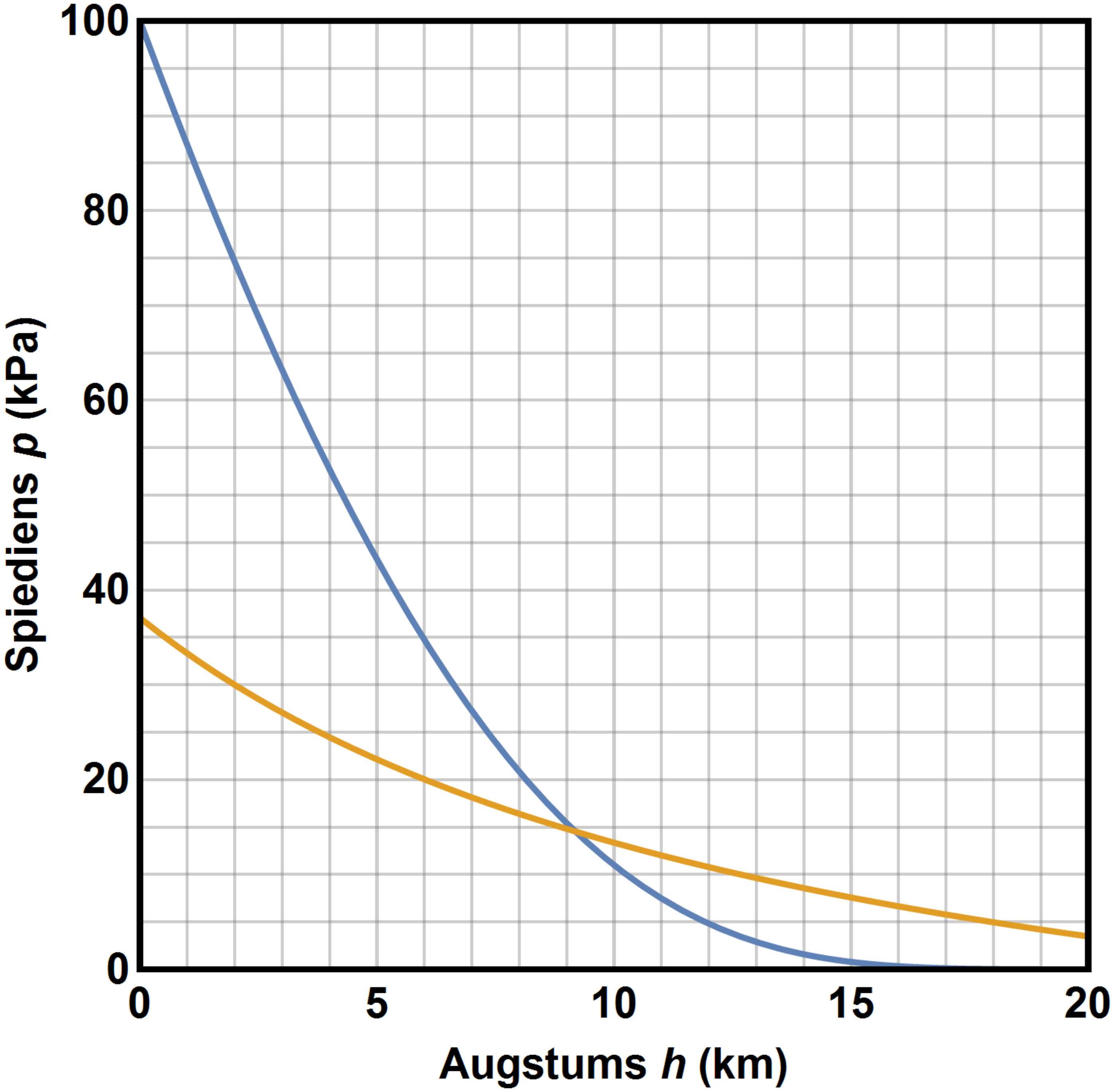
Pārveidojot iegūstam

$$p(h) = \frac{(m + m_a)R}{\left(\frac{1}{T(h)} - \frac{1}{T_{max}}\right) M_g V} = \frac{(m + m_a)R}{M_g V} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{T_1 - \alpha h} - \frac{1}{T_{max}}\right)} = 52.2 \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{253 - 9.8h} - \frac{1}{393}\right)}$$

Konstruējot šī vienādojuma labās puses atkarības no *h* grafiku (1 punkts), atrodam krustpunktu ar *p*(*h*) grafiku (1.2. attēls):

h_{max} ≈ 9.2 km.

(1 punkts)



1.2. attēls.

2. uzdevums

NELINEĀRIE ELEMENTI

Elektriskās komponentes var iedalīt lineārajos un nelineārajos elementos. Lineārie elementi ir tādi elementi, kuriem sakarība starp spriegumu uz šī elementa un strāvu caur doto elementu ir taisne $U \propto I$ jeb $U = IR$, kur proporcionalitātes koeficients R ir elektriskā pretestība. Var būt arī citas lineāras sakarības ne tieši starp spriegumu un strāvu, bet spriegumu un lādiņu uz kondensatora vai arī starp magnētisko plūsmu un strāvu spolē ar noteiktu induktivitāti.

Šajā uzdevumā aplūkosim sakarības starp spriegumu un strāvu. Nelineārajiem elementiem sakarība starp spriegumu un strāvu nav taisne, un viens no šādiem piemēriem ir pusvadītāju diode, kam šī sakarība ir eksponenciāla. Apskatīsim uzdevumā pusvadītāju diodi, kas sastāv no **P-N pārejas**. To raksturo **potenciāla barjera**, kas skaitliski vienāda ar enerģiju, kas būtu jāpiešķir 1 elektronam, lai tas varētu pārvarēt šo elementu un turpināt kustību. Virziens, kurā diode ļauj plūst strāvai cauri, tiek saukts par **caurlaides** virzienu.

Konstantes un noderīgie lielumi:

Elektriskā konstante $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ F/m

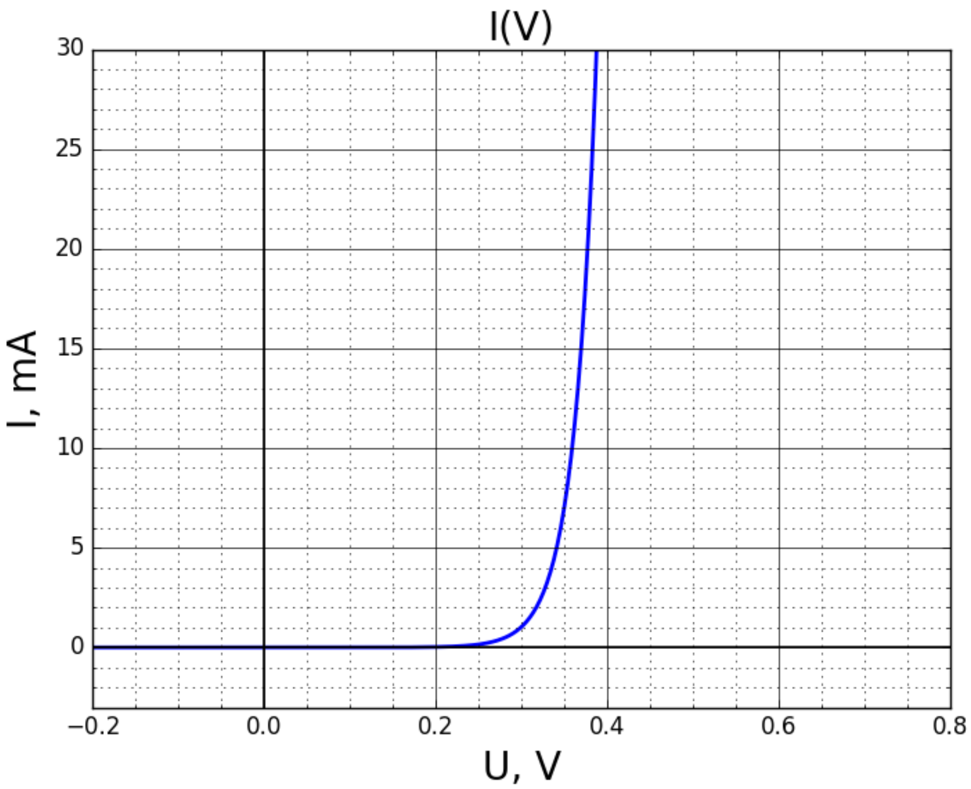
Vara molmasa $M_{Cu} = 63{,}5$ g/mol

Vara blīvums $\rho_{Cu} = 8{,}96$ g/cm^3

Silīcija molmasa $M_{Si} = 28{,}1$ g/mol

Silīcija blīvums $\rho_{Si} = 2{,}33$ g/cm^3

A Dota voltampēru raksturlīkne noteiktai diodei (skat. 2.1. attēlu).



2.1. attēls. Voltampēru raksturlīkne noteiktai diodei

A1 Aplūkojot voltampēru raksturlīkni pusvadītāju diodei 2.1. attēlā, noteikt, pie cik liela sprieguma sāks plūst strāva diodē, ja spriegums tiek pielikts caurlaides virzienā. [0,5 punkti]

A2 Noteikt potenciāla barjeras vērtību caurlaides virzienā pusvadītāju diodē. Atbildi norādīt elektronvoltos. [1 punkts]

B

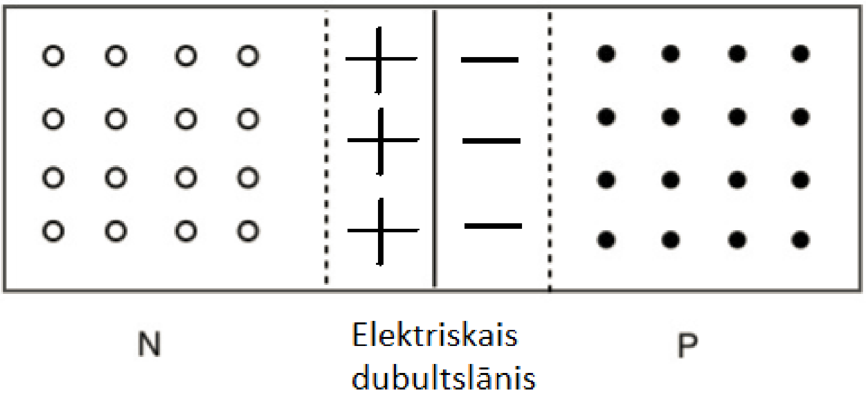
Parasti pusvadītāji atšķiras no metāliem ar vairākām īpašībām. Galvenā ir tā, ka brīvo lādiņnesēju koncentrācija istabas temperatūrā ir samērā maza, jo elektroni pārsvarā ir saistīti ar molekulām kristālrežģī (elektroni atrodas **valences zonā**), kas ir pretēji metāliem, kuru valences elektroni ir arī brīvie elektroni kristālrežģī. Jāizceļ arī īpašība, ka, pusvadītājos, pieaugot temperatūrai, palielinās vadītspēja, kas ir pretēji metāliem. Tā rezultātā, lai palielinātu vadītspēju, palielina brīvo lādiņnesēju koncentrāciju pusvadītājā, pievienojot piejaukuma atomus ar citu valences elektronu skaitu. Par **P-tipa** pusvadītāju sauc tādu materiālu, kurā piejaukumatomi ir ar lielāku valences elektronu skaitu nekā pamata pusvadītāja materiālam. jo tad šie papildu elektroni vairs nav saistīti saitēs starp atomiem un kļūst par brīvajiem lādiņnesējiem. Savukārt par **P-tipa** pusvadītāju sauc tādu materiālu, kam piejaukuma atomiem ir mazāks valences elektronu skaits nekā pamata pusvadītāja materiālam, jo tad pietrūkst elektronu, lai visas saites varētu aizpildīt. To vietās paliek "**caurumi**", kas arī ir lādiņnesēji.

B1 Noteikt brīvo lādiņnesēju koncentrāciju varā, ja zināms, ka tam ir viens valences elektrons. [1 punkts]

B2 Noteikt brīvo lādiņnesēju koncentrāciju P-tipa pusvadītājā, ja silīcijam pievieno boru kā piejaukuma atomus koncentrācijā $n_p = 1 \cdot 10^{22}$ 1/m^3, pieņemot, ka tīram silīcijam brīvo lādiņnesēju koncentrācija ir ievērojami mazāka nekā piejaukumatomu koncentrācija. [0,5 punkti]

C

Kad savieno P un N tipa pusvadītājus (vienam brīvie lādiņnesēji ir caurumi, bet otram - elektroni), tad savienojuma vietā elektroni ar caurumiem **rekombinējas** (brīvie elektroni aizpilda caurumu vietas saitēs starp atomiem), radot nekompensēto lādiņu un veidojot **elektrisko dubultslāni** savienojuma vietā. P tipa pusvadītāja pusē rodas negatīvi lādēts apgabals, bet N tipa pusē paliek pozitīvi lādēts apgabals, skatīt 2.2. attēlā.



2.2. attēls. Elektriskais dubultslānis uz p-n pārejas

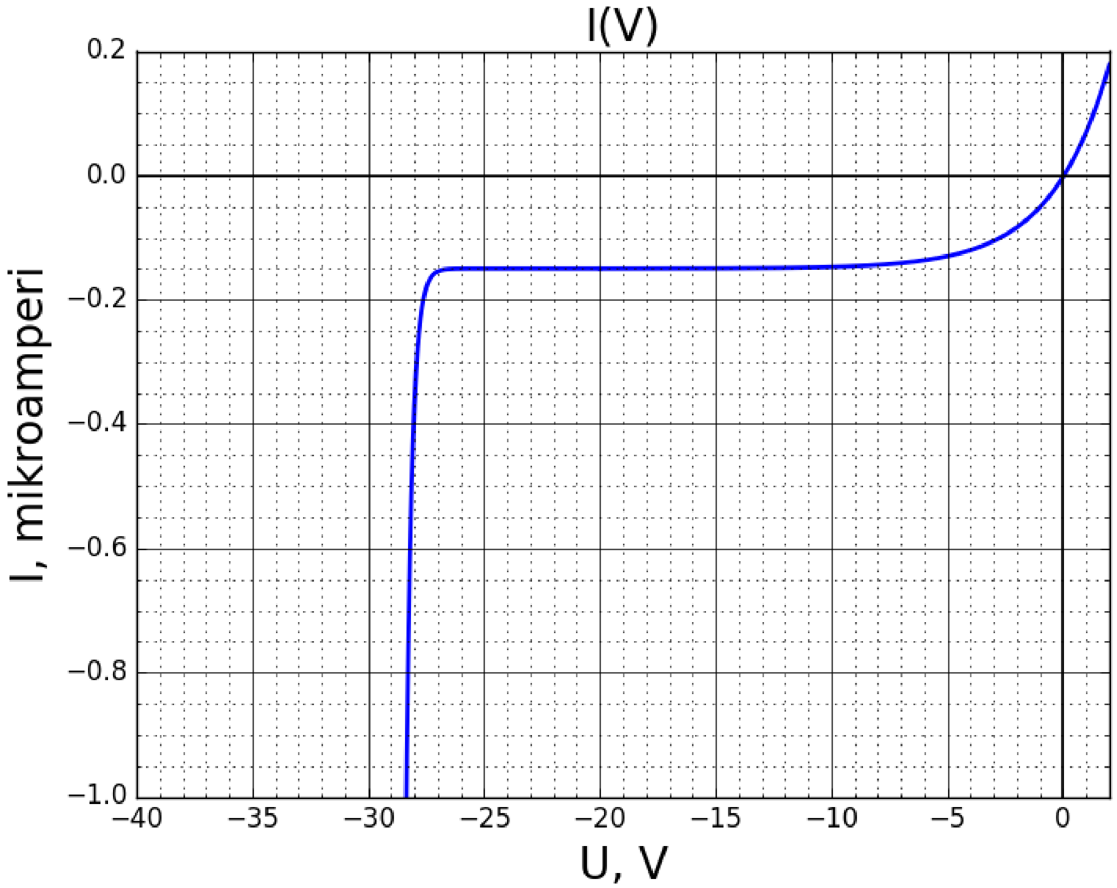
C1 Novērtēt šī dubultslāņa biezumu, izmantojot iepriekšējos punktos iegūtās vērtības, ņemot vērā, ka P un N tipa pusvadītājos piejaukuma atomu koncentrācija ir vienāda, pieņemot, ka relatīvā dielektriskā caurlaidība $\varepsilon = 10$. [2 punkti]

C2 Tagad diode tiek pievienota ķēdē tā, ka elektriskais lauks ir pielikts caurlaides virzienā. Spriegums tiek pakāpeniski palielināts līdz $U = 0{,}15$ V. Noteikt jauno elektriskā dubultslāņa biezumu un potenciāla barjeru. [1 punkts]

C3 Tas pats spriegums tiek pielikts diodei pretējā virzienā (sprostvirzienā). Cik liels ir dubultslāņa biezums un potenciāla barjera? Ko no tā var secināt? [1 punkts]

C4 Tā kā elektriskā dubultslāņa katra puse sastāv no nekompensētiem lādiņiem, to var uzskatīt par sava veida kondensatoru, jo lādiņi ir atdalīti viens no otra gluži kā kondensatorā. Pieņemot, ka nav pielikts nekāds spriegums, novērtēt šīs pusvadītāju diodes elektrisko kapacitāti, ja šķērsgriezuma laukums elektriskajam dubultslānim ir $S = 1 \cdot 10^{-7}$ m^2. [2 punkti]

C5 Apskatot grafiku 2.3. attēlā, noteikt **sproststrāvas stiprumu** jeb strāvas stiprumu, kas plūst pusvadītāju diodē, ja spriegums ir pielikts pretēji caurlaides virzienam (sprostvirzienā), brīdī kad diodei pieliktais spriegums vēl nav sasniedzis kritisko robežu, aiz kuras strāva strauji pieaug.
[1 punkts]



2.3. attēls. Voltampēru raksturlīkne noteiktai diodei sprostvirzienā

Atrisinājums un vērtēšanas kritēriji

A1 (0,5 p.)

Aplūkojot voltampēru raksturlīkni pusvadītāju diodei 2.1. attēlā, noteikt, pie cik liela sprieguma sāks plūst strāva diodē, ja spriegums tiek pielikts caurlaides virzienā.

No grafika jānosaka punkts, kurā strāva sāk izteikti pieaugt. To var novērtēt aptuveni, bet var arī, piemēram, novilkt pieskari funkcijai tajā vietā, kur tā ir pietiekami stāva, lai to varētu aproksimēt ar taisni un nolasīt taisnes krustpunktu ar asi. Iegūtais rezultāts ir apmēram **$U \approx 0{,}375$ V**. Kļūda apmēram $U = 0.05$ V ir pieņemams rezultāts.

A2 (1 p.)

Noteikt potenciāla barjeras vērtību caurlaides virzienā pusvadītāju diodē. Atbildi norādīt elektronvoltos.

Diodes potenciāla barjera tiek nodefinēta kā $\Delta E = eU_{fb}$ = **0,355 eV**. Iegūtā rezultā kļūda par 0.05 eV ir pieņemama.

B1 (1 p.)

Noteikt brīvo lādiņnesēju koncentrāciju varā, ja zināms, ka tam ir viens valences elektrons.

Zināms, ka materiāla blīvums

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{M_{Cu}N}{N_A V}$$

Zinot, ka katrs atoms dod vienu elektronu, var izteikt brīvo lādiņnesēju koncentrāciju

$$n_0 = \frac{N}{V} = \frac{\rho N_A}{M_{Cu}} \approx \mathbf{8{,}5 \cdot 10^{28} \frac{1}{m^3}}$$

B2 (0.5 p.)

Noteikt brīvo lādiņnesēju koncentrāciju P-tipa pusvadītājā, ja silīcijam pievieno boru kā piejaukuma atomus koncentrācijā $n_p = 1 \cdot 10^{22}$ 1/m^3, pieņemot, ka tīram silīcijam brīvo lādiņnesēju koncentrācija ir ievērojami mazāka nekā piejaukumatomu koncentrācija.

Tā kā uzdevumā minēts, ka pusvadītājam bez piejaukuma atomiem ir samērā maza brīvo lādiņnesēju koncentrāciju, tāpēc var rakstīt, ka piejaukuma atomu koncentrācija nosaka brīvo lādiņnesēju koncentrāciju

$$n_s = n_o + n_{piejaukums} \approx n_{piejaukums} = \mathbf{1 \cdot 10^{22} \frac{1}{m^3}}$$

C1 (2 p)

Novērtēt šī dubultslāņa biezumu, izmantojot iepriekšējos punktos iegūtās vērtības, ņemot vērā, ka P un N tipa pusvadītājos piejaukuma atomu koncentrācija ir vienāda, pieņemot, ka relatīvā dielektriskā caurlaidība ε = 10.

Šo uzdevuma punktu var atrisināt vairākos veidos.

1) ar kondensatora formulu

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$$

kur d ir attālums starp kondensatora platēm (uzdevumā – attālums starp lādiņiem).
Lādiņš: $q = CU$

Lādiņu mēs varam noteikt pareizinot piejaukuma atoma koncentrāciju ar lādiņa vērtību un tilpumu

$$q = n_p eV = n_p eSd = n_p eS\frac{L}{2}$$

Šeit S ir elektriskā dubultslāņa laukums, $d = L/2$ - puse no elektriskā dubultslāņa garuma. Pielīdzinot abus vienādojumus, kas raksturo kapacitāti, varam izteikt sakarību starp spriegumu un elektriskā dubultslāņa biezumu jeb garumu

$$\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} = \frac{q}{U}$$

Pareizinot abas puses ar pusi no dubultslāņa biezumu, iegūstam

$$\frac{\varepsilon\varepsilon_0 V}{d} = \frac{qL}{2U} = \frac{n_p e L V}{2U}$$

No tā atbilstoši var izteikt dubultslāņa biezumu kā

$$L = \frac{2U\varepsilon\varepsilon_0}{2n_p e d}$$

Ja pieņemam, ka atstatums, starp lādiņiem ir apmēram elektriskā dubultslāņa biezums $L = d$, tad

$$L = \sqrt{\frac{2U\varepsilon\varepsilon_0}{n_p e}} = 2 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{m} \approx 200\ \mathrm{nm}$$

2) Alternatīvs risinājums ietver Gausa likumu. Ja pielieto Gausa likumu plāksnei, varam iegūt sakarību starp elektriskā lauka intensitāti E un lādiņu uz plāksnes atkarībā no plāksnes biezuma

$$ES = \frac{Q}{2\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{n_p e x S}{2\varepsilon\varepsilon_0}$$

Izsakot elektriskā lauka intensitāti, iegūst, ka

$$E = \frac{n_p e x}{\varepsilon\varepsilon_0}$$

(saucējā pazuda 2, jo elektriskā lauka kopsumma kondensatorā ir abu plākšņu radītais kopējais elektriskais lauks un tātad divas reizes lielāks nekā katras plāksnes atsevišķi radītais elektriskais lauks).

Ja elektriskais lauks būtu homogēns, tad spriegums būtu $U = El$, bet elektriskais lauks nav homogēns un pieaug lineāri atkarībā no biezuma. Tā kā tā ir lineāra sakarība, tad kopējais spriegums būs

$$U = \frac{1}{2}\frac{n_p e L^2}{\varepsilon_0 \varepsilon}$$

No šī vienādojuma var izteikt dubultslāņa biezumu

$$L = \sqrt{\frac{2U\varepsilon\varepsilon_0}{n_p e}}$$

Ievērot! Ja gadījumā dubultslāņa biezuma aprēķins ir līdz konstantei precīzs, tad tas ir jāpieņem, piešķirot punktus pilnā apmērā!

C2 (1 p)

Tagad diode tiek pievienota ķēdē tā, ka elektriskais lauks ir pielikts caurlaides virzienā. Spriegums tiek pakāpeniski palielināts līdz U = 0,15 V. Noteikt jauno elektriskā dubultslāņa biezumu un potenciāla barjeru.

Ja elektriskais lauks tiek pielikts caurlaides virzienā, tad

$$L = \sqrt{\frac{2(U - U_p)\varepsilon_o \varepsilon}{n_i e}} = \mathbf{150\ nm}$$

kur U_p ir pusvadītāju diodei pieliktais spriegums.

Var secināt, ka elektriskā dubultslāņa biezums samazinās un potenciāla barjera

$$\Delta E = e(U - U_p) = \mathbf{0,205\ eV}$$

samazinās.

C3 (1 p)

Tas pats spriegums tiek pielikts diodei pretējā virzienā (sprostvirzienā). Cik liels ir dubultslāņa biezums un potenciāla barjera? Ko no tā var secināt?

Ja elektriskais lauks tiek pielikts sprostvirzienā, tad

$$L = \sqrt{\frac{2(U + U_p)\varepsilon_o \varepsilon}{n_p e}} = \mathbf{236\ nm}$$

Var secināt, ka elektriskā dubultslāņa biezums palielinās un potenciāla barjera

$$\Delta E = e(U + U_p) = \mathbf{0,505\ eV}$$

palielinās! Tātad ir lielāks darbs jāveic, lai tiktu otrā pusē.

C4 (2 p)

Tā kā elektriskā dubultslāņa katra puse sastāv no nekompensētiem lādiņiem, to var uzskatīt par sava veida kondensatoru, jo lādiņi ir atdalīti viens no otra gluži kā kondensatorā. Pieņemot, ka nav pielikts nekāds spriegums, novērtēt šīs pusvadītāju diodes elektrisko kapacitāti, ja šķērsgriezuma laukums elektriskajam dubultslānim ir $S = 1 \cdot 10^{-7}$ m^2.

Lai noteiktu kapacitāti, lietojam kondensatora kapacitātes definīciju

$$C = \frac{q}{U}$$

Lādiņš:

$$Q = n_p eV = n_p eSx = \frac{1}{2} n_p eSL = \frac{1}{2} n_p eS \sqrt{\frac{2U_{fb}\varepsilon\varepsilon_0}{n_p e}} = \frac{1}{2} S \sqrt{2n_p eU_{fb}\varepsilon\varepsilon_0}$$

kur S – šķērsgriezuma laukums elektriskajam dubultslānim.

Dubultslāņa biezumu *L*, esam jau noteikuši punktā C1.

Ievietojot kapacitātes vienādojumā lādiņū var izteikt, ka kapacitāte

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{1}{2} S \sqrt{\frac{2n_p e\varepsilon\varepsilon_0}{U_{fb}}} = \mathbf{2\ pF}$$

Ievērot! Ja rezultāts līdz konstantei pareizs, tad punktus jāpiešķir pilnā apjomā!

C5 (1 p)

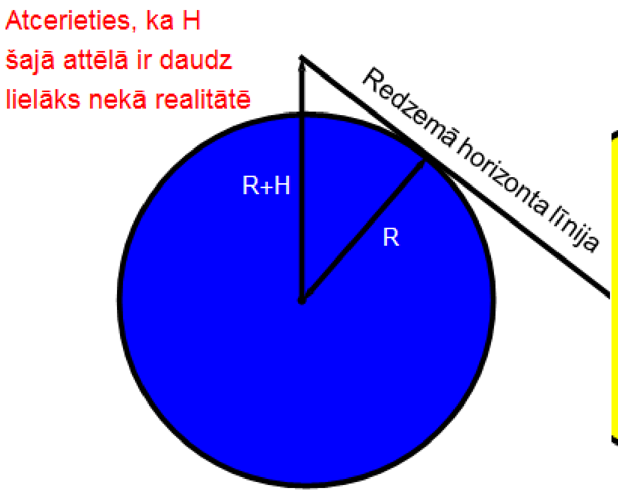
Apskatot grafiku 2.3. attēlā, noteikt **sproststrāvas stiprumu** *jeb strāvas stiprumu, kas plūst pusvadītāju diodē, ja spriegums ir pielikts pretēji caurlaides virzienam (sprostvirzienā), brīdī* kad diodei *pieliktais spriegums vēl nav sasniedzis kritisko robežu, aiz kuras strāva strauji pieaug.*

Lai noteiktu sproststrāvu, jāatrod plato grafikā un jānosaka strāvas vērtība, kas ir apmēram ***I* = 100 nA**

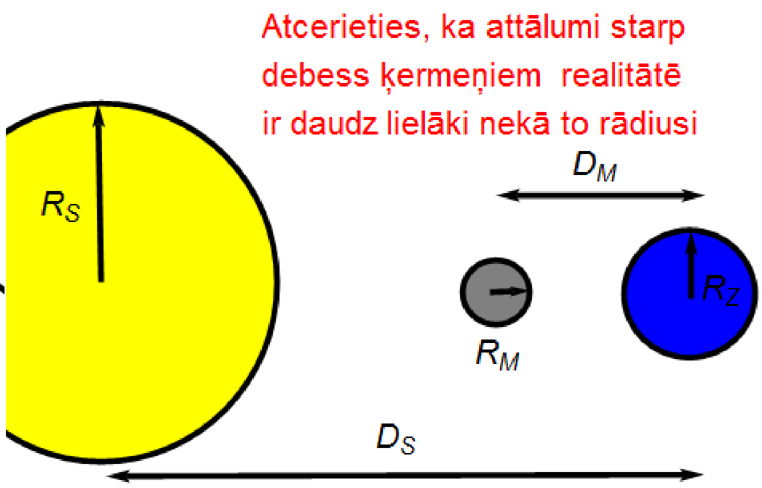
3. uzdevums

MĒNESS NOVĒROJUMI

Jau senajā Grieķijā astronomiem bija diezgan skaidrs priekšstats par Zemes, Mēness un Saules savstarpējo kustību un attālumiem starp šiem ķermeņiem. Viņi šo informāciju ieguva no vairākiem labi pārdomātiem eksperimentiem un novērojumiem. Lai gan viņu mērījumi bija ļoti neprecīzi un atšķīrās pat vairākas reizes no mūsdienās pieņemtajām vērtībām, idejas to pamatā ir pareizas. Šajā uzdevumā apskatīsim, kā pat ar ļoti ierobežotiem resursiem iespējams veikt detalizētus secinājumus par pasauli.



3.1. attēls. Zeme un novērotāja, kas atrodas uz Zemes, horizonta līnija.



3.2. attēls. Astronomiskie objekti un uzdevumā apskatāmo lielumu apzīmējumi.

3.3. attēls. Mēness aptumsums.

A Mēness aptumsums notiek, kad Zeme atrodas starp Sauli un Mēnesi. Aptumsuma laikā, Mēnesim esot Zemes ēnā, tas paliek sarkanā krāsā. Pitagors novēroja, ka aptumsuma laikā, neatkarīgi no Mēness pozīcijas debesīs, ēna vienmēr ir apaļa (skatīt attēlu 3.3). Izskaidrojiet, kā no šī novērojuma iespējams secināt, ka Zeme ir sfēriska. Kādas ēnas jūs sagaidītu, ja Zeme būtu plakans disks?
[1 punkts]

No šī brīža uzdevumā pieņemsim, ka visi trīs uzdevumā aprakstītie debess ķermeņi ir sfēriski.

B Erastotens, kura garums aptuveni $h = 2$ m, stāv ezera malā. Otrā ezera pusē viņš pie ļoti īsa koka stabiņa piestiprina košu drānu. Viņš secina, ka drāniņu var saskatīt tikai ja stāv pilnībā izslējies, bet, pat nedaudz pietupjoties, tā pazūd no skata. Ja ezera garums ir $L = 5$ km, novērtējiet Zemes rādiusu R_Z. (Reālais eksperiments, ko veica Erastotens, bija citādāks, bet idejiski līdzīgs). [2 punkti]

C Saules aptumsums notiek, kad Mēness atrodas starp Sauli un Zemi. Pilnā aptumsuma laikā tas pilnībā aizsedz Saules kontūru, bet pilnā aizsegšana vienmēr ir ļoti īsa (dažas minūtes). Saskaņā ar šiem novērojumiem - kāda sakarība eksistē starp lielumiem D_M, R_M, D_S un R_S? [1 punkts]

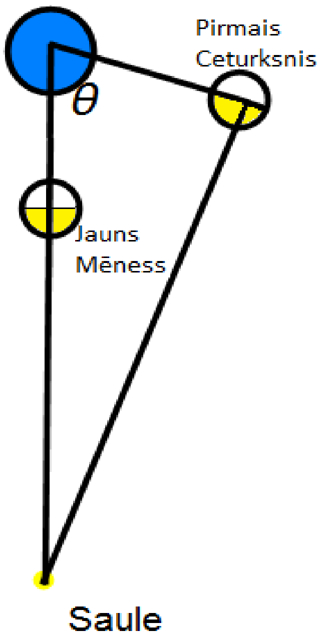
Tālāk uzdevumā pieņemsim, ka Mēness vienmērīgi riņķo pa apaļu orbītu apkārt Zemei.

D Ilgākie Mēness aptumsumi ilgst aptuveni $T_a = 4$ h (laiks no brīža, kad Mēness pirmais punkts ieiet Zemes ēnā līdz brīdim, kad šis pats punkts no tās iziet). Pieņemot, ka no Saules nākošie stari ir paralēli, aprēķiniet attālumu līdz Mēnesim D_M, ja tā orbītas periods ir $T_M = 28$ diennaktis. Izsakiet savu atbildi izmantojot R_Z. [2 punkti]

E Mēness riets ilgst aptuveni $T_R = 2$ min (tas ir laiks kopš brīža, kad Mēness zemākais punkts pieskaras horizontam, līdz brīdim, kad tas ir pilnībā norietējis). Starpība starp diviem Mēness rietiem ir aptuveni $T_D = 25$ h. Pieņemot, ka Mēness riets notiek gandrīz perpendikulāri horizontam, novērtējiet Mēness rādiusu R_M. Izsakiet savu atbildi izmantojot D_M. [1 punkts]

Atrast attālumu līdz Saulei ir grūtāk, bet jau antīkajā pasaulē eksistēja veidi, kā to novērtēt. Aristarhs no Samas bija pirmais cilvēks, kurš secināja, ka Saule ir daudz lielāka nekā Zeme. Tas liecināja, ka, iespējams, Saule ir visuma centrā un noveda viņu pie pirmā heliocentriskā modeļa. Nākamajā jautājumā apskatīsim Aristarha novērojumu.

F Aristarha secinājums ir balstīts uz Mēness fāžu novērojumiem. Jauns Mēness ir fāze, kurā nav redzama Saules apgaismotā Mēness puse; Pirmais Ceturksnis ir fāze, kurā tieši Mēness labās kontūras pusaplis ir izgaismots. Tā kā mēs cenšamies atrast attālumu līdz Saulei, vairs nav iespējams pieņemt, ka tā ir bezgalīgi tālu un stari no tās ir paralēli. Šī efekta dēļ, Pirmais Ceturksnis notiek apmēram $T_{PC} = 0.5$ h pirms sagaidāmā brīža (gadījumā, kad Saule būtu bezgalīgi tālu). Atcerieties, ka pilns periods ilgst $T_M = 28$ diennaktis. Atrodiet leņķi θ, kurš definēts attēlā 3.4. un izsakiet attālumu līdz Saulei D_S izmantojot D_M. Diemžēl šie mērījumi ir tik grūti veicami, ka Aristarhs kļūdījās aptuveni 20 reizes, bet neatkarīgi no tā, viņa novērojumiem un secinājumiem ir liela vēsturiska vērtība. [3 punkti]



3.4. attēls. Mēness fāzes un leņķis Θ

Atrisinājums un vērtēšanas kritēriji

A (1 p.)

Mēness aptumsums notiek, kad Zeme atrodas starp Sauli un Mēnesi. Aptumsuma laikā, Mēnesim esot Zemes ēnā, tas paliek sarkanā krāsā. Pitagors novēroja, ka aptumsuma laikā, neatkarīgi no Mēness pozīcijas debesīs, ēna vienmēr ir apaļa (skatīt attēlu 3.3). Izskaidrojiet, kā no šī novērojuma iespējams secināt, ka Zeme ir sfēriska. Kādas ēnas jūs sagaidītu, ja Zeme būtu plakans disks?

Zemes ēna būtu plakana diska (vai, iespējams, citas formas) projekcija uz ekrāna. Ja stari ir perpendikulāri diskam, tā ēna ir aplis, savukārt ja tie nāk leņķī (piemēram, saulrieta un saullēkta laikā), to projekcija ir elipse.

B (2 p.)

Erastotens, kura garums aptuveni h = 2 m, stāv ezera malā. Otrā ezera pusē viņš pie ļoti īsa koka stabiņa piestiprina košu drānu. Viņš secina, ka drāniņu var saskatīt tikai ja stāv pilnībā izslējies, bet, pat nedaudz pietupjoties, tā pazūd no skata. Ja ezera garums ir L = 5 km, novērtējiet Zemes rādiusu R_Z. (Reālais eksperiments, ko veica Erastotens, bija citādāks, bet idejiski līdzīgs).

Attēlā 3.1. var redzēt, ka novērotājam skatoties uz karodziņu, izveidojas taisnleņķa trijstūris. Tā kā stabiņa garums ir ļoti neliels, tas tur ir tikai, lai palīdzētu precīzi noteikt ezera malu. Izliekums ezeram attiecībā pret Zemes centru būs ļoti neliels, tāpēc var pieņemt, ka ezera garums ir gandrīz vienāds ar horizonta attālumu L. Šajā gadījumā trijstūra katetes ir R un L, bet hipotenūza ir $(R + h)$. No Pitagora teorēmas un pieņēmuma $h << L$, seko

$$R_Z = \frac{L^2}{2h} = \mathbf{6250\ km}$$

C (1 p.)

Saules aptumsums notiek, kad Mēness atrodas starp Sauli un Zemi. Pilnā aptumsuma laikā tas pilnībā aizsedz Saules kontūru, bet pilnā aizsegšana vienmēr ir ļoti īsa (dažas minūtes). Saskaņā ar šiem novērojumiem - kāda sakarība eksistē starp lielumiem D_M, R_M, D_S un R_S?

No pirmā novērojuma (pilnā aptumsuma) iespējams secināt, ka Mēness leņķiskais izmērs debesīs $2R_M/D_M$ ir lielāks vai vienāds ar Saules leņķisko izmēru $2R_S/D_S$. Tā kā aizsegšana ir īsa salīdzinājumā ar dabīgo kustības periodu (24 h), varam secināt, ka abi izmēri ir ļoti līdzīgi, jo citādāk ilgākie aptumsumi būtu garāki, kas noved pie sakarības

$$\frac{R_M}{D_M} = \frac{R_S}{D_S}$$

D (2 p.)

Ilgākie Mēness aptumsumi ilgst aptuveni T_a = 4 h (laiks no brīža, kad Mēness pirmais punkts ieiet Zemes ēnā līdz brīdim, kad šis pats punkts no tās iziet). Pieņemot, ka no Saules nākošie stari ir paralēli, aprēķiniet attālumu līdz Mēnesim D_M, ja tā orbītas periods ir T_M = 28 diennaktis. Izsakiet savu atbildi izmantojot R_Z.

Ja Saules stari ir pilnīgi paralēli, Zemes ēna būs aplis ar rādiusu R_Z, neatkarīgi no attāluma, kurā tā novērota. Jau iepriekš esam pieņēmuši, ka Mēness vienmērīgi riņķo ar ātrumu

$$v = \frac{2\pi D_M}{T_M}$$

bet aptumsuma laikā tas šķērso ēnu ar kopējo garumu $2R_Z$, tātad

$$v = \frac{2R_Z}{T_a}$$

pielīdzinot abas ātruma izteiksmes, iegūstam

$$D_M = \frac{R_Z T_M}{\pi T_a} = \frac{28 \cdot 24 \cdot R_Z}{3.14 \cdot 4} = \mathbf{53.5\ R_Z}$$

E (1 p.)

Mēness riets ilgst aptuveni T_R = 2 min (tas ir laiks kopš brīža, kad Mēness zemākais punkts pieskaras horizontam, līdz brīdim, kad tas ir pilnībā norietējis). Starpība starp diviem Mēness rietiem ir aptuveni T_D = 25 h. Pieņemot, ka Mēness riets notiek gandrīz perpendikulāri horizontam, novērtējiet Mēness rādiusu R_M. Izsakiet savu atbildi izmantojot D_M.

Lai gan šajā gadījumā Mēness kustība ir šķietama, jo to rada Zemes rotācija, tik un tā iespējams pieņemt, ka Mēness īstenībā ir kustīgais ķermenis, kurš pārvietojas ar ātrumu

$$u = \frac{2\pi D_M}{T_M}$$

bet rieta laikā Mēness šķērso attālumu $2R_M$, tātad

$$u = \frac{2R_M}{T_R}$$

Pielīdzinot izteiksmes iegūstam

$$R_M = \frac{T_R \pi D_M}{T_D} = \frac{2 \cdot 3.14 \cdot D_M}{25 \cdot 60} = \mathbf{0.004 D_M} = 0.004 \cdot 53.5 R_Z = 0.22 R_Z$$

F (3 p.)

Aristarha secinājums ir balstīts uz Mēness fāžu novērojumiem. Jauns Mēness ir fāze, kurā nav redzama Saules apgaismotā Mēness puse; Pirmais Ceturksnis ir fāze, kurā tieši Mēness labās kontūras pusaplis ir izgaismots. Tā kā mēs cenšamies atrast attālumu līdz Saulei, vairs nav iespējams pieņemt, ka tā ir bezgalīgi tālu un stari no tās ir paralēli. Šī efekta dēļ, Pirmais Ceturksnis notiek apmēram T_{PC} = 0.5 h pirms sagaidāmā brīža (gadījumā, kad Saule būtu bezgalīgi tālu). Atcerieties, ka pilns periods ilgst T_M = 28 diennaktis. Atrodiet leņķi θ, kurš definēts attēlā 3.4. un izsakiet attālumu līdz Saulei D_S izmantojot D_M. Diemžēl šie mērījumi ir tik grūti veicami, ka Aristarhs kļūdījās aptuveni 20 reizes, bet neatkarīgi no tā, viņa novērojumiem un secinājumiem ir liela vēsturiska vērtība.

Leņķis Zeme-Pirmais Ceturksnis - Saule ir taisns, jo Saules izgaismojums ir perpendikulārs līnijai Zeme-Mēness. Ja Saule būtu bezgalīgi tālu, varētu sagaidīt, ka leņķis Jauns Mēness - Zeme - Pirmais Ceturksnis arī būtu taisns, bet tā nevar būt, jo tad izveidotos trijstūris ar diviem taisniem leņķiem. Ir dots, ka Pirmais Ceturksnis notiek 0.5 h ātrāk nekā parasti sagaidītu, tātad šis leņķis ir nedaudz mazāks par

$$\frac{360^0 \cdot 0.5\, h}{28 \text{ diennaktis}} = 0.27^0$$

tātad θ = 90° – 0.27°= 89.73°. Šis ir taisnleņķa trijstūris, tātad

$$cos\theta = \frac{D_M}{D_S}$$

no kā var secināt

$$D_S = \frac{D_M}{cos\theta} = \frac{D_M}{cos 89.73^0} \approx \mathbf{210 D_M}$$