Fizikas 64. valsts olimpiādes
III posms 2014. gada 10. aprīlī

10. klase

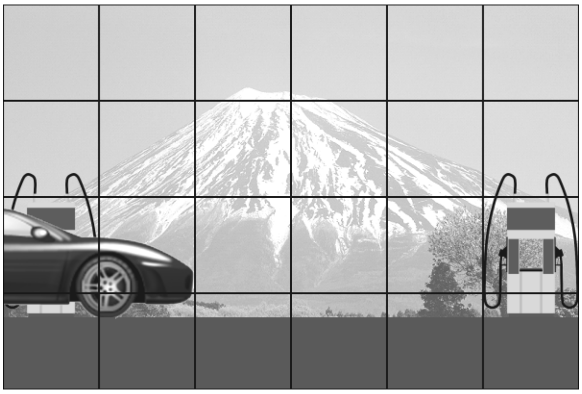
Jums tiek piedāvāti trīs uzdevumi. Par katru uzdevumu maksimāli iespējams iegūt 10 punktus. Katra uzdevuma risinājumu vēlams veikt uz atsevišķas rūtiņu lapaspuses. Neaizmirstiet uzrakstīt risināmā uzdevuma un soļa numuru! Baltais papīrs paredzēts melnrakstam — to žūrijas komisija neskatīsies. Laiks — 180 minūtes.

1. uzdevums

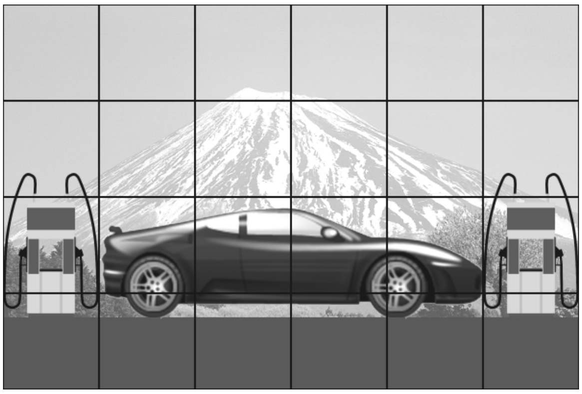
Risinot šo uzdevumu, paātrinātu automašīnas kustību tuvināti uzskatīsim par vienmērīgi paātrinātu.

A Automašīna izbrauc no degvielas uzpildes stacijas, pamazām uzņemot ātrumu. Degvielas uzpildes stacijā atrodas videokamera, kas uzņem attēlu ik pēc 1 sekundes. Kamera fiksē, kā automašīna pabrauc garām diviem degvielas pumpjiem, attālums starp pumpjiem ir 5 m.

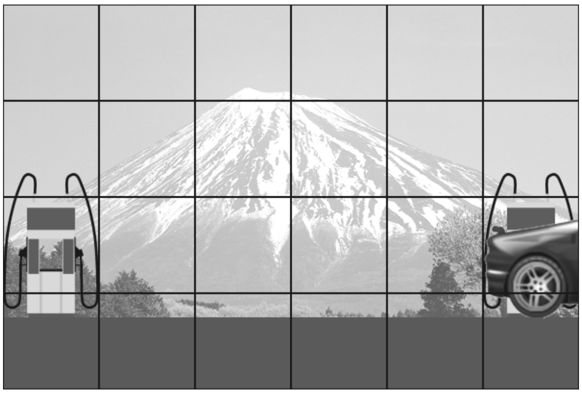
1. attēls



2. attēls



3. attēls



No kameras secīgi uzņemtajiem attēliem iegūt nepieciešamo informāciju, lai uzzīmētu grafiku, kā automašīnas ātrums v mainās laikā t. Pieņem, ka pirmajā attēlā t = 0. Grafikā laiku t atlikt sekundēs, bet ātrumu v – km/h.

Vispirms nosaka x laika momentos t: pirmajā attēlā t = 0 s un pieņem, ka x = 0 m; no otrā attēla attiecīgi t = 1 s un x = 3 m; no trešā attēla t = 2 s un x = 7 m. Veikto ceļu apraksta koordinātas vienādojums $x = v_o t + at^2/2$ ($x_o = 0$). Ir divi nezināmie v_o un a. Risinām divu vienādojumu sistēmu, katrā vienādojumā ievietojot attiecīgās x un t vērtības. Atbilde: v_o = 2,5 m/s un a = 1 m/s^2. Grafiku zīmē izmantojot ātruma vienādojumu $v = v_o + at$ jeb $\mathbf{v = 2{,}5 + t}$.

B Automašīna izbrauc no degvielas uzpildes stacijas uz ceļa ar ātrumu 20 km/h. 25 m attālumā atrodas luksofors, kurš šajā brīdī pārslēdzas no zaļā uz dzelteno signālu. Zinot, ka

- minimālais laiks, kādā vidēja automašīna attīsta ātrumu no 0 līdz 100 km/h, ir aptuveni 6 sekundes, un to nosaka tikai dzinēja jauda,
- autovadītājs nedrīkst pārkāpt atļauto braukšanas ātrumu, kas pilsētā ir 50 km/h stundā,
- autovadītāja reakcijas laiks ir 1 sekunde, t.i., vadītāja reakcijas laika dēļ auto 1 sekundi vēl brauc ar iepriekšējo ātrumu, pirms stājas spēkā izmaiņas automašīnas ātrumā,

1) noteikt, vai vadītājs var pārbraukt krustojumu (pabraukt garām luksoforam), kamēr luksoforā nav iededzies sarkanais signāls – dzeltenais signāls šajā krustojumā ilgst 3 sekundes.

Jāaprēķina maksimālais paātrinājums, ko var attīstīt šāds dzinējs: $a = \text{v}/t \approx 4{,}6$ m/s^2

Tālāk uzdevumu risināt vairākos veidos:

I veids. Aprēķina laiku, izmantojot iepriekš iegūto paātrinājumu: $t \approx 1{,}94$ s. Rezultātu iegūst no koordinātu vienādojuma $x = x_o + \text{v}_o t + at^2/2$, kur $x_o = \text{v}_o t_{\text{reakcijas}}$
vai savietojot kopā formulas $a = (\text{v} - \text{v}_o)/t$ un $\text{v}^2 - \text{v}_o^2 = 2as$. Tātad iekļaujas 3 – 1 = 2 sekundēs.
Bet vēl ir jāpārbauda vai v_{beigu}, ar kuru autovadītājs pārbrauks krustojumu, nepārsniedz 50 km/h.
$\text{v} = \text{v}_o + at$, no kurienes iegūst, ka ātrums ir 52 km/h, kas nozīmē, ka nevar visu ceļu braukt ar maksimālo paātrinājumu.

II veids (korektākais risinājums). Pieņemam, ka automašīna paātrinās līdz 50 km/h (ar maksimālo paātrinājumu) un pēc tam brauc vienmērīgi ar ātrumu 50 km/h. Aprēķinam laiku, kurā notika auto paātrināta kustība un cik lielu attālumu auto šajā laikā veic: iznāk 1,8 s un 23 metri, atlikušajā laikā ar ātrumu 50 km/h vēl var nobraukt 2,8 metrus, kas kopā ir vairāk nekā 25 metri, tātad, izmantojot šādu stratēģiju var paspēt pārbraukt krustojumu.

III veids. Var visu laiku (2 sekundes) paātrināt auto ar paātrinājumu, kas mazāks par maksimālo, bet beigās sasniedz 50 km/h [$a = (\text{v} - \text{v}_o)/t$]. Pēc tam aprēķināt ceļu, ko šādā veidā nobrauc, tas iznāk vienāds ar 25 metriem.

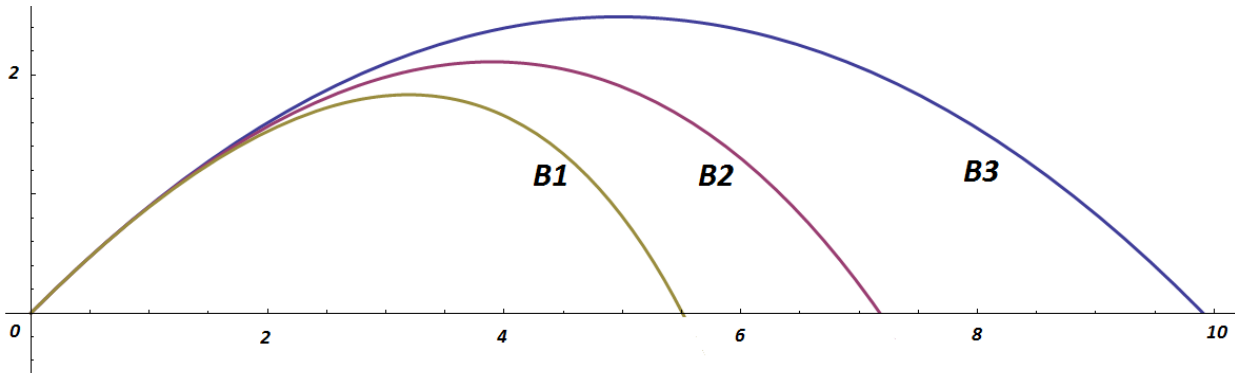
Atbilde: izvēloties jebkuru no stratēģijām: **var paspēt**.

2) aprēķināt minimālo apstāšanās ceļa garumu šajā situācijā, ja vadītājs pieņems lēmumu bremzēt un stāties. Berzes koeficients riepām pret asfaltu $\mu = 0{,}7$.

Darbs, kas jāpadara, lai apstādinātu mašīnu – ir vienāds ar tās kinētisko enerģiju $E_k = m\text{v}^2/2$. Darbu veic tikai berzes spēks $A = m\mu s$. Lai noteiktu veikto ceļu, jāņem vērā arī reaģēšanas laikā nobrauktais ceļš, tātad: $s = (\text{v}^2/2\mu g) + \text{v}t_{\text{reakcijas}}$. Atbilde: **7,8 m**.

2. uzdevums

Jānis novēroja trajektorijas trim bumbiņām, kas $45°$ leņķī pret horizontu izmestas ar vienādu sākuma ātrumu $v = 10\ \frac{m}{s}$.



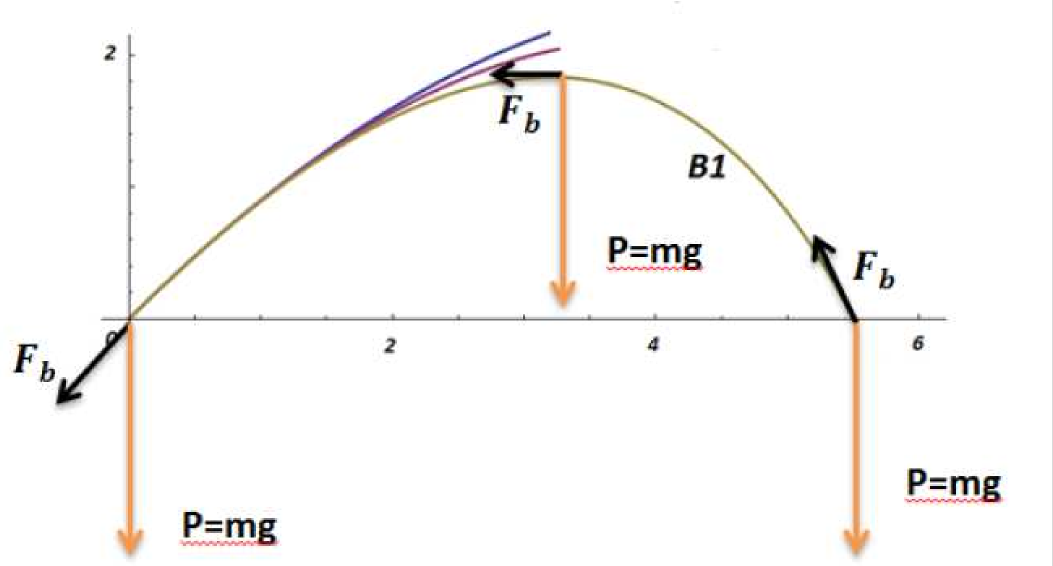
A Bumbiņu diametri bija ļoti tuvi. Ar ko šīs bumbiņas – B1, B2 un B3 atšķiras?

Bumbiņas atšķiras **ar masu** un līdz ar to ar pretestības spēka ietekmi uz bumbiņu kustību. Bumbiņa ar vismazāko masu aizlido vistuvāk. B1 ir ar vismazāko masu (visvieglākā) un B3 ir ar vislielāko masu (vissmagākā).

B Izlasījis grāmatā, ka uz bumbiņu kustībā darbojas pretestības spēks, kas ir proporcionāls kustības ātrumam, Jānis nolēma veikt eksperimentu. Lai tam sagatavotos, viņš izanalizēja spēkus, kas darbojas uz bumbiņu.

Uzzīmējiet dotajā zīmējumā spēku vektorus, kas darbojas uz bumbiņu B1, sekojošās trīs situācijās:

1) laika momentā uzreiz pēc kustības uzsākšanas;
2) trajektorijas augstākajā punktā;
3) īsu brīdi pirms sadursmes ar zemi.



Uz bumbiņu darbojas smaguma spēks $P = mg$ un gaisa pretestības jeb berzes spēks F_b.

C Jānis paņēma bumbiņas B2, B3 un bezvēja apstākļos palaida brīvā kritienā no 10 metru augstuma, filmējot kritienu ar videokameru. Atlasot kadrus, kas atbilst noteiktiem laika momentiem, Jānis aizpildīja tabulu, bet aizmirsa pierakstīt, kura bumbiņa atbilst kurai kolonnai.

Tabula 1

Laiks, s	Augstums, bumbiņa X1, m	Augstums, bumbiņa X2, m
0,0	10,00	10,00
0,2	9,80	9,81
0,4	9,20	9,24
0,6	8,20	8,34
0,8	6,80	7,12
1,0	5,00	5,61

1) Novērtēt bumbiņu ātruma atkarību no laika pirmajā sekundē.
2) Vai no šiem datiem var noteikt pretestības spēku uz bumbiņas masas vienību (spēku, dalītu ar konkrētās bumbiņas masu), kas darbojas uz katru bumbiņu tās kritiena pirmās sekundes laikā? Atbildi pamatot ar aprēķiniem.

Tabula 3, bumbiņa X1

Laiks, s	Augstums, m	Ātrums, m/s	Paātrinājums, m/s^2
0,0	10,00	-1	
0,2	9,80	-3	-10
0,4	9,20	-5	-10
0,6	8,20	-7	-10
0,8	6,80	-9	-10
1,0	5,00	-	

Tabulā 3, apkopoti bumbiņas X1 vidējie ātrumi 0,2 sekunžu intervālos, piemēram,
(5,00 – 6,80)/(1,0 – 0,8) = – 9 m/s
Ātrumi aug lineāri.

Vidējie ātrumi labāk atbilst laika momentiem 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9. No tiem var aprēķināt paātrinājumus, kas labāk atbilst laika momentiem 0,2; 0,4; 0,6; 0,8. Piemēram, [– 9 – (– 7)]/[0,9 – 0,7] = – 10 m/s^2. Paātrinājums sakrīt ar g, tātad pretestības spēks ir pārāk niecīgs, lai to novērotu.

Tabula 4, bumbiņa X2

Laiks, s	Augstums, m	Ātrums, m/s	Paātrinājums, m/s^2	F_b/m , m/s^2
0,0	10,00	-0,95		
0,2	9,81	-2,85	-9,5	0,5
0,4	9,24	-4,5	-8,25	1,75
0,6	8,34	-6,1	-8	2
0,8	7,12	-7,55	-7,25	2,75
1,0	5,61	-		

Tabulā 4 apkopoti bumbiņas X2 kritiena dati. Analizējot paātrinājumus, skaidri redzama pretestības spēka iedarbība. Pretestības spēku uz masas vienību grūti salīdzināt ar „nobīdītu” ātrumu (par 0,1 s), bet viegli pamanīt, ka pretestības spēks ir laikā mainīgs (pieaugot ātrumam).

D Sava zinātniski pētnieciskā darba ietvaros Jānis nolēma, ka bumbiņas X1 un X2 nometīs no Televīzijas torņa 300 metru augstuma. Jānim izdevās nofilmēt bumbiņu lidojuma pēdējo posmu tuvu zemei, apstrādātie dati redzami Tabulā 2, kur laiks ir atskaitīts pret pirmo kadru katrai bumbiņai atsevišķi (un nevis pret kustības sākumu).

Tabula 2

Laiks, s	Augstums, bumbiņa X1, m	Augstums, bumbiņa X2, m
0,0	76,05	27,21
0,2	62,50	22,23
0,4	48,55	17,25
0,6	34,20	12,27
0,8	19,45	7,29
1,0	4,31	2,30

1) Novērtēt bumbiņu ātruma atkarību no laika kustības beigās.
2) Noteikt koeficientu α pretestības spēka formulā $F_b = \alpha v m$ katrai bumbiņai, ja tas ir iespējams no dotajiem datiem.

Uzdevumu risinot, pieņemt ka $g = 10\frac{m}{s^2}$.

Tabula 5, bumbiņa X1

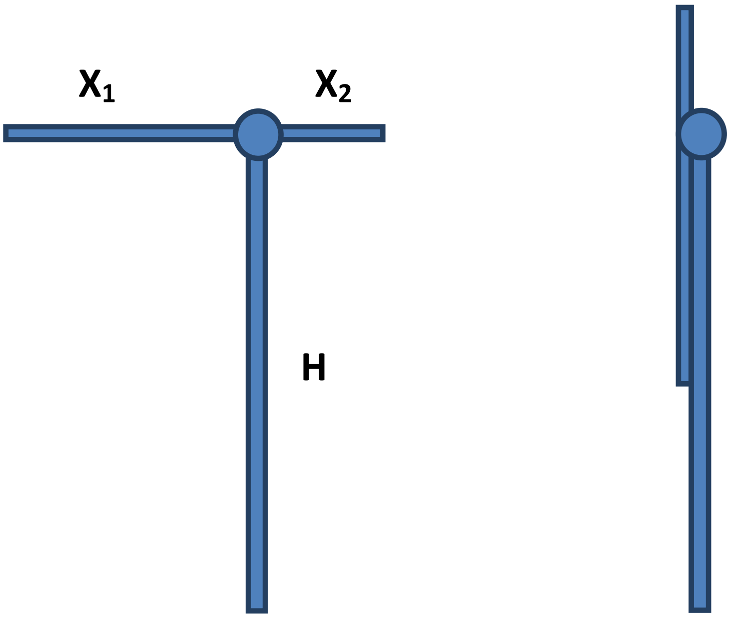
Laiks, s	Augstums, m	Ātrums, m/s	Paātrinājums, m/s^2	F_b/m , m/s^2
0,0	76,05	-67,75		
0,2	62,50	-69,75	-10	0
0,4	48,55	-71,75	-10	0
0,6	34,20	-73,75	-10	0
0,8	19,45	-75,7	-9,75	0,25
1,0	4,31	-		

Tabula 6, bumbiņa X2

Laiks, s	Augstums, m	Ātrums, m/s	Paātrinājums, m/s^2	F_b/m , m/s^2
0,0	10,00	-24,9		
0,2	9,81	-24,9	0	10
0,4	9,24	-24,9	0	10
0,6	8,34	-24,9	0	10
0,8	7,12	-24,95	0,25	10,25
1,0	5,61	-		

Bumbiņai X1 pretestības spēks joprojām neizpaužas. Kļūdas robežās $\alpha = 0$. Bumbiņai X2 ātrums praktiski nemainās (kļūdas robežās), tātad pretestības spēks kompensē smaguma spēku $F_b = \alpha v m = gm$
$\alpha = g/v = 10/24{,}9 = 0{,}4\ s^{-1}$

3. uzdevums
Zane, ejot gar būvlaukumu, ievēroja, ka uz zemes tiek montētas torņa ceļamkrāna atsevišķās sekcijas. Zane pa ceļam uz mājām pārdomāja, kā ceļamkrānu uzstādīt darba pozīcijā un izdomāja sekojošu uzdevumu.
1. attēlā redzama torņa ceļamkrāna skice – uzstādītā stāvoklī un saliktā stāvoklī.



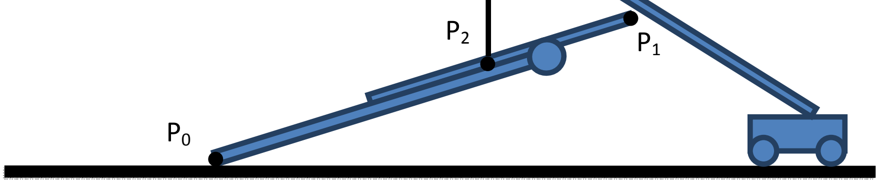
1. att. Torņa ceļamkrāna skice.
a) uzstādītā stāvoklī; b) saliktā stāvoklī.

Torņa celtni (turpmāk tekstā TC) veido vertikālais posms ar augstumu H = 50 m un strēle, kuru savienojuma vieta sadala divās daļās X_1 = 30 m un X_2 = 10 m. Vertikālās daļas masa m_1 = 20 tonnas, strēles masa m_2 = 8 tonnas. Uzskatīsim, ka masa katrai sastāvdaļai vienmērīgi sadalās pa tās garumu, citu detaļu masas ir neievērojami mazas. Uz torņa uzstādīšanas laiku, tā strēli novieto vertikāli un cieši sastiprina ar vertikālo posmu. Šādā stāvoklī var uzskatīt, ka visa TC masa izvietota pa vienu līniju.

TC uzstādīšanai ir pieejams autoceltnis (turpmāk tekstā AC), kas smagumus var pacelt augstumā līdz h_{AC} = 15 metri, autoceltņa celtspēja m_{CS} = 25 tonnas. AC ekspluatācijas noteikumi pieļauj smagumu celšanu tikai vertikāli uz augšu. Vēl ir pieejama vinča (iekārta, kas spēj uz spoles uztīt trosi) ar trosi, kuras pilnais garums ir L = 300 metri. Lai nesabojātu konstrukcijas, visas kustības notiek ļoti lēni.

TC uzstādīšana notiek 3 posmos:

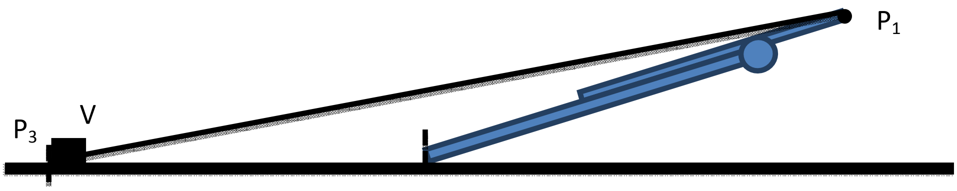
1) Vispirms ar autoceltni TC konstrukciju ceļ uz augšu, autoceltņa āķi piestiprinot pie TC punktā P_2, bet ievērojot to, lai TC „pēda” (TC konstrukcijas punkts P_o) neceltos uz augšu (2. att.).



2. att. Autoceltņa darbība (vinčas trose nav parādīta).

2) Kad TC gals P_1 pacelts, tad vinču nostiprina pie zemē iedzīta stieņa punktā P_3, izmantojot pilnu vinčas troses garumu. Otrs gals vinčas trosei jau pirms TC pacelšanas tika piestiprināts TC punktā P_1 (3. att.). Punktu P_0 atbalsta zemes līmenī, lai TC neizslīdētu horizontālā virzienā, turklāt tādā veidā, kas novērš TC sagāšanos uz sāniem līdz pilnīgai pacelšanai. Zemes virsmu

būvlaukumā var uzskatīt par horizontālu. Vinču darbinot, tā lēnām uztin trosi uz spoles, saīsinot troses posma garumu starp punktiem P_1 un P_3. .



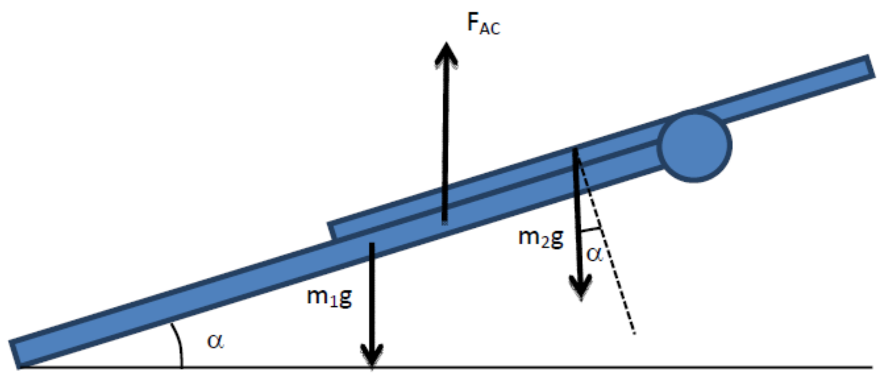
3. att. Vinčas darbība.

3) Brīdī, kad TC ir pacelts vertikāli, tā „pēdu" nostiprina darba stāvoklī un veic tālāko TC sagatavošanu darbam. Šo posmu uzdevumā neaplūko.

Brīvās krišanas paātrinājums $g = 10\frac{m}{s^2}$.

A Kurā vietā pie TC jāpiestiprina autoceltņa āķis (kur jāizvēlas punkts P_2), lai TC galapunkts P_1 pirmā posma beigās tiktu pacelts pēc iespējas augstāk? Pamatot ar formulām un aprēķiniem.

Rakstīsim spēku momentu līdzsvaru pret punktu P_o (TC „pēdu"). Tā kā kustība ir lēna, tad paātrinājumu var neievērot un spēku momentus var rakstīt atbilstoši statikai.



4. att. Autoceltņa un smaguma spēku darbība

Ieviešam apzīmējumus: TC veido leņķi α ar horizontālu virsmu. Spēku momentu summai noderēs spēku projekcijas uz TC perpendikulāriem virzieniem: $m_1 g\cos\alpha$; $m_2 g\cos\alpha$; $F_{AC}\cos\alpha$.

Spēka pleci:

1) TC vertikālajai daļai masas centrs atrodas attālumā $H/2$ no punkta P_o (TC „pēdas");

2) strēles masas centrs atrodas attālumā $[(H – X_1) + (H + X_2)]/2 = H – (X_1 – X_2)/2$ no punkta P_o;

3) Punkta P_2 attālumu no P_o apzīmējam ar Y.

Atbilstoši spēku momentu balanss pret punktu P_o nosaka sakarību

$$m_1 g\cos\alpha\frac{H}{2} + m_2 g\cos\alpha\left(H - \frac{(X_1 - X_2)}{2}\right) = F_{AC}\cos\alpha Y$$

Sakarību var vienkāršot

$$m_1\frac{H}{2} + m_2\left(H - \frac{(X_1 - X_2)}{2}\right) = \frac{F_{AC}}{g}Y$$

Ja mērķis ir pacelt TC augšējo galu pēc iespējas augstāk, tad Y būtu jaizvēlas pēc iespējas mazāku: tas izriet no tā, ka P_2 var pacelt tikai līdz augstumam h_{AC}, turklāt spēks F_{AC} nevar pārsniegt vērtību $m_{CS}g$.

Aprēķināsim Y pie vērtības $F_{AC}/g = m_{CS}$:

$$Y = \frac{\left[m_1\frac{H}{2} + m_2\left(H - \frac{(X_1 - X_2)}{2}\right)\right]}{m_{CS}} = \frac{\left[20\frac{50}{2} + 8\left(50 - \frac{(30-10)}{2}\right)\right]}{25} = 32{,}8 \text{ m}$$

Vajag pārliecināties, ka pie šāda P_2 TC masas sadalījuma „pēda" neceļas uz augšu. Spēku moments pret P_2 izsakās kā

$$m_1\left(Y - \frac{H}{2}\right) - m_2\left(H - \frac{X_1 - X_2}{2} - Y\right)$$

Ja šis lielums ir pozitīvs, tad masas sadalījums lēnā kustībā nodrošina P_o piespiešanos pie zemes.

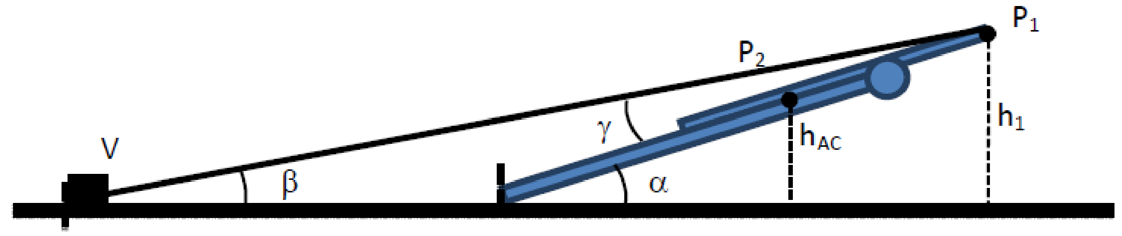
Pārbaudot,

$$m_1\left(Y - \frac{H}{2}\right) - m_2\left(H - \frac{X_1 - X_2}{2} - Y\right) = 20(32{,}8 - 25) - 8(50 - 10 - 32{,}8) = 98{,}4 > 0$$

Tātad AC āķis TC jāstiprina 32,8 metrus no „pēdas". Šis punkts P_2 tiks pacelts 15 metrus virs zemes.

B Cik liels ir lielākais (maksimālais) spēks, kas darbojas uz vinču otrā posma gaitā?

Vinčas uzbūves shēma redzama 5. attēlā.



5. att. Vinčas darbība

No trijstūru līdzības noskaidrosim P_1 pacelšanās augstumu h_1:

$$h_1 = \frac{(H + X_2)h_{AC}}{Y} = \frac{(50 + 10)\cdot 15}{32{,}8} = 27{,}44 \text{ m}$$

Spēka momentu ap punktu P_o, ko rada TC svars, nosaka formula

$$m_1 g\cos\alpha\frac{H}{2} + m_2 g\cos\alpha\left(H - \frac{(X_1 - X_2)}{2}\right) = \left[m_1\frac{H}{2} + m_2\left(H - \frac{(X_1 - X_2)}{2}\right)\right] g\cos\alpha$$

Spēka moments no troses sastiepuma spēka T izsakās kā

$$T\sin\gamma(H + X_2)$$

Lēnā kustībā šie momenti ir balansā. Leņķis $\gamma = \pi - \beta - (\pi - \alpha) = \alpha - \beta$.

Samazinoties troses garumam, palielinās leņķis α un palielinās arī leņķis γ, tātad nepieciešams mazāks sastiepuma spēks, lai nodrošinātu momentu līdzsvaru. Lielākais spēks uz vinču darbojas 2. posma sākumā, kad leņķis α ir vismazākais.

Tātad aprēķinus veicam pie leņķiem

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{h_{AC}}{Y}\right) = \arcsin\left(\frac{h_{AC}}{Y}\right) = \arcsin(0{,}457) = 0{,}457$$

$$\gamma = \alpha - \beta = \alpha - \arcsin\left(\frac{h_1}{L}\right) = 0{,}475 - \arcsin(0{,}0915) = 0{,}383$$

Lielākais troses sastiepuma spēks ir vienāds ar

$$T = \frac{\left[m_1\frac{H}{2} + m_2\left(H - \frac{(X_1 - X_2)}{2}\right)\right]}{(H + X_2)} g\frac{\cos\alpha}{\sin\gamma} = \frac{[20\cdot 25 + 8(50 - 10)]}{50 + 10} 10\frac{\cos 0{,}475}{\sin 0{,}383} = 325 \text{ kN}$$