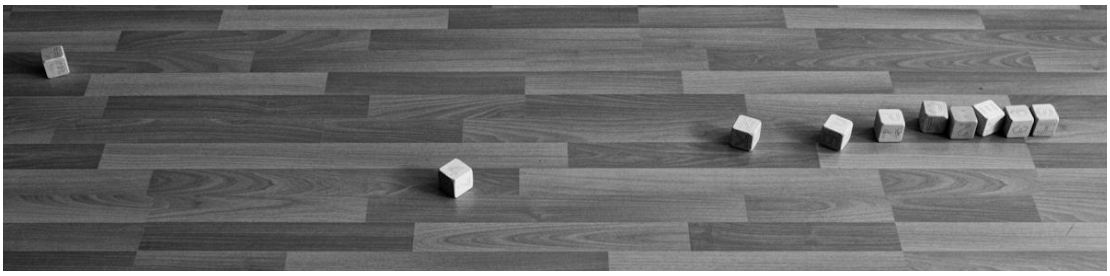
LATVIJAS 37. ATKLĀTĀS FIZIKAS OLIMPIĀDES ATRISINĀJUMI

Rīga, 2012. gada 29. aprīlī

1. uzdevums. Eksperiments "Krītošie klucīši".

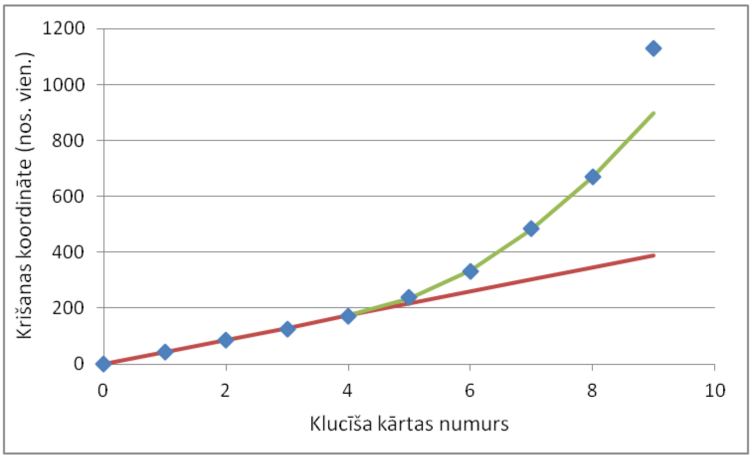
No spēļu klucīšiem uzbūvē torni, pēc tam torni uzmanīgi sagāž kā vienu veselu. Kad klucīši ir nokrituši, izrādās, ka apakšējie klucīši ir nokrituši blakus viens otram, un attālums starp nokritušiem klucīšiem ir jo lielāks, jo augstāk šie klucīši atradās tornī, turklāt augšējais klucītis ir nokritis negaidīti tālu no citiem.

Izskaidrojiet eksperimentu!



Atrisinājums

Eksperimentā tika novērota sekojoša atkarība starp klucīša kārtas numuru un nokrišanas attālumu tornī, kas sastāvēja no 10 klucīšiem (sk. attēlu zemāk). Pirmo piecu klucīšu krišanas pozīciju atkarību no kārtas numura var aproksimēt ar taisnu līniju (*sarkana līnija uz attēla*), t.i., tie atrodas vienādos attālumos viens no otra, pie tam, kā redzams no attēla augšā, diezgan cieši kopā. Augšējo klucīšu pozīcijas, izņemot augstāko klucīti, var labi aproksimēt ar parabolu (*zaļa līnija*), kas atbilst priekštatam par to, ka to potenciālā enerģija krišanas laikā pārvērtās kinētiskajā (sk. zemāk). Augšējais klucītis aizlido tālāk, nekā būtu sagaidāms no kvadrātiskās atkarības.



Noskaidrosim kā krīt klucīšu tornis. Klucīšu sasaisti tornī nodrošina berzes spēki F_b starp klucīšiem. Ja šie berzes spēki ir mazāki par maksimālo miera berzes spēku $F_{b,\max} = kN$, kur N ir pamatnes reakcijas spēks un k ir miera berzes spēka koeficients, tad klucīši neslīd viens gar otru un tornis krīt kā viens vesels[1]. Detalizēta analīze rāda, ka šis nosacījums nevar tikt izpildīts visā torņa krišanas laikā un tam ir jāsadalās.

Aplūkosim taisnā klucīšu torņa dinamiku. Ja α ir leņķis, ko veido tornis ar vertikālo virzienu un $\omega = \Delta\alpha / \Delta t$ ir torņa leņķiskais ātrums, tad ir spēkā kustības daudzuma momenta vienādojums

$$I \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = Mg\sin(\alpha)L/2,$$

kur labajā pusē ir smaguma spēka moments, kurš pielikts torņa smaguma centrā, M ir tā kopējā masa, bet L garums. Kreisajā pusē ir torņa inerces momenta I un leņķiskā paātrinājuma $\Delta\omega / \Delta t$ reizinājums. Torņa inerces moments tā rotācijai ap gala punktu, kurš balstās uz horizontālas virsmas, ir $I = ML^2/3$. Rezultātā torņa leņķiskam paātrinājumam iegūstam

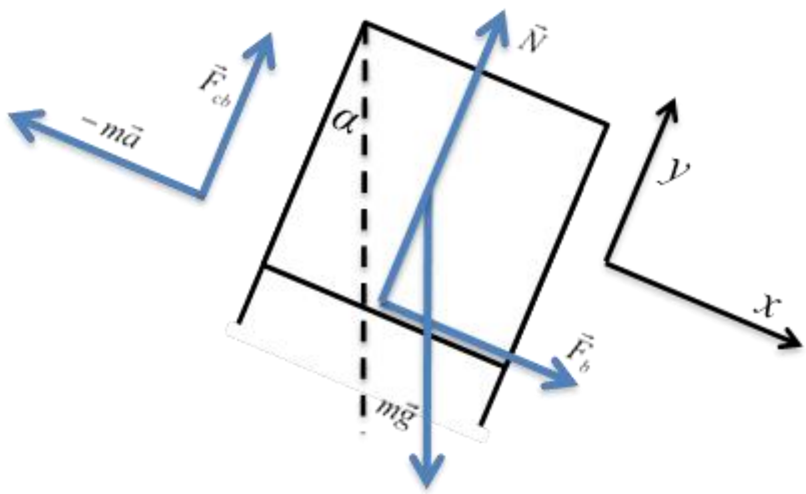
$$\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{3g}{2L}\sin\alpha .$$

Tālāk aplūkosim augšējā klucīša kustību (sk. zīmējumu zemāk). Uz to tangenciālā (x ass) virzienā darbojas smaguma spēka komponente $mg\sin\alpha$ un berzes spēks F_b, bet radiālā (y ass) virzienā darbojas pamatnes reakcijas spēks N un smaguma spēka komponente $mg\cos\alpha$. Pats klucītis atrodas paātrinātā rotācijas kustībā, tāpēc uz to darbojas arī inerces spēki, kas ir parādīti attēla kreisajā pusē: centrbedzes spēks $F_{cb} = m\omega^2 L$ radiālā virzienā un paātrinājuma izraisītas spēks ma tangenciālā virzienā, kur klucīša paātrinājums a ir saistīts ar leņķisko paātrinājumu saskaņā ar formulu $a = L\Delta\omega / \Delta t$. Ievietojot leņķiskā paātrinājuma izteiksmi, iegūsim $a = 3g\sin\alpha / 2$.

Saskaņā ar II Ņutona likumu, varam pierakstīt spēku komponentem:

$$\begin{cases} mg\sin\alpha + F_b = ma \\ mg\cos\alpha = N + m\omega^2 L \end{cases} .$$

[1] Ja neizpildas arī torņa lūšanas nosacījums, sk. zemāk



Torņa krišanas leņķisko ātrumu ω var aprēķināt no enerģijas nezūdamības likuma:

$$I\omega^2/2 = Mg(1-\cos\alpha)L/2,$$

no kurienes $\omega^2 = 3g(1-\cos\alpha)/L$. Ievietosim paātrinājuma un leņķiskā ātruma izteiksmes vienādojuma sistēmā un vienkāršosim to:

$$\begin{cases} mg\sin\alpha + F_b = 3mg\sin\alpha/2 \\ mg\cos\alpha = N + 3mg(1-\cos\alpha) \end{cases} \text{vai} \begin{cases} F_b = mg\sin\alpha/2 \\ N = mg(4\cos\alpha - 3) \end{cases}.$$

Redzam, ka berzes spēks darbojas torņa krišanas virzienā, kas nozīmē, ka apakšējā daļa krītot rauj augšējo klucīti sev līdzi, bet, savukārt, apakšējā tiek bremzēta no augšējā klucīša puses. Arī ir piezīmējams, ka pamatnes reakcijas spēks ātri samazinās, tornim krītot, un sasniedz nulli pie leņķa, kad $\cos\alpha = 3/4$, t.i., pie 41°,4. Tas nozīmē, ka pie šī leņķa torņa centrbēdzes spēks kļūst tik liels, ka augšējais klucītis aizlido prom.

Bet, kā jau minēts, torņa sadalīšanās notiek agrāk pie kritiskā leņķa α_*, kad klucīši sāk slidēt viens gar otru, jo bērzes spēks sasniegs maksimālu miera berzes spēka vērtību $F_{b,\max} = kN$. Ievietojot spēku izteiksmes, iegūsim $mg\sin\alpha_*/2 = kmg(4\cos\alpha_* - 3)$ vai $2k = \sin\alpha_*/(4\cos\alpha_* - 3)$. Piezīmēsim, ka kritiskais leņķis katram nākamajam klucītim būs tāds pats. Skaitliski, ja $k = 0.1$, tad $\alpha_* = 10.7$ grādi, bet ja $k = 1$, tad $\alpha_* = 34.8$ grādi.

Sasniedzot leņķi α_* klucīšiem būs tangenciālās kustības ātrums $v_t = \omega nx$, kur n ir klucīša kārtas numurs, bet x ir klucīša šķautnes garums. Ievietojot leņķiskā ātruma izteiksmi, iegūsim

$$v_t^2 = x^2 n^2 3g(1-\cos(\alpha_*))/L.$$

Rezultātā klucītim būs kustības ātruma horizontālā komponente $v_h = v_t\cos(\alpha_*)$, kuras kvadrāts atkarībā no klucīša kārtas numura izsakās ar formulu

$$v_h^2 = \left(3gx^2(1-\cos\alpha_*)\cos^2\alpha_*/L\right)n^2.$$

Protams, klucīšiem būs arī ātruma vertikāla komponente, kuras kvadrāts, tāpat kā horizontālās komponentes, ir proporcionāls klucīša kārtas numura kvadrātam.

Klucīša noietais ceļš, berzes spēkam palēlinot kustību, izsakās ar sakarību $v_h^2 = 2as$, kur v_h ir sākotnējais horizontālās kustības ātrums, bet a palēlinājums. Ņemot vērā to, ka *n*-tam klucītim piezemēšanās vietas attālums no torņa pamatnes ir vismaz xn, mēs varam secināt, ka noieto ceļu pa horizontālo plakni atkarībā no klucīša kārtas numura apraksta kvadrātiskā tipa sakarība $s = a_1 n + a_2 n^2$.

Detalizētāka analīzē rāda, ka tornis krišanas laikā pirms sadalīšanas var salūzt. Lūšanas iemesls ir neviendabīgs klucīšu paātrinājums: tas lineāri aug ar attālumu no torņa pamata. Rezultātā kamēr tornis krīt kā viens vesels, apakšējo klucīšu krišana tiek bremzēta, bet apakšējo – paātrināta. Kādā mirklī tornis var kļūt nestabils un sadalīties divās daļās, kur apakšējās daļas krišanas leņķiskais ātrums ir lielāks: tornis salūzt.

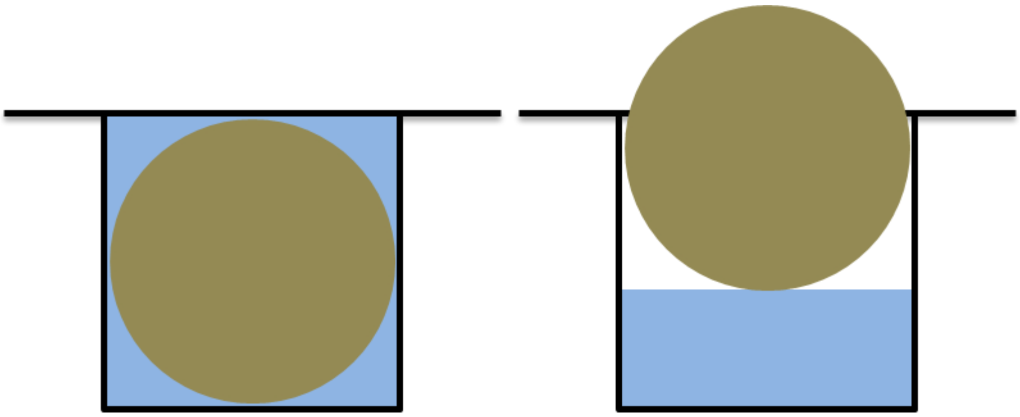
Pēc tam, kad tornī veidosies pirmais lūzuma punkts, tā krišanas dinamika mainās. Apakšējā torņa daļa vairs nedarbojas kā pamats, kas tur augšējās daļas svaru, un augšējā daļa krīt gandrīz vai brīvā kritienā. Apakšējā daļa, savukārt, izliecas tālāk, bet klucīši tajā tiek saturēti kopā ar augšējās daļas spiedienu. Rezultātā apakšējā puse no torņa klucīšiem, nokrītot, atrodas gandrīz kopā. Augšējā puse, krītot, akumulē horizontālo ātrumu un sadalās, kā aprakstīts agrāk.

Iespējams, ka augšējais klucītis mūsu likumsakarībai nepakļaujas un tā aprakstīšanai jāņem vērā vēl citas parādības. Acīmredzot tas iegūst papildus kustības daudzumu horizontālā virzienā sadursmju dēļ.

2. uzdevums. "Lode bedrē".

Kubveida bedrīte, kuras izmērs ir 10 × 10 × 10 cm^3, ir piepildīta ar ūdeni līdz malām. Bedrītē atrodas lode, kuras diametrs ir nedaudz mazāks par 10 cm (sk. attēlu), bet blīvums ir $\rho = 2$ g/cm^3. Aprēķini minimālo darbu *A*, kas ir jāveic, lai lodi paceltu virs ūdens virsmas! Lodes tilpums ir $V = (4/3)\,\pi\,R^3$, kur R ir lodes rādiuss.

Atrisinājums



Lodes tilpums ir $V_l = (4/3)\pi R^3$ = 523.6 cm^3, bet bedrītes tilpums ir V_b = 1000 cm^3, tātad ūdens tilpums bedrītē ir $V_ū = V_b - V_l$ = 476.4 cm^3. Ja lodi izvelk no ūdens, tad ūdens augstums atbilstoši kļūs vienāds ar $h = V_ū / S_b$ = 4.764 cm, kur S_b = 100 cm^2 ir bedres šķērsgriezuma laukums.

Tātad, lai lodi paceltu virs ūdens virsmas, tā ir jāpaceļ par augstumu *h*. Ja bedrītē nebūtu ūdens, tam būtu jāpastrādā darbs $m_l g h$, kur lodes masa $m_l = V_l \rho$ = 1.0472 kg.

Savukārt, ūdens masas centra augstums pirms lodes pacelšanas bija h_0 = 5 cm, bet pēc lodes pacelšanas samazinājas un kļuva h_1 = h/2 un samazina arī pacelšanas darbu.

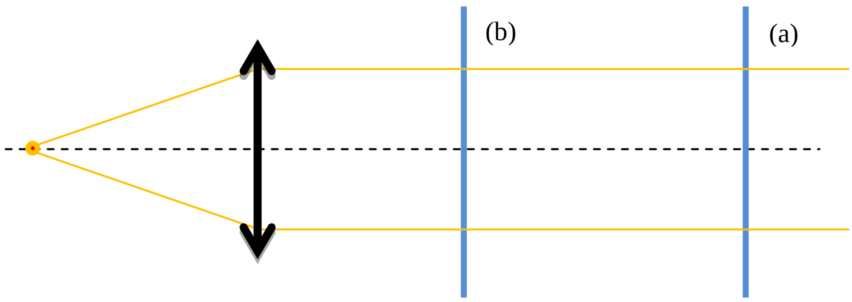
Kopā, lodes pacelšanas darbs no bedrītes dibena virs ūdens virsmas ir vismaz $A = m_l gh - m_u g(h_0 - h/2)$, kur ūdens masa $m_{ū}$ = $V_{ū}\rho_{ū}$ = 0.4764 kg. Skaitliski, A = 0.4889 J – 0.1222 J = 0.3667 J.

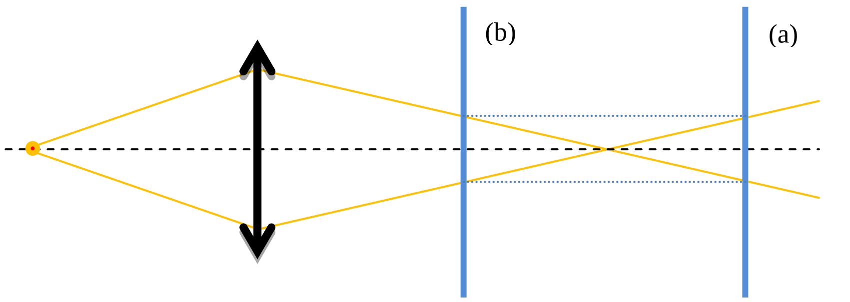
3. uzdevums. “Gaismas plankumi”.

Punktveida gaismas avots atrodas uz plānas savācējlēcas galvenās optiskās ass. Lēcas fokusa attālums ir F = 20 cm. Otrā lēcas pusē attālumā b = 80 cm no tās perpendikulāri tās galvenajai optiskajai asij atrodas ekrāns. Uz ekrāna ir novērojams gaismas plankums, ko veido lēcā lauztie gaismas avota stari. Ja ekrānu pārvieto par d = 40 cm lēcas virzienā, tad gaismas plankuma izmērs beigās paliek tāds pats. Noteikt attālumu a no gaismas avota līdz lēcai!

Atrisinājums

Šim uzdevumam ir divi atrisinājumi, kas atbilst gadījumiem, kad starp ekrāna pozīcijām (a) un (b) ir (apakšējais zīmējums) vai nav (augšējais zīmējums) reāls avota attēls.





Ja starp ekrāna pozīcijām stari nekrustojas (reāls attēls neveidojas), tad var izsecināt, ka stari izplatas paralēli un attālums no avota līdz lēcai a ir vienāds ar lēcas fokusa attālumu F, t.i., a = 20 cm.

Otrajā gadījumā no staru gaitas zīmējuma ir acīmredzams, ka attēls veidojas pa visu starp divām ekrāna pozīcijām, t.i., c = 60 cm attālumā no lēcas. No lēcas formulas $\frac{1}{F} = \frac{1}{a} + \frac{1}{c}$ iegūst, ka avota attālums līdz lēcai šajā gadījumā ir a = 30 cm.

4. uzdevums. “Ūdens ar ledu”.

Istabā, kuras temperatūra ir 20 °C, uz galda stāv divas vienādas glāzes. Pirmajā glāzē ātri ielej m = 200 g ūdens, kura temperatūra ir 0 °C, bet otrajā ieber Δm = 10 g ledus ar tādu pašu temperatūru un ielej $m - \Delta m$ = 190 g ūdens, kura temperatūra arī ir

0 °C. Ūdens temperatūra pirmajā glāze pēc $\tau_1 = 2$ min palielinājās par $\Delta T = 1$ °C. Kādam laika intervālam τ_2 ir jāpaiet kopš iepildīšanas brīža, lai otrā glāze sasiltu līdz tādai pašai temperatūrai?

Ledus īpatnējais kušanas siltums ir $\lambda = 336$ J/g, ūdens īpatnējā siltumietilpība ir $c = 4.2$ J/(g K). Glāzes siltumietilpību neievērot!

Atrisinājums

Pirmajā glāzē no paša sākuma atradās tikai ūdens, tātad siltums, kas glāzē ieplūst no istabas, tiek patērēts tikai ūdens sildīšanai. No uzdevuma noteikumiem var atrast istabas siltuma jaudu $N = Q/t$ attiecībā pret ķermeņiem ar 0 °C temperatūru: $N = Q/t = cm\Delta T/\tau_1 = 7$ W.

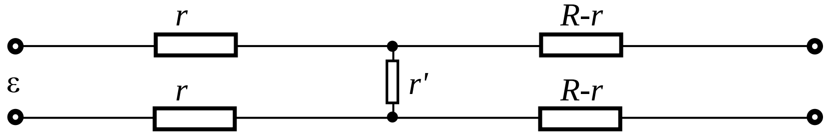
Lai paaugstinātu otrās glāzes temperatūru par ΔT, no sākuma ir jāizkūst ledum, kam ir vajadzīgs siltuma daudzums $Q' = \lambda\Delta m = 3360$ J. Šī siltuma pievadīšanai ir nepieciešams laiks $\tau_2 = Q'/N = 8$ min. Kad viss ledus ir izkusis, ūdens sāk sasilt, kam ir nepieciešamas vēl 2 minūtes (tas pats τ_1, jo kopējā ūdens masa ir tāda pati). Kopumā otrās glāzes temperatūra pacelsies par $\Delta T = 1$ °C tieši 10 minūtes pēc piepildīšanās.

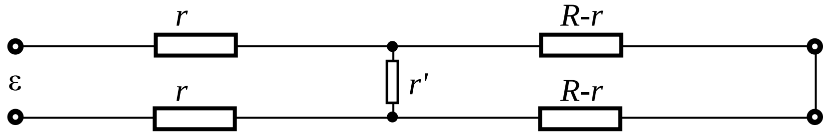
5. uzdevums. “Bojājums uz līnijas”.

Lai noteiktu divvadu telefona līnijas izolācijas bojājuma vietu, tai vienā galā pievienoja EDS avotu ar spriegumu $\varepsilon = 10$ V. Izrādījās, ka ja otrā līnijas galā vadi ir atvienoti, tad caur avotu plūst strāva $I_1 = 2$ A, bet, kad tie ir savienoti uz īso, tad caur avotu plūst strāva $I_2 = 3$ A. Zinot, ka katra līnijas vada elektriskā pretestība ir $R = 2\ \Omega$ un līnijas garums ir $L = 5$ km, aprēķināt izolācijas bojājuma vietas attālumu no EDS avota un izolācijas pretestību bojājuma vietā. EDS avota iekšējo pretestību neievērot!

Atrisinājums

Uzdevumā aprakstītās situācijas ekvivalentās shēmas attēlotas zīmējumos. Uz tiem ir parādītas līniju posmu pretestības r (starp EDS avotu un izolācjas bojājumu) un $R - r$ (no izolācijas bojājuma līdz līnijas otram galam), kā arī izolācijas pretestība bojājuma vietā r'. Augšējais zīmējums atbilst pirmajai situācijai, kad līnijas otrā galā vadi ir atvienoti, bet apakšējais zīmējums atbilst otrajam gadījumam, kad tie ir savienoti.





Atradīsim shēmas elektriskās pretestības R_1 un R_2 abos gadījumos. Pirmajā gadījumā pretestība no EDS avota strāvas mērījumiem ir $R_1 = \varepsilon / I_1 = 5\Omega$, bet no ekvivalentās shēmas izriet, ka $R_1 = 2r + r'$. Otrajā gadījumā no EDS avota strāvas mērījumiem $R_2 = \varepsilon / I_2 = (10/3)\Omega$, bet no ekvivalentās shēmas iegūsim, ka $R_2 = 2r + \dfrac{r' \cdot (2R - 2r)}{r' + 2R - 2r}$.

Tātad, tika iegūta divu vienādojumu sistēma, kuru var atrisināt attiecībā pret diviem nezināmiem *r'* un *r*. Piemēram, no pirmā vienādojuma var izteikt *r'* un ievietot to otrajā vienādojumā. Tad meklējamā pretestība *r* ir atrodama no kvadrātvienādojuma $4r^2 - (40/3)r + 10 = 0$, kuram ir divas saknes $r_{1,2} = \dfrac{10 \pm \sqrt{10}}{6}\Omega$, vai, skaitliski, 1.14 Ω vai 2.19 Ω. Otrā sakne neder, jo līnijas posma pretestība *r* nevar būt lielāka par visas līnijas pretestību *R*. Tātad, *r* = 1.14 Ω un attālums līdz izolācijas bojājuma vietai ir $l = L(r/R) =$ 2.85 km. Savukārt, izolācijas pretestība bojājuma vietā $r' = 5\Omega - 2r = 2.72\Omega$.

6. uzdevums. "Jaudīgs trolejbuss".

Trolejbuss, kura masa ir $m = 12 \cdot 10^3$ kg, taisnā horizontālā ceļa posmā palielināja savu ātrumu no $v_1 = 5$ m/s līdz $v_2 = 10$ m/s. Šajā laikā trolejbusa dzinējs attīstīja nemainīgu jaudu N = 60 kW. Aprēķināt minimālo un maksimālo trolejbusa paātrinājumu šajā ceļa posmā! Pretestības spēkus neievērot!

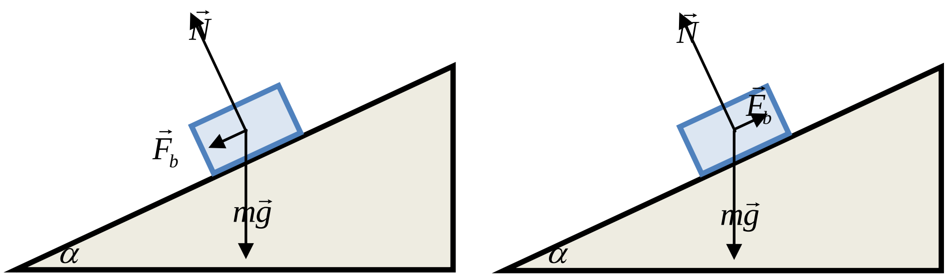
Atrisinājums

Dzinēja jauda *N* ir saistīta ar trolejbusam pielikto spēku *F* ar formulu $N = Fv$, kur *v* ir trolejbusa momentānais ātrums. Pieliktais spēks $F = ma$ savukārt nosaka trolejbusa momentāno paātrinājumu *a*. Savienojot šīs formulas un izsakot paātrinājumu, iegūst $a = N / mv$. Tā kā gan dzinēja jauda *N*, gan trolejbusa masa *m* paliek konstantas, minimāls paātrinājums atbilst maksimālam trolejbusa ātrumam un ir vienāds ar $a_{min} = N/mv_2 = 0.5$ m/s^2, bet maksimāls paātrinājums atbilst minimālam ātrumam un ir vienāds ar $a_{max} = N/mv_2 = 1.0$ m/s^2.

7. uzdevums. "Ripa!"

Ripu izmet augšup pa slīpo plakni, tā slīd pa to un pēc kāda laika atgriežas izmešanas punktā. Noteikt slīpās plaknes slīpuma leņķi, ja zināms, ka ripa atgriežas ar ātrumu, kas ir trīsreiz mazāks par izmešanas ātrumu. Slīdes berzes koeficients starp ripu un slīpo plakni ir μ = 0.3.

Atrisinājums



Zīmējumos ir parādīti spēki, kas darbojas uz ripu, kas slīd augšup (zīmējums pa kreisi) un lejup (zīmējums pa labi): smaguma spēks $m\vec{g}$, virsmas reakcijas spēks $\vec{N}$ un berzes spēks $\vec{F}_b$. Pēc absolūtā lieluma $N = mg\cos\alpha$ un $F_b = \mu N = \mu mg\cos\alpha$.

Apskatīsim divus uzdevuma atrisinājuma variantus.

(1.) No II Ņūtona likuma atradīsim, ka ripas paātrinājums, slīdot augšup, ir $a_1 = g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$, bet slīdot lejup, tas ir $a_2 = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$. Ceļš abos gadījumos (slīdot augšup līdz apstāšanai un slīdot lejup līdz sākuma punktam) ir vienāds, bet ātrumi ir atšķirīgi, $v_1 = 3v_2$.

Pielietosim vienmērīgi paātrinātas kustības līdz apstāšanai aprakstam vienādojumu $S = \dfrac{v^2}{2a}$ derīgu abiem gadījumiem

$$\frac{v_1^2}{2a_1} = \frac{v_2^2}{2a_2}$$

un iegūsim, ka $a_1 = 9a_2$ vai, ievietojot paātrinājuma izteiksmes, $\sin\alpha + \mu\cos\alpha = 9(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$. Izdalot ar cos α iegūsim vienādojumu $10\mu = 8\,\mathrm{tg}\alpha$, no kurienes tg α = (5/4) μ vai tg α = 3/8 un leņķis α = 20.56°.

(2.) Izmantojot enerģijas nezūdamības likumu, pielīdzināsim sistēmas enerģijas sākuma brīdī, maksimālās pacelšanas momentā un beigās:

$$\begin{cases} T_1 = U + A_b \\ T_1 = T_2 + 2A_b \end{cases},$$

kur $T_1 = \dfrac{mv_1^2}{2}$ ir ripas kinētiskā enerģija uzreiz pēc sitiena,

$U = mgh$ ir ripas potenciālā enerģija maksimālās pacelšanas punktā ar augstumu *h* (atskaitīsim augstumu no ripas sitiena punkta),

$T_2 = \dfrac{mv_2^2}{2} = \dfrac{1}{9}T_1$ ir ripas kinētiskā enerģija slīdot lejā caur izmešanas punktu un

$A_b = F_b S$ ir berzes spēka pastrādātais darbs, ripai slīdot augšup vai uz leju. Šeit $S = h/\sin\alpha$ ir ripas noietais ceļš no izmešanas punkta līdz maksimālam pacelšanas augstumam. Pievērsīsim uzmanību, ka berzes spēka pastrādātais darbs slīdot augšup un lejup ir summējams, jo berzes spēks vienmēr darbojas pretēji kustības virzienam.

Berzes spēka darbs ir izsakāms kā $A_b = F_b S = \mu mg\cos\alpha \cdot h/\sin\alpha = U\cdot\mu/\,\mathrm{tg}\alpha$. Ievietojot šo izteksmi vienādojumu sistēmā, iegūsim

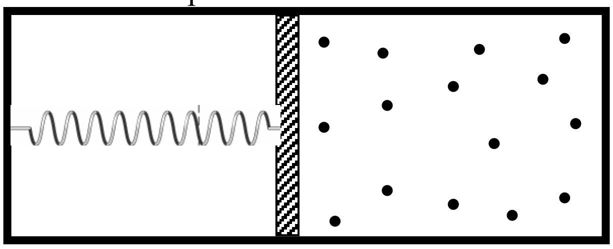
$$\begin{cases} T_1 = U(1 + \mu/\,\mathrm{tg}\alpha) \\ \dfrac{8}{9}T_1 = 2U\mu/\,\mathrm{tg}\alpha \end{cases}.$$

Ievietojot kinētiskās enerģijas izteiksmi (pirmo sistēmas vienādojumu) otrajā un saīsinot, iegūsim $1 + \dfrac{\mu}{\mathrm{tg}\alpha} = \dfrac{9}{4}\dfrac{\mu}{\mathrm{tg}\alpha}$ vai $\mathrm{tg}\alpha = \dfrac{5}{4}\mu$. Tā arī ir uzdevuma atbilde.

Pārbaudīsim, vai abos atrisinājuma variantos iegūtā atbilde ir fizikāla. Lai ripa slīdētu lejup pēc apstāšanās, smaguma spēka projekcijai uz slīpo plakni ir jāpārvar berzes spēks: $mg\sin\alpha > \mu mg\cos\alpha$ vai $\mathrm{tg}\alpha > \mu$. Kā redzams, šis nosacījums izpildās.

8. uzdevums. “Siltumietilpība ar atsperi”.

Noslēgts cilindrisks trauks ir sadalīts divās daļās ar virzuli, kas var brīvi pārvietoties (sk. attēlu). Virzulis ir piestiprināts pie kreisās trauka sienas ar atsperi. Kreisajā trauka pusē ir vakuums, bet labajā trauka pusē – viens mols vienatomu ideālās gāzes. Noteikt gāzes, kas atrodas šādos apstākļos, siltumietilpību. Atspere ir nedeformēta, kad virzulis atrodas pie trauka labās sienas.



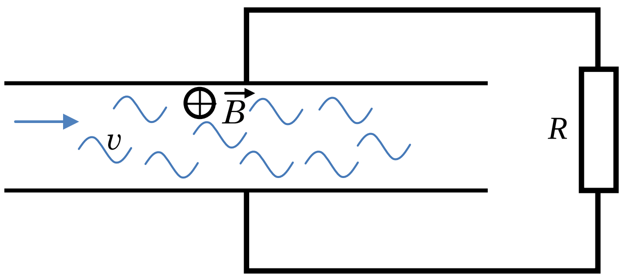
Atrisinājums

Siltumietilpība ir definēta kā $C = \frac{\delta Q}{\Delta T}$, kur δQ ir pievadītais siltuma daudzums un ΔT ir gāzes temperatūras pieaugums. Ja gāzes tilpums paliktu konstants, tad viss siltuma daudzums tiktu patērēts gāzes iekšējās enerģijas $U = \frac{3}{2}RT$ palielināšanai $\Delta U = \frac{3}{2}R \cdot \Delta T$ un molārā siltumietilpība būtu vienāda ar $C_V = \frac{3}{2}R$. Mūsu gadījumā, kad virzulis ir kustīgs, daļa no enerģijas tiek patērēta darba veikšanai, saspiežot atsperi. Tā kā nedeformēts atsperes stāvoklis atbilst virzuļa pozīcijai pie trauka labās sienas, tad atsperes deformācija x ir vienāda ar labās trauka daļas biezumu un gāzes tilpums ir vienāds ar $V = xS$, kur S ir trauka šķērsgriezums.

Ievērosim, ka virzuļa pozīcija ir noteikta ar spiedienu līdzsvaru: atsperes rādītais spiediens kx/S ir vienāds ar gāzes spiedienu RT/xS. No šejienes izriet, ka $kx^2 = RT$ un sistēmas „gāze + atspere” pilnā iekšējā enerģija ir $U + E = \frac{3}{2}RT + \frac{1}{2}kx^2 = 2RT$. Tātad pievadītais siltuma daudzums tiek patērēts pilnās iekšējās enerģijas izmaiņai $\Delta(U + E) = 2R \cdot \Delta T$ un gāzes molārā siltumietilpība šajā sistēmā ir $C = 2R$.

9. uzdevums. “MHD ģenerators”.

Lai uzbūvētu vienkāršāko magnētohidrodinamisko ģeneratoru, plakanu kondensatoru, kura plātņu laukums ir S un attālums starp tām ir d, ievieto elektrību vadošā šķidruma plūsmā, kas pārvietojas ar konstantu ātrumu v paralēli plātnēm (sk. attēlu). Šķidruma īpatnēja pretestība ir ρ. Kondensators atrodas homogēnā magnētiskajā laukā ar indukciju B, kuras vektors ir perpendikulārs šķidruma kustības virzienam un paralēls kondensatora plātnēm. Atrast lietderīgo jaudu, kas izdalās siltuma veidā ārējā rezistorā ar pretestību R!



Atrisinājums

Lorenca spēka dēļ uz kondensatora plātnēm rodas elektrisko potenciālu starpība, jo lādiņi tiek pievilkti pie vienas no plātnēm: notiek lādiņu atdalīšanās. Lorenca spēks, kas darbojas uz lādiņu q (piemēram, uz elektronu), šajā ģeometrijā ir $F_L = qBv$. Ja lādiņu atdalīšanas rezultātā starp kondensatora plātnēm izveidojās sprieguma starpība U, tad lādiņš q tiks pievilkts pie pretējās plātnes ar spēku $F = qE = qU / d$. Kondensatoru plātņu lādiņš un potenciāls augs tiktāl, līdz Lorenca spēks tiks pilnībā kompensēts ar spēku, kas darbojas uz lādiņu elektriskā laukā.

No šī līdzsvara nosacījuma iegūsim, ka $qBv = qU / d$ un kondensatora plātņu līdzsvara potenciālu starpība ir $U = Bvd$. Šī sprieguma avota iekšējā pretestība ir vadoša šķidruma pretestība starp kondensatora plātnēm, kas ir $r = \rho d / S$. Tad uz ārējās slodzes R izdalītā lietderīga jauda ir

$$P = I^2 R = \left(\frac{U}{R + r} \right)^2 R = \left(\frac{Bvd}{R + \rho d / S} \right)^2 R .$$